Formulaciones vía Grafos

- Un **grafo** es una estructura matemática compuesta de un conjunto de puntos denominados **nodos** o **vértices** y un conjunto de trazos que unen los nodos llamados **arcos** o **aristas**
- **Grafo no dirigido (no orientado)**:
  - Un grafo no dirigido G=(V,E) es un conjunto de nodos V y un conjunto de arcos E (que son pares ordenados de nodos)
  - El arco u={i,j} ϵ E se dice incidente a i y a j
- **Grafo dirigido (orientado)**:
  - El concepto es el mismo de antes, salvo que ahora el arco {i,j} tiene dirección, es decir, va estrictamente de i a j

- Para un grafo G=[V, E] usualmente denotamos |V|=n y |E|=m. Y decimos que el **Tamaño** del grafo es (n.m)
- **Subgrafo:** Dado un grafo G=[V,E], un subgrafo de G es G´=[V´,E´] tal que V´⊆ V y E⊆ E´
- **Camino** (en grafos no orientados): un camino del nodo i_1 a i_t es una secuencia finita de nodos $i_1, i_2,\ldots,i_t$ que nos llevan de i_1 a i_t tal que el arco $(i_k, i_{k+1}) \in E \ \forall\ k=1,\ldots,t-1$
- **Camino** (en grafos orientados): Es una secuencia de nodos $i_1, i_2,\ldots,i_t$ con una correspondiente secuencia de arcos $a_1, a_2,\ldots,a_{t-1}$ tal que para k= 1,2,..,t-1 esta presente ya sea el arco:
  - $a_k = (i_k, i_{k+1})$ en cuyo caso decimos que es un arco hacia adelante
  - $a_k = (i_{k+1}, i_k)$ en cuyo caso decimos que es un arco hacia atrás

  -> Un camino es un camino (o ruta) hacia adelante si todos sus arcos son hacia adelante

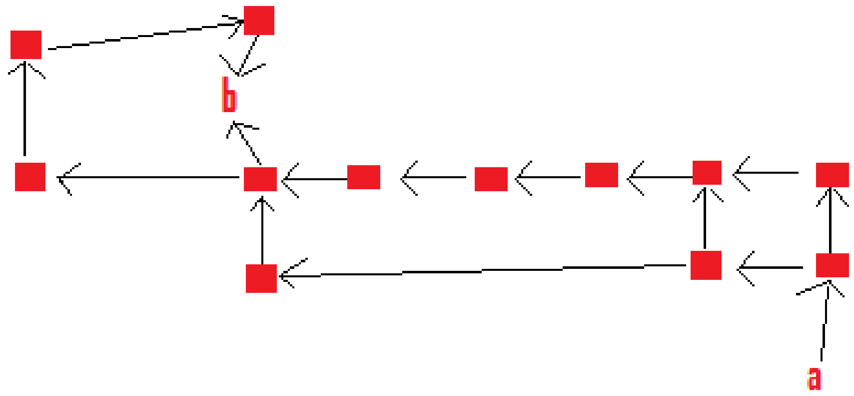
  -> Un camino es un camino (o ruta) hacia atrás si t sus arcos son hacia atras

- **Ciclo:** Es un camino donde el nodo final y el inicial coinciden
- **Conexo:** Un grafo es conexo si existe un camino entre cada par de nodos
- **Árbol:** Es un grafo conexo y sin ciclos

En la Practica

Queremos ir de Beauchef 850 a Av. Republica 701 caminando la menor distancia posible


Benavides
Gay
Domeyko
Domeyko
Domeyko
Domeyko
Domeyko
Av Club Hipico
Almirante Latorre
Miguel Carrera
Obispo Edwards
Vergara
Av Ejército Libertador
Av España
Echaurren
Nueva 1
Av Almirante Blanco Encalada
Av Almirante Blanco Encalada
Almirante Blanco Encalada
Plaza Ercilla Poniente
Av Ejército Libertador
Av Club Hípico
Av Tupper
Av Tupper
Av Tupper
Av Beaucheff
Fantasilandia
Av Beaucheff
Av Club



- Arriba se ve nuestro problema transformado en un grafo, nos faltaría calcular los costos de los arcos.

