

Auxiliar 3: Árboles de Decisión y PDD

Martes 13 de Abril de 2010

Problema 1

Don Pancho, uno de sus grandes amigos, ha decidido entrar en el siempre apasionante negocio de los farmacéuticos. Confiado en la amistad que los une, le ha delegado a usted la misión de determinar si debe o no ingresar al rubro y, si es así, de qué manera hacerlo.

Don Pancho tiene dos opciones para entrar al negocio: comprar la farmacia del *Dr. Matta*, la cual lleva décadas operando y su precio de venta es de 40 millones de pesos, o comenzar una farmacia completamente desde cero, inversión que *Don Pancho* estima en 80 millones de pesos. Cualquiera de las dos alternativas antes mencionadas generaría a final del año ingresos por ventas de 100 millones de pesos para *Don Pancho*.

Un poco más inquieto que de costumbre, *Don Pancho* le comenta la existencia de una misteriosa y secreta organización llamada *Farmacias Coludidas*, entidad que, en caso de que *Don Pancho* forme una nueva farmacia, le ofrece 100 millones de pesos a cambio que le permita fijar los precios de cierto grupo de productos. Esos precios alterados no afectarían de ninguna forma las ganancias de *Don Pancho* en el futuro.

Usted piensa además que, en el caso que compre la farmacia del *Dr. Matta*, podría encontrarse con la sorpresa que ya estuviera dentro de la red de *Farmacias Coludidas*. Al consultar a *Matta* acerca del tema, éste no quiso referirse con certeza y sólo declaró vagamente que “*si pillarán el fraude, con un 70 % de probabilidad mi farmacia estaría involucrada*”. Sin embargo, uno de los oprimidos asesores de *Matta* confiesa que con un 80 % de probabilidad la farmacia del *Dr. Matta* está coludida. Además asegura que si no estuviera coludida y *Don Pancho* la comprara, con un 60 % de probabilidad descubrirían a *Farmacias Coludidas*.

Don Pancho cree que existe gato encerrado en la oferta de *Farmacias Coludidas* y estima que si él no se ve involucrado con su nueva farmacia en la organización, con una probabilidad del 80 % se revelará el secreto a la luz pública. Si entra al grupo fraudulento con su nueva farmacia la probabilidad de que los descubran será de un 90 %.

De cualquier manera, el conocimiento público del secreto detrás de *Farmacias Coludidas* generaría un escándalo de proporciones, obligando a todas las empresas coludidas a pagar un monto de 100 millones de pesos como indemnización y otorgando 50 millones de pesos a aquellas farmacias que no estuvieron involucradas en este sucio grupo.

Dibuje el árbol de decisión para evaluar si a *Don Pancho* le conviene entrar al negocio de las farmacias. ¿Cuál es el valor esperado de las ganancias/pérdidas de la empresa en cada una de las formas posibles de ingresar?

Problema 2

En una popular comuna el alcalde está bastante preocupado por la seguridad ciudadana, por lo que ha decidido implementar un curioso sistema de botones de pánico, a través de los cuales la amedrentada población podrá pedir ayuda en caso de emergencia.

Después de grandes esfuerzos por conseguir presupuesto, el alcalde cuenta con un capital que le permite instalar un máximo de K botones, los cuales debe distribuir en los M barrios de su comuna. (con $K > M$).

Según el experimentado equipo de asesores del edil, que ya piensan en la reelección, si en el barrio m se instalan k botones, el alcalde ganará $P_m(k)$ votos adicionales.

Suponga que es contratado para determinar la asignación que maximiza la cantidad de votos que conseguirá el alcalde en la próxima elección, producto de su campaña de seguridad ciudadana.

1. ¿Por qué este problema es susceptible a ser abordado por un enfoque de programación dinámica?
2. Modele el problema usando programación dinámica determinística, explicitando claramente las etapas, variables de decisión, variables de estado y funciones de beneficio.

