Pauta Auxiliar 4
IN4203 Macroeconomía

Profesor: Benjamín Villena R.
Auxiliar: Miguel Biron L.
14 de Mayo de 2010

Conceptos de Economía Abierta

a)

- PIB: valor monetario total de la producción de bienes y servicios, dentro de los límites geográficos de un país, durante cierto período.
- PNB: valor monetario total de la producción de bienes y servicios de los activos de propiedad nacional, durante cierto período.

b)

1. Ingresa al PNB de Chile y al PIB de Brasil.
2. Ingresa al PIB de Chile y al PNB de Brasil.
3. Ingresa al PIB y al PNB de EE.UU..

c) Si definimos B_t como la cantidad de activos del país en el extranjero, menos la cantidad de activos extranjeros produciendo en el país, entonces:

- $B_t > 0$: el país está «ahorrando», posee más activos en el extranjero que lo que los extranjeros tienen en el país.
- $B_t < 0$: el país está «endeudado», hay más activos extranjeros en su país que lo que el país tiene en el extranjero.

d) La cuenta corriente se define como $CC_t \equiv B_{t+1} - B_t$. Corresponde al cambio en la cantidad de activos en el extranjero para un país. Para encontrar la igualdad, usamos dos fórmulas de contabilidad nacional:

$$\begin{aligned} Y_t + B_t(1+r) &= C_t + I_t + G_t + B_{t+1} \\ Y_t &= C_t + I_t + G_t + (X_t - M_t) \end{aligned}$$

Reemplazando Y_t en la primera, se obtiene:

$$\begin{aligned} T_t + B_t(1+r) &= B_{t+1} \\ T_t + rB_t &= B_{t+1} - B_t \equiv CC_t \end{aligned}$$

donde $T_t = X_t - M_t$ es la Balanza Comercial.
e) Reescribiendo la definición anterior, encontramos que:

$$
\begin{aligned}
B_t &= \frac{-T_t}{1+r} + \frac{B_{t+1}}{1+r} \\
&= \frac{-T_t}{1+r} + \frac{-T_{t+1}}{(1+r)^2} + \frac{B_{t+2}}{(1+r)^2} \\
&\vdots \\
&= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{-T_{t+j}}{(1+r)^j} + \lim_{j\to\infty} \frac{B_{t+j}}{(1+r)^j}
\end{aligned}
$$

Asumiendo por enunciado el término de la derecha igual a cero, concluímos que:

$$
B_t = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{-T_{t+j}}{(1+r)^j}
$$

Cuando $B_t < 0$, nos estamos refiriendo a una deuda. Haciendo un cambio de variable para hacer más clara la conclusión, definimos $D_t \equiv -B_t > 0$, la deduda en valor absoluto. Con esto, la expresión queda:

$$
D_t = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{T_{t+j}}{(1+r)^j}
$$

Vimos que cuando un país está endeudado, se refiere a una mayor inversión extranjera dentro de país. Por lo tanto, lo que nos dice esta ecuación, es que esta «deuda» se debe pagar con exportaciones de bienes desde el país al extranjero.
f) Para esto usamos la primera fórmula de contabilidad nacional vista anteriormente. Tenemos que:

$$
\begin{aligned}
Y_t + B_t(1+r) &= C_t + I_t + G_t + B_{t+1} \\
Y_t + rB_t &= C_t + I_t + G_t + B_{t+1} - B_t \\
(Y_t + rB_t) - (C_t - G_t) &= I_t + CC_t
\end{aligned}
$$

Si consideramos al ahorro como la parte de los flujos recibidos en un periodos, ya sea de producción nacional (Y_t), o de pagos de activos en el extranjero (rB_t), que no son consumidos dentro del país (ni por consumidores ni por el gobierno). Entonces, en este caso, el ahorro será $S_t = (Y_t + rB_t) - (C_t - G_t)$. Con esto se obtiene la fórmula pedida:

$$
S_t = I_t + CC_t
$$

Modelo de Economía Abierta sin Producción

Considere un modelo de dos economías (doméstica y extranjera). La función de utilidad doméstica es:

$$
U_1 = log(C_1) + \beta log(C_2)
$$

Los extranjeros poseen una función de utilidad análoga (valores asociadoes al extranjero poseen asterisco). No existe gobierno. El país doméstico recibe una dotación de perecibles de Y_1 e Y_2 en los dos periodos.

