



PAUTA CTP 2: Árboles de decisión

Martes 20 de Abril de 2010

Tiempo: 1 hora

CON CALCULADORA

Un destacado grupo de ejecutivos planea la realización del proyecto de construcción **Taitanium**, el cual consiste en un edificio que pretende ser por cierto tiempo la torre más alta de la ciudad. **Taitanium** tendrá una gran cantidad de oficinas para arrendar a numerosas empresas en una privilegiada ubicación de la metrópolis.

Desgraciadamente en los últimos meses surgió el rumor de que puede venir un fuerte movimiento sísmico y, en base a experiencias anteriores, se tiene que la probabilidad de que ocurra en este caso un terremoto es de 0,2. Debido a lo anterior los ejecutivos están pensando incluir un sistema antisísmico de barras cruzadas en los costados de la estructura que disipa la energía y disminuye la oscilación. El valor de este sistema es de 200 MM USD.

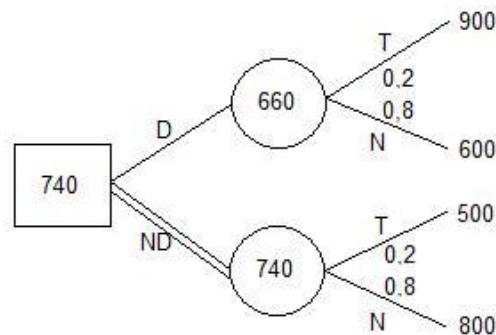
Los ingresos esperados en términos de arriendo de oficinas son de 800 MM USD. En el caso que haya un terremoto y la estructura no tenga el sistema disipador de energía, los costos se estiman en 300 MM USD producto de daños en la estructura. En caso de que la estructura tenga el sistema antisísmico (y haya un terremoto), los costos sólo ascienden a 100 MM USD, sin embargo esto generaría un impacto en las empresas (por haber resistido tan bien ante un terremoto), que los arriendos subirán de precio aumentando las ganancias en 400 MM USD por sobre los ingresos esperados.

- a) (2 puntos) Construya un árbol de decisiones que permita saber la decisión de instalar o no el sistema disipador de energía.

Definimos los siguientes eventos y decisiones:

- T = Cuando hay terremoto.
- N = Cuando no hay terremoto.
- D = Poner sistema disipador de energía.
- ND = No poner sistema disipador de energía.

Luego el árbol de decisión es el siguiente:



La decisión a tomar es no instalar el disipador de energía, obteniendo un beneficio esperado de 740 MM USD.

1 punto por el árbol de decisión (estructura (nodos y conexiones), decisión).
1 punto por números y cálculos correctos

Expertos del departamento de geofísica de la Universidad de Chile son capaces de predecir la ocurrencia de eventos sísmicos. En ocasiones pasadas, el 80 % de las veces que hubo un terremoto, los expertos dijeron que iba a haber un terremoto. Mientras que el 70 % de las veces que no hubo terremoto, los expertos dijeron que no lo habría.

- b) (3 puntos) ¿Hasta que precio los ejecutivos estarían dispuestos a contratar los servicios de los expertos de la Universidad de Chile?

En este caso se tienen los nuevos eventos:

UT = Los expertos dicen que habrá un terremoto.

UN = Los expertos dicen que no habrá un terremoto.

Del enunciado se tienen (o obtienen fácilmente con la probabilidad complementaria) los siguientes datos:

$$\begin{array}{ll} P[T] &= 0,2 & P[N] &= 0,8 \\ P[UT|T] &= 0,8 & P[UN|T] &= 0,2 \\ P[UT|N] &= 0,3 & P[UN|N] &= 0,7 \end{array}$$