Es esto ultimo fácil de hacer?

Por ejemplo si estamos decidiendo el camino más rápido para una empresa de reparto, los tiempos de traslado son siempre los mismos?

- Dado un Grafo G=[V,E] se denomina **Flujo** a la función que hace corresponder a cada arco (i,j) del grafo un valor real f_{ij}

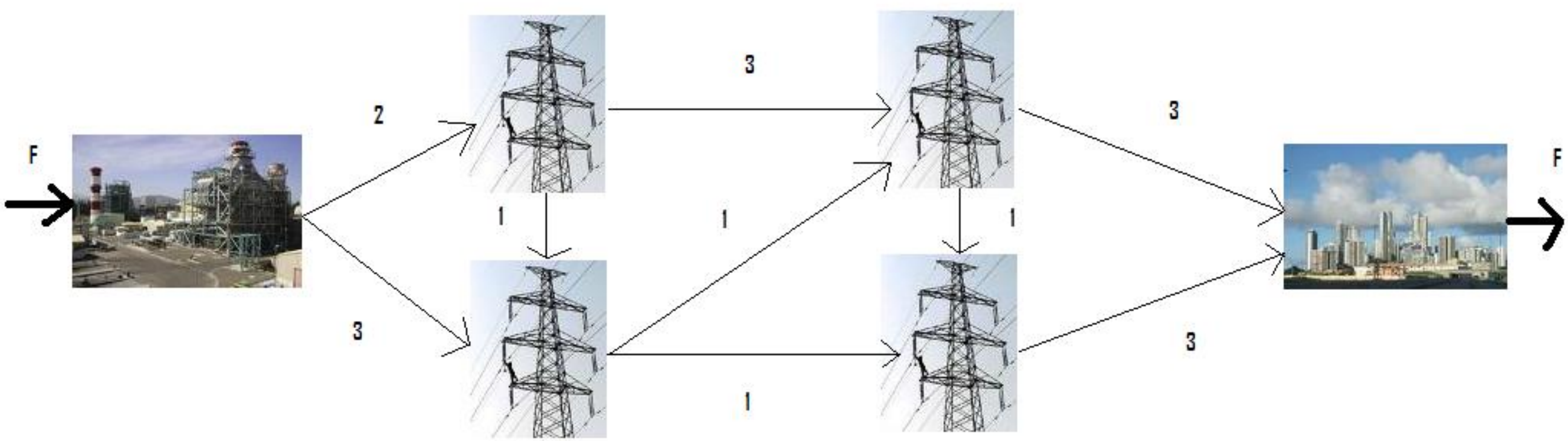
- **Divergencia:** Es todo el flujo que sale de un nodo hacia otros nodos menos todo el flujo que entra a ese nodo desde otros nodos

$$y_i = \sum_{j \text{ tal que } (i,j) \in E} f_{ij} - \sum_{j \text{ tal que } (j,i) \in E} f_{ji}$$

Si es positiva al nodo se le dice fuente, si es negativa sumidero y si es cero nodo de transferencia

Por su parte un **flujo exógeno** es aquel que proviene o termina en el exterior del grafo

- **Red:** es un sistema formado por un grafo G=[V,E] y una función de flujos


F
2
3
3
1
1
1
1
3
3
F

Problema de Flujo en redes

- Este problema esta caracterizado por una serie de restricciones :

- Limite superior e inferior del flujo
- Conservación de flujo

$$\min \sum_{(i,j)\in E} c_{ij}x_{ij}$$

$$l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij}$$

$$\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = q_i \ \forall \mathrm{i}$$

- q_i es igual a cero cuando no hay flujo exógeno. Es igual al valor del flujo exógeno cuando este entra al nodo e igual al valor pero con signo negativo si sale del nodo

Problema del Vendedor Viajero

- Grafo $G = (V,E)$. Los nodos representan ciudades y los arcos $e=(i,j) \in E$ la posibilidad de viaje directo entre i y j. Cada arco $e \in E$ tiene asociado un costo c_e ($=c_{ij}$)

- El objetivo es encontrar un tour que partiendo de la ciudad 1, visite todas las ciudades exactamente una vez volviendo a la ciudad de partida a costo minimo