1. Como sólo hay dos economías, y ninguna de ellas tiene producción interna, la condición en equilibrio será:

$$S_1 = -S_1^*$$

2. Escribimos el problema de maximización:

$$\max_{C_1,C_2} \log C_1 + \beta \log C_2$$

s.a

$$Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} - (C_1 + \frac{C_2}{1+r}) \geq 0$$

Derivando el lagrangiano, encontramos las CPO:

$$\begin{aligned} 0 &= 1/C_1 - \lambda \\ 0 &= \beta/C_2 - \lambda/(1+r) \end{aligned}$$

Eliminando λ se obtiene:

$$C_2 = C_1\beta(1+r)$$

Reemplazando en la restricción, se tendrá la ecuación pedida:

$$C_1 = \frac{1}{1+\beta}(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r})$$

3.

$$\begin{aligned} S_1(r) &= Y_1 - C_1 \\ &= Y_1 - \frac{1}{1+\beta}(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}) \\ &= Y_1(1 - \frac{1}{1+\beta}) - \frac{Y_2}{(1+\beta)(1+r)} \\ &= \frac{\beta}{1+\beta}Y_1 - \frac{1}{(1+\beta)(1+r)}Y_2 \end{aligned}$$

4. Recordando que $S_t = I_t + CC_t$, y que en autarquía $CC_t = 0$, y que dado que según enunciado no hay producción se tendrá $I_t = 0$, el ahorro será igual a cero. Imponiendo esto en la ecuación anterior obtenemos:

$$
\begin{aligned}
\frac{\beta}{1+\beta}Y_1 &= \frac{1}{(1+\beta)(1+r_A)}Y_2 \\
1+r_A &= \frac{Y_2}{\beta Y_1} \\
r_A &= \frac{Y_2}{\beta Y_1} - 1
\end{aligned}
$$

5. Recordando la condición de equilibrio podemos encontrar la tasa de equilibrio mundial:

$$
\begin{aligned}
S_1 &= -S_1^* \\
\frac{\beta}{1+\beta}Y_1 - \frac{1}{(1+\beta)(1+r)}Y_2 &= -\frac{\beta}{1+\beta}Y_1^* + \frac{1}{(1+\beta)(1+r)}Y_2^* \\
\frac{1}{1+r}(Y_2 + Y_2^*) &= \beta(Y_1 + Y_1^*) \\
1+r &= \frac{1}{\beta}(\frac{Y_2 + Y_2^*}{Y_1 + Y_1^*})
\end{aligned}
$$

6.

$$
\begin{aligned}
1+r &= \frac{1}{\beta}(\frac{Y_2 + Y_2^*}{Y_1 + Y_1^*}) \\
&= \frac{1}{\beta}(\frac{Y_2}{Y_1 + Y_1^*} + \frac{1}{\beta}(\frac{Y_2^*}{Y_1 + Y_1^*} \\
&= (\frac{Y_1}{Y_1 + Y_1^*})\frac{Y_2}{\beta Y_1} + (\frac{Y_1^*}{Y_1 + Y_1^*})\frac{Y_2^*}{\beta Y_1^*}
\end{aligned}
$$

Definiendo $\alpha = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_1^*}$, sabemos que $\alpha \geq 0$ y que $\alpha \leq 1$. Finalmente, se tendrá que:

$$
\begin{aligned}
1+r &= \alpha(1+r_A) + (1-\alpha)(1+r_A^*) \\
r &= \alpha r_A + (1-\alpha)r_A^*
\end{aligned}
$$

Es decir, la tasa internacional es un promedio ponderado de las tasas autárquicas de cada país.