0.5 puntos

Entonces, utilizando probabilidades totales se puede ver que:

$$P[UT] = P[UT|T] \cdot P[T] + P[UT|N] \cdot P[N] = 0,8 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,8 = 0,4$$

$$P[UN] = 1 - P[UT] = 0,6$$

0.5 puntos

Por otro lado con Bayes y probabilidades complementarias tendremos que:

$$P[T|UT] = \frac{P[UT|T] \cdot P[T]}{P[UT]} = \frac{0,8 \cdot 0,2}{0,4} = 0,4$$

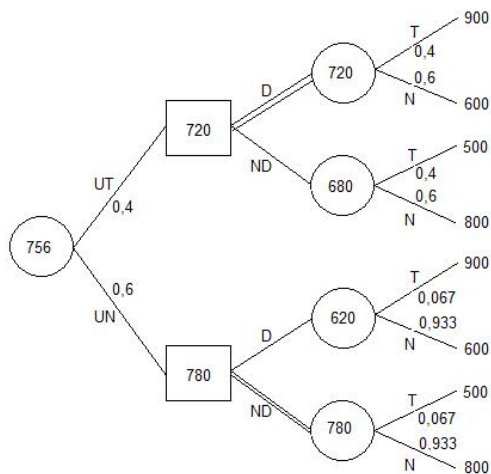
$$P[N|UT] = 1 - P[T|UT] = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P[T|UN] = \frac{P[UN|T] \cdot P[T]}{P[UN]} = \frac{0,2 \cdot 0,2}{0,6} = 0,0\bar{6}$$

$$P[N|UN] = 1 - P[T|UN] = 1 - 0,0\bar{6} = 0,9\bar{3}$$

0.5 puntos

El árbol asociado es el siguiente:



Luego, los ejecutivos estarían dispuestos a pagar un máximo de 16 MM USD por el servicio de los expertos de la U. de Chile.

0.5 puntos por el precio del servicio de los expertos (16 MM USD).

0.5 puntos por la estructura del árbol correcta (nodos y conexiones), debe estar la decisión explícita tanto de instalar el dissipador cuando los expertos dicen que va ha haber un terremoto, como la decisión de no instalar el sistema en caso contrario.

0.5 puntos por cálculos del árbol de decisiones.

Uno de los ejecutivos rechaza a toda costa la opción de contratar a los expertos, pues dice tener un amigo llamado Jin que es excelente para predecir terremotos, ya que en las ocasiones anteriores, siempre que hubo un terremoto, Jin había dicho que iba a ocurrir. Sin embargo, también es sabido que más de la mitad de las veces que Jin hizo sus predicciones (ya sea que dijo que iba o no haber un terremoto), éstas fueron erradas. Suponga que el precio de los expertos es el mismo que cobra Jin y que este es inferior al calculado en la parte b).

- c) (1 punto) Comente (sin cálculos) la opinión del ejecutivo de contratar a Jin y explique si conviene o no contratarlo.

No es correcta la opinión del ejecutivo, pues el sólo hecho de que Jin haya acertado bien siempre que hubo terremotos no es suficiente, pues también es importante saber como es la actividad de la predicción de Jin las veces en que no tiembla (lo cual ocurre con mayor probabilidad). Bien dado que Jin se equivoca más de la mitad de las veces, entonces la predicción cuando no hay terremotos falla más de la mitad de las veces al menos, lo cual es muy malo. Pues bien dado que la mayoría de las veces que Jin erra sus predicciones, es debido a que Jin ocupa una estrategia de anunciar casi siempre (o bien siempre) que habrá un terremoto, de tal forma que en caso de que haya un terremoto, él habrá acertado, sin embargo la gran mayoría de las veces (en donde no hay terremotos) Jin falla. Por lo tanto no conviene contratarlo.

0.3 puntos por decir que no conviene contratar a Jin

0.4 puntos por argumentar con que Jin se equivoca más de la mitad de las veces, luego las veces que no hay terremoto las predicciones son muy malas.

0.3 puntos por argumentar que probablemente Jin siempre dice que va ha haber un terremoto, con lo cual nunca errará en predecir cuando realmente habrá uno. Luego no sería útil para predecir.