Departamento de Ingeniería Industrial
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile

IN3401: Estadística para la Economía y Gestión
Profesores: Marcelo Henríquez, Sebastián Maldonado
Auxiliares: José Miguel Carrasco, Gabriel Espejo

Auxiliar 2-Pauta

14 de Abril de 2010

1) Pregunta 1

Se ha solicitado a un grupo de 50 individuos información sobre el número de horas que dedican diariamente a dormir y ver la televisión. La clasificación de las respuestas ha permitido elaborar la siente tabla:

Nº de horas dormidas (X)	6	7	8	9	10
Nº de horas de televisión (Y)	4	3	3	2	1
Frecuencias absolutas (fi)	3	16	20	10	1

Calcular la covarianza

Respuesta:

x_i	y_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$	$y_i \cdot f_i$	$y_i^2 \cdot f_i$	$x_i \cdot y_i \cdot f_i$
6	4	3	18	108	12	48	72
7	3	16	112	784	48	144	336
8	3	20	160	1280	60	180	480
9	2	10	90	810	20	40	180
10	1	1	10	100	1	1	10
		50	390	3082	141	413	1078

$$\bar{x} = \frac{390}{50} = 7.8 \qquad \bar{y} = \frac{141}{50} = 2.82$$

$$\sigma_x^2 = \frac{3082}{50} - 7.8^2 = 0.8 \qquad \sigma_y^2 = \frac{413}{50} - 2.82^2 = 0.3076$$

$$\sigma_x = \sqrt{0.8} = 0.89 \qquad \sigma_y = \sqrt{0.3076} = 0.55$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1078}{50} - 7.8 \cdot 2.82 = -0.436$$

2) Pregunta 2

Sean X e Y variables aleatorias discretas con distribución de probabilidad F_{xy} dada por

X	0	1	1	2	2
Y	0	1	2	1	2
F_{xy}	1/8	¼	1/8	1/8	3/8

a- Encuentre Esperanza de X e Y, Varianza y Covarianza

Respuesta:

$$\mathbf{E}[X] = 0\, f_{xy}(0,0) + 1\, f_{xy}(1,1) + 1\, f_{xy}(1,2) + 2\, f_{xy}(2,1) + 2\, f_{xy}(2,2) = \frac{11}{8}$$

$$\mathbf{E}[Y] = 0\, f_{xy}(0,0) + 1\, f_{xy}(1,1) + 2\, f_{xy}(1,2) + 1\, f_{xy}(2,1) + 2\, f_{xy}(2,2) = \frac{11}{8}$$

$$!\mathbf{E}[X] = \sum\sum x\, f(x,y) = \sum x\, f_x(x)!$$

$$\mathbf{E}[X^2] = \sum\sum x^2\, f_{xy}(x,y) = \frac{19}{8} \Rightarrow \mathbf{V}[X] = \frac{19}{8} - \left(\frac{11}{8}\right)^2 = \frac{31}{64}$$

$$\mathbf{E}[Y^2] = \sum\sum y^2\, f_{xy}(x,y) = \frac{19}{8} \Rightarrow \mathbf{V}[Y] = \frac{31}{64}$$

$$\mathbf{E}[X\,Y] = \sum\sum x\,y\, f_{xy}(x,y) = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

b- Calcule P[(x,y) pertenece a A] donde

$$A = \{(x,y)/x=y\}, \quad \mathbf{P}(x \le 1, y \le 1), \quad \mathbf{P}(x > 1 \wedge y < 2)$$

Respuesta:

$$\mathbf{P}[(x,y) \in A] = \sum_{(x,y)\in A}\sum F_{xy}(x,y) = F_{xy}(0,0) + F_{xy}(1,1) + F_{xy}(2,2) = \frac{6}{8}$$

$$\mathbf{P}(x \le 1 \wedge y \le 1) = \sum_{x\le 1}\sum_{y \le 1} F_{xy}(x,y) = F_{xy}(0,0) + F_{xy}(1,1) = \frac{3}{8}$$

$$\mathbf{P}(x > 1 \wedge y < 2) = \sum_{x>2}\sum_{y<2} F_{xy}(x,y) = F_{xy}(2,1) = \frac{1}{8}$$