7. Sabemos que $S_t = CC_t$ porque no existe inversión. Usando la expresión anterior para el ahorro, vemos que:

$$
CC_1(r) = \frac{\beta}{1+\beta}Y_1 - \frac{1}{(1+\beta)(1+r)}Y_2
$$

Por otro lado, sabemos que cuando no hay intercambio comercial, $CC_1(r_A) = 0$. Viendo que la Cuenta Corriente es creciente en r, se tendrá que:

- $r > r_A \Rightarrow CC_1(r) > 0$
- $r < r_A \Rightarrow CC_1(r) < 0$

8. De la expresión de las tasas autárquicas, vemos que:

$$r_A^* = \frac{Y_2^*}{\beta Y_1^*} - 1 = \frac{1+g^*}{\beta} - 1$$

donde g^* es la tasa de crecimiento del producto del país extranjero. Por lo tanto, a mayor g^*, la tasa autárquica extranjera aumenta. Como la tasa internacional es un promedio ponderado de las autárquicas, se tendrá que la tasa internacional también aumentará.

9. La utilidad total será:

$$U_1 = \log(\frac{1}{1+\beta}(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r})) + \beta \log(\frac{\beta}{1+\beta}((1+r)Y_1 + Y_2))$$

Derivando con respecto a r:

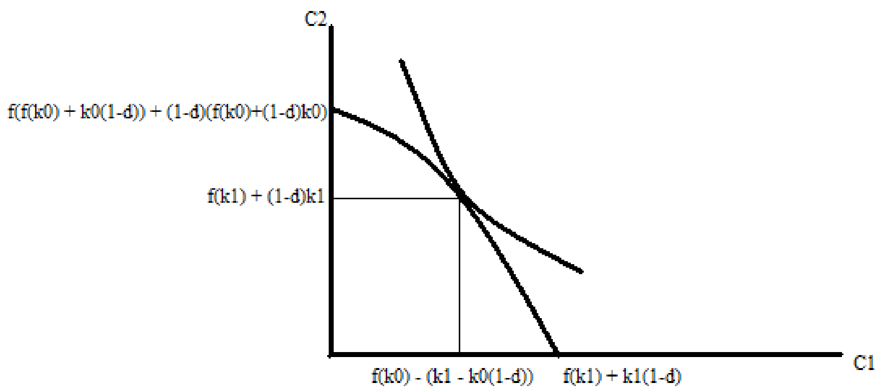
$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_1}{\partial r} &= \frac{-1}{\frac{Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}}{1+\beta}} \frac{1}{1+\beta} Y_2 \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{\beta}{\frac{\beta((1+r)Y_1+Y_2)}{1+\beta}} \frac{\beta}{1+\beta} Y_1 \\
&= \frac{\beta Y_1}{(1+r)Y_1 + Y_2} - \frac{Y_2}{(1+r)Y_1 + Y_2} \frac{1}{1+r} \\
&= \frac{1}{(1+r)Y_1 + Y_2} (\beta Y_1 - \frac{Y_2}{1+r}) \\
&= \frac{1}{(1+r)Y_1 + (1+r_A)\beta Y_1} (\beta Y_1 - \frac{(1+r_A)\beta Y_1}{1+r}) \\
&= \frac{\beta}{(1+r) + (1+r_A)\beta} (1 - \frac{1+r_A}{1+r}) \\
&= \frac{\beta}{1+r} \left[\frac{r - r_A}{(1+r) + \beta(1+r_A)} \right]
\end{aligned}$$

Para concluir nos ponemos en dos casos:

