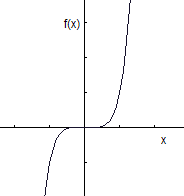
**Pregunta 2**

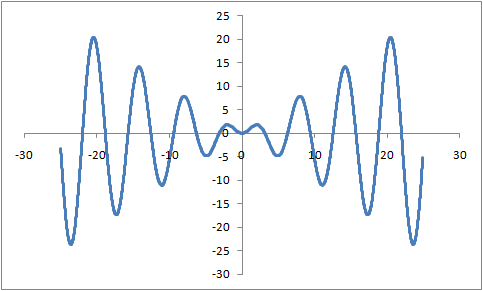
1. Un ejemplo es el caso donde minimizamos min{f(x)} = x5. Si derivamos, f’(x) = 5\*x4, y si evaluamos en el punto 0 (el origen), se cumple la condición necesaria. Sin embargo, el punto no es óptimo local sino un punto de inflexión. Ver gráfico para comprenderlo mejor:



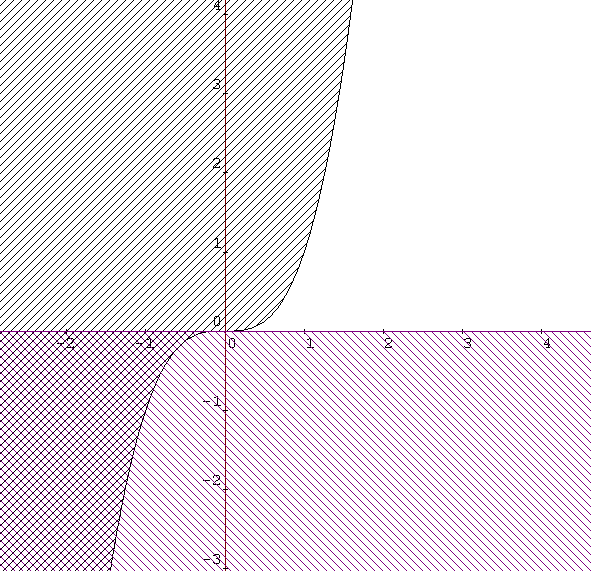
1. Basta tomar .

Vemos que es mínimo pero el gradiente no está definido en ese punto, luego no puede cumplir las condiciones suficientes.

1. Basta con encontrar una función en R con varios mínimos locales de distinta magnitud y un punto que sea mínimo local. Por ejemplo, el punto en:



1. Tomamos



El punto (0,0) cumple con que

1. Para este caso basta considerar un problema que no cumpla la condición de calificación de restricciones. Por ejemplo:

min x1

s.a. (x12+x22-4)2 =0

x1,x2 reales

En este caso, el punto (x1,x2) = (-2,0) claramente es óptimo local, pero no cumple las condiciones necesarias de primer orden de KKT. En efecto, no existe t.q.  sea igual a .

1. Consideremos el siguiente problema y su respectivo problema de Fase I:

Supongamos que el problema original tiene al menos una base factible. Luego, existe una base tal que el sistema: es l.i. y por lo tanto tiene solución única y, por lo tanto, el punto es factible para (P).

Si el problema de Fase I termina con un valor estrictamente positivo significa que alguna de sus variables es no nula y, por lo tanto, pertenece a la base óptima. Esto significa que no existe una base factible formada sólo por las variables x originales, ya que de existir el óptimo de PF1 sería cero. Luego, no existe una base tal que el sistema tenga solución, llegando a una contradicción.

Por lo tanto, el problema original no es factible.

1. Esto corresponde a demostrar el lema de Farkas, para ello tomamos el siguiente problema y su dual:

Y su dual

Si el primer problema es infactible, el segundo es infactible o no acotado, si el segundo problema es factible en ese punto, luego el problema necesariamente es no acotado ( y su optimo es ) luego, como es factible, existe tal que y cuyo costo es negativo, para que sea no acotado, esto es: