

IN3701 – otoño 2010
Control 1
22 de Abril de 2010

Problema 1

- a) La siguiente afirmación: siempre que la región factible de un problema de optimización es no acotada entonces es imposible encontrar el óptimo de este problema. ¿Es verdadera o falsa? Argumente su respuesta. (1 punto)
- b) Lo acaban de contratar de DHL Chile, para que modele la ciudad de Santiago como un grafo. Que usaría como nodos? Por qué? Tenga en cuenta que este grafo será utilizado como la base de un problema de optimización cuya finalidad es que las entregas de DHL se hagan de la forma más eficiente posible. (1 punto)
- c) De un ejemplo de un poliedro y un punto donde el conjunto de restricciones activas del punto permite definir más de una base. (1 punto)
- d) De un ejemplo de un problema de maximización donde un punto interior es solución óptima del problema. (1 punto)
- e) Suponga que tenemos 3 restricciones de igualdad y 3 variables de decisión. Para cada dimensión explique si es posible que la región factible sea de las siguientes formas, y si está de acuerdo, de un ejemplo. (2 punto)
La región factible puede ser:
 - un punto
 - un segmento de línea
 - una línea
 - un conjunto acotado de dos dimensiones
 - un plano no acotado
 - un cubo en $\mathbb{R}^3$ de volumen positivo
 - Todo $\mathbb{R}^3$
 - Vacío

Problema 2

La exitosa compañía Multilever lo ha contratado a usted para que le ayude a diseñar su plan de marketing para el próximo año. La empresa comercializa una gran variedad de productos, por lo que sus gastos en publicidad tienen un gran impacto en sus utilidades.

Existen K medios de comunicación, a través de los cuales la empresa puede publicitar sus productos. Cada medio m cobra una cantidad fija CF_m por ser utilizado el día t , sin importar la cantidad de productos publicitados ni las apariciones de cada uno. Además, hay un costo variable de CV_{imt} por cada aparición del producto i en el medio m el día t . Por otro lado, se ha estimado que por cada aparición del producto i en el medio m el día t se obtiene un ingreso adicional de I_{imt} .

El Gerente de Marketing, David Nilson, le cuenta que si un mismo producto aparece en demasiados medios de comunicación en el mismo día, produce un efecto de "saturación" en los clientes que es contraproducente para la imagen de la compañía, por esta razón, David quiere que en cada día t , ningún producto aparezca en más del q_t por ciento de los medios de comunicación disponibles. Además, le cuenta que otro de los efectos indeseados es la "canibalización", que consiste en que al hacer publicidad a uno de los productos disminuyen las ventas del otro, debido a un efecto de sustitución. Sea el conjunto CAN de los pares (i, j) en los que hay canibalización entre i y j . Para evitar esto, el gerente le pide que no haya publicidad en el mismo día y mismo medio para dos productos entre los que haya canibalización.

Debido a que los medios de comunicación también deben publicitar otras compañías y tienen una capacidad limitada, le han asignado a Multilever una cantidad de apariciones máxima para cada día t de $MaxAp_m$, la que incluye a todos los distintos productos de la empresa.

Por último, se necesita mantener todos los productos en el "Top of Mind" de los clientes, es decir, recordarles periódicamente su existencia para que estén entre sus primeras preferencias. Para esto, se ha decidido que cada semana (de lunes a domingo) debe haber una cantidad mínima de apariciones A_i de cada producto i , considerando todos los medios de comunicación. Para esto, considere el conjunto $L = \{1, 8, 15, 22, \dots, T - 6\}$ de todos los lunes en el horizonte de planificación de T días.

Se le pide que escriba un modelo de programación lineal entera que permita encontrar la estrategia de publicidad que maximice las utilidades de Multilever durante el horizonte de planificación.

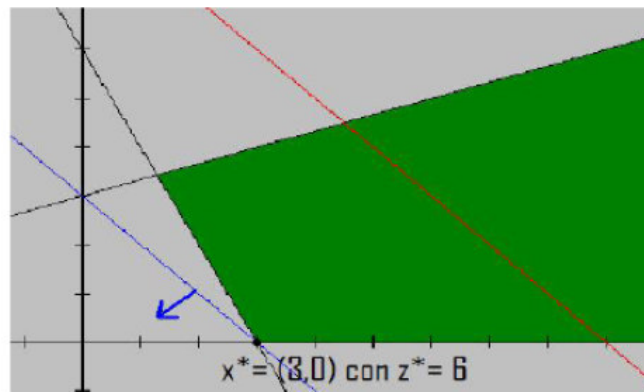
IN3701 – otoño 2010
Pauta Control 1

Pauta problema 1

- a) La siguiente afirmación: siempre que la región factible de un problema de optimización es no acotada entonces es imposible encontrar el óptimo de este problema. ¿Es verdadera o falsa? Argumente su respuesta. (1 punto)

Falsa ya que puede ocurrir que la región factible sea no acotada, pero que a la función objetivo "le convenga" moverse hacia la zona acotada de la región. En términos más técnicos la curva de nivel de la FO puede maximizarse o minimizarse (dependiendo del problema que estemos resolviendo) en la zona acotada de la región. El siguiente ejemplo es prueba de ello:

$$\begin{aligned} \text{mín } z &= 2x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a. } -x_1 + 3x_2 &\leq 9 \\ 2x_1 + x_2 &\geq 6 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



Acá basta con que den la explicación más coloquial o la más técnica o hagan el ejemplo

- b) Lo acaban de contratar de DHL Chile, para que modele la ciudad de Santiago como un grafo. Que usaría como nodos? Por qué? Tenga en cuenta que este grafo será utilizado como la base de un problema de optimización cuya finalidad es que las entregas de DHL se hagan de la forma más eficiente posible. (1 punto)

Acá no hay una única respuesta buena. Lo importante es que sean consecuentes con lo que digan. Por ejemplo alguien podría decir voy a tomar

manzanas de 5 cuadradas cuadradas como un nodo, la razón para hacer esto es que si tomo cada intersección de calle como un nodo el grafo sería gigantesco y esto puede afectar los tiempos de resolución. Por su parte, esta agrupación no pierde mucho en exactitud.

Es importante acá considerar que ellos aún no están muy familiarizados con los tiempos de resolución, la exactitud que se quiere y que además la pregunta es bastante abierta, luego por eso acá lo relevante es que entreguen argumentos coherentes

- c) De un ejemplo de un poliedro y un punto donde el conjunto de restricciones activas del punto permite definir más de una base. (1 punto)

- d) De un ejemplo de un problema de maximización donde un punto interior es solución óptima del problema. (1 punto)

- e) Suponga que tenemos 3 restricciones de igualdad y 3 variables de decisión. Para cada dimensión explique si es posible que la región factible sea de las siguientes formas, y si está de acuerdo, de un ejemplo. (2 punto)
La región factible puede ser:

Pauta problema 2

VARIABLES

$$x_{imt} = \begin{cases} 1 & \text{si se publicita el producto } i \text{ en el medio } m \text{ el día } t \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

y_{imt} = cantidad de apariciones del producto i en el medio m el día t

$$z_{mt} = \begin{cases} 1 & \text{si se usa el medio } m \text{ el día } t \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

RESTRICCIONES

1) Si no se usa el medio, no se publicitan productos:

$$x_{imt} \leq z_{mt} \quad \forall i, m, t$$

2) Si no se publicita el producto, no hay apariciones de él:

$$y_{imt} \leq x_{imt} \cdot M \quad \forall i, m, t, M \gg 1$$

3) No saturar

$$\sum_m x_{imt} \leq q_t \cdot K \quad \forall i, t$$

4) Canibalización

$$x_{imt} + x_{jmt} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in CAN, \forall m, t$$

5) Máximo de apariciones

$$\sum_i y_{imt} \leq MaxAp_{mt} \quad \forall m, t$$

6) Top of Mind

$$\sum_{\tau=t}^{t+6} \sum_m y_{im\tau} \geq A_i \quad \forall i, \forall t \in L$$

7) Naturaleza de las Variables

$$x_{imt}, z_{mt} \in \{0,1\}, y_{imt} \in Z_0^+$$

FUNCIÓN OBJETIVO

$$Max \sum_{i,m,t} (I_{imt} - CV_{imt}) \cdot y_{imt} - \sum_{i,m,t} CF_{mt} \cdot z_{mt}$$