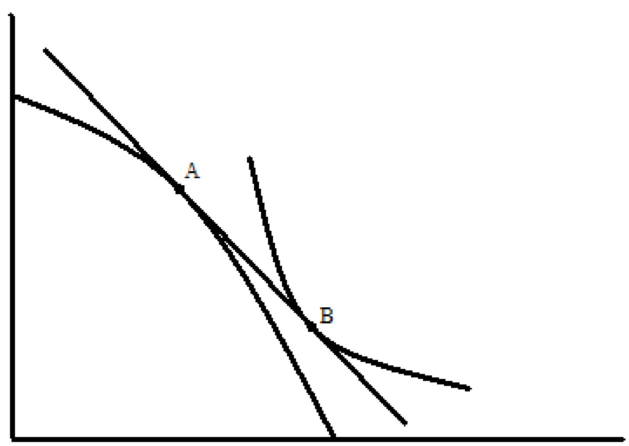
- $r > r_A \Rightarrow CC_1(r) > 0 \Rightarrow \frac{\partial U_1}{\partial r} > 0$: si una economía tiene muchas inversiones en el extranjero, el cambio en la utilidad será positivo, pues le llegarán más pagos por una misma cantidad de activos en el extranjero, y por lo tanto podrá consumir más y su utilidad aumentará. En particular, dado que el aumento en la tasa de crecimiento del país extranjero provoca un aumento en la tasa internacional, esto a su vez provocará un aumento en la utilidad del país.
- $r < r_A \Rightarrow CC_1(r) < 0 \Rightarrow \frac{\partial U_1}{\partial r} < 0$: si una economía tiene mucha inversión extranjera en su territorio, entonces al aumentar la tasa tendrá que pagar más por los activos que hay en su país, sin que cambien las dotaciones que recibe. Por lo tanto, consumírá menos y su utilidad dismniuirá. En este caso, el aumento de la tasa de crecimiento del país extranjero provoca una disminución en la utilidad del país.

Modelo de Economía Abierta con Producción

Para comparar, vemos primero el caso de una economía cerrada. Esta economía tiene una sola forma de trasladar riqueza de un periodo a otro: invertir en capital productivo. La función de producción define una frontera de posibilidades de inversión en el plano (C_1, C_2). El punto de equilibrio es el punto de tangencia entre la frontera y una isocuanta de la función de utilidad de los consumidores. Esto se aprecia en el siguiente gráfico:



Este óptimo determina los niveles de inversión y de consumo. En el caso de una economía abierta, el equilibrio se encuentra de la siguiente manera: primero, el sector productivo encuentra el óptimo para los niveles de capital en ambos periodos. Las economía tiene ahora dos maneras de trasladar riqueza: la producción nacional y la inversión en el extranjero. En un principio, invertir en producción nacional entrega enormes retornos, pero a medida que se invierte más, los retornos disminuyen. El nivel óptimo de inversión se da cuando la tasa de retorno de la producción nacional iguala la tasa de interés internacional; es decir, en el punto de tangencia entre la frontera de posibilidades y la restricción presupuestaria. Esto se observa en el siguiente gráfico:



El punto A corresponde a la elección del sector productivo. Una vez fijada la inversión nacional, los consumidores pueden elegir cuánto consumo tener en cada uno de los periodos, trasladando riqueza a través de la tasa internacional. Este equilibrio se logra en el punto B, donde dejar de consumir una unidad de consumo en el primer periodo entrega la misma utilidad (en valor absoluto) en el siguiente periodo en valor presente. El valor de la cuenta corriente en el primer periodo será (asumiendo que $B_0 = 0$):

$$
\begin{aligned}
f(k_0) + B_0(1+r) &= C_1 + I_1 + B_1 \\
\Rightarrow CC_1 = B_1 &= f(k_0) - C_1 - I_1 \\
&= f(k_0) - C_1 - (k_1 - k_0(1-\delta))
\end{aligned}
$$

Considerando que $k_2 = 0$, la cuenta en el segundo periodo será:

$$
\begin{aligned}
f(k_1) + B_1(1+r) &= C_2 + I_2 + B_2 \\
\Rightarrow CC_2 = B_2 - B_1 &= f(k_1) + rB_1 - C_2 - I_2 \\
&= f(k_1) + r(f(k_0) - C_1 - (k_1 - k_0(1-\delta))) - C_2 + k_1(1-\delta)
\end{aligned}
$$

Queda propuesto escribir la ecuación de la recta del segundo gráfico en términos de las cuentas corrientes.