Suponga ahora que si en un barrio m , se instalan más de U_m botones, la oposición al alcalde lo acusará públicamente de populista y derrochador. Esto implica una pérdida de r_m votos por cada botón por sobre U_m , instalado en esta zona.

Por otra parte, si en el barrio m se asignan menos de L_m aparatos de emergencia, la junta de vecinos del sector también iniciará una campaña de desprestigio que implica la pérdida de t_m sufragios por cada botón por debajo de L_m .

1. Modele el nuevo escenario, usando programación dinámica determinística.
2. Suponga que $M = 3$ y $K = 5$. Además se sabe que $L_1 = L_2 = L_3 = 2$ y $U_1 = U_2 = U_3 = 3$ y se cuenta con estimaciones de los votos que obtendrá el alcalde en cada barrio, en función del número de botones que instale, la que se resume en la siguiente tabla. Con esta información y usando el modelo planteado en la parte (c), encuentre la asignación óptima de botones.

| Nº Botones de pánico | Barrio 1 | Barrio 2 | Barrio 3 |
|----------------------|----------|----------|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 45 | 20 | 50 |
| 2 | 70 | 45 | 70 |
| 3 | 90 | 75 | 80 |
| 4 | 105 | 110 | 100 |
| 5 | 120 | 150 | 130 |
| r | 10 | 15 | 20 |
| t | 10 | 15 | 20 |

Problema 3

La empresa fabricante de aviones POING, lo ha contratado a ud. como gerente de producción. La compañía, actualmente tiene compromisos de entregar d_k aviones el mes k ($K \in \{1, \dots, K\}$).

La planta tiene capacidad para fabricar en un mes, el número de aviones que convenga. Además, puede guardar aeronaves para satisfacer los compromisos de meses siguientes. Guardar un avión durante un mes, tiene un costo de h u.m. Por otro lado, no se incurre en ningún gasto de inventario si un producto terminado es fabricado y entregado en el mismo mes. Suponga que el avión se entrega siempre al final de cada mes.

Al comienzo de este período de K meses la planta no tiene aviones en inventario y al final tampoco debe tenerlos. Como regla de operación la compañía no fabrica aviones si en bodega tiene unidades suficientes para satisfacer la demanda del período en curso.

El costo total de fabricar i aviones en el mes k es C_{ik} . El problema al que se ve enfrentado ud., como gerente de la compañía es determinar cuánto se debe fabricar en cada mes, de manera de minimizar los costos de fabricación y de inventario, cumpliendo con los compromisos de entrega.

Para ello, responda las siguientes preguntas.

1. ¿Porqué este problema es susceptible a ser abordado por un enfoque de programación dinámica?
2. Modele el problema usando programación dinámica determinística, explicitando claramente las etapas, variables de decisión, variables de estado y funciones de beneficio.

Suponga ahora que $K = 4$, $h = 0,1$, $D_k = 1 \forall k$ y que los costos C_{ik} , están dados por la siguiente tabla:

| | <i>Cantidad a fabricar</i> | | | |
|------------|----------------------------|----|----|----|
| <i>Mes</i> | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 5 | 10 | 15 | 17 |
| 2 | 6 | 9 | 12 | — |
| 3 | 6 | 7 | — | — |
| 4 | 3 | — | — | — |

3. Con esta información se pide encontrar la política óptima de producción, usando el modelo planteado en la parte 2. Explícite claramente las funciones de beneficio y las decisiones óptimas en cada una de las etapas de la programación.
4. Suponga ahora que el dueño de la compañía desea incentivar a sus trabajadores. Para esto entregará un premio (que se distribuirá entre todos los trabajadores) cada vez que un nuevo avión es terminado. Este premio dependerá del número total de aviones producidos hasta el momento y del mes en el cual se fabrica. Este premio tiene un valor de $R(n, k)$ si el n -ésimo avión es fabricado en el mes k .

Reformule el modelo de la parte 2 para esta nueva situación.