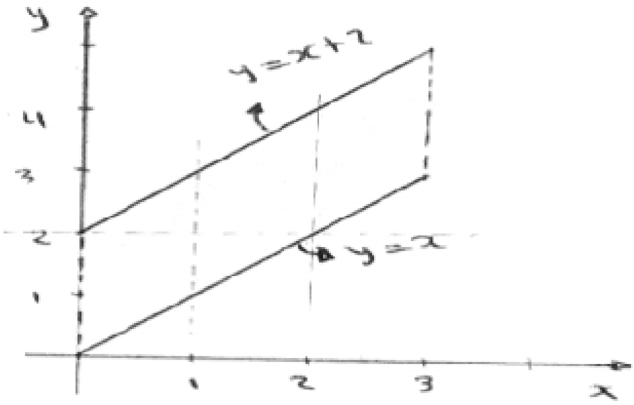
3) Pregunta 3

Determine el valor de c que hace que la función:

$$F_{xy}(x,y) = \begin{cases} c(x,y), & 0 < x < 3,\ x < y < x+2 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

Sea una f.d.p de X e Y

Respuesta:



$$\int_{\mathbb{R}^2}\int F_{xy}(x, y)\, dA = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \int_0^3 \int_x^{x+2} c(x, y)\, dy\, dx$$

$$= c\int_0^3 xy + \frac{y^2}{2}\Big|_x^{x+2} dx = c\int_0^3 (4x+2)\, dx = c\left[2x^2 + 2x\right|_0^3$$

$$= 24\, c = 1, \quad c = {}^1\!/_{24}$$

4) Pregunta 4

Un ingeniero sostiene que el 60% de las casas de una determinada zona deberán demolerse por inhabitables después del reciente terremoto. De una muestra de 2000 viviendas, 1275 se evalúan como inhabitables. Determine si el arquitecto está en lo correcto con un nivel de significación del 5%.

Ind: Use aproximación normal (TCL).

Respuesta:

En este caso nuestro problema viene de $IC = \frac{1275}{2000} +/- z_{95\%}\sqrt{p(1-p)}(\frac{1}{n})^{1/2}$

Donde $z_{95\%}$= 1,96 (error al 5% en distribución normal

P= 0,5 (máximo error en procesos bernoulli, representa al desviación standard)

1/n = número total de muestra

$\frac{1275}{2000} = 0{,}64$Relación de inhabitables dentro de la muestra extraída

$\sqrt{p(1-p)}$=$\sqrt{0{,}5(1-0{,}5)} = 0{,}5$

El intervalo en este caso es (0,62 ; 0,66) donde vemos que lo sostenido por el ingeniero es falso

5) **Problema 5**

Las puntuaciones en un test que mide la variable creatividad siguen, en la población general de adolescentes, una distribución Normal de media 11,5. En un centro escolar que ha implantado un programa de estimulación de la creatividad una muestra de 30 alumnos ha proporcionado las siguientes puntuaciones:

11, 9, 12, 17, 8, 11, 9, 4, 5, 9, 14, 9, 17, 24, 19, 10, 17, 17, 8,
23, 8, 6, 14, 16, 6, 7, 15, 20, 14, 15.

A un nivel de confianza del 95% ¿Puede afirmarse que el programa es efectivo?

Respuesta:

1º Ho m = 11,5

2º H1 m > 11,5

3º El estadístico de contraste en este caso es:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}}$$

4º La media muestral es 12,47 y la desviación típica de la muestra es 5,22, sustituyendo en el estadístico estos valores se obtiene:

$$t = \frac{12,47 - 11,5}{\frac{5,22}{\sqrt{29}}} = 1,00$$

5º Como el contraste es unilateral, buscamos en las tablas de la t de Student, con 29 grados de libertad, el valor que deja por debajo de sí una probabilidad de 0,95, que resulta ser 1,699

6º El valor del estadístico es menor que el valor crítico, por consiguiente se acepta la hipótesis nula.

7º La interpretación sería que no hay evidencia de que el programa sea efectivo.

6) **Problema 6**

Los tiempos de reacción, en mili segundos, de 17 sujetos frente a una matriz de 15 estímulos fueron los siguientes: 448, 460, 514, 488, 592, 490, 507, 513, 492, 534, 523, 452, 464, 562, 584, 507, 461

Suponiendo que el tiempo de reacción se distribuye Normalmente, determine un intervalo de confianza para la media a un nivel de confianza del 95%

Respuesta:

Mediante los cálculos básicos obtenemos que la media muestral vale 505,35 y la desviación típica 42,54.

Buscando en las tablas de la t de Student con 16 grados de libertad, obtenemos que el valor que deja por debajo una probabilidad de 0,975 es 2,12

Sustituyendo estos valores en la expresión del intervalo de confianza de la media tenemos: (505,35 - 2,12 · 42,54 / 4 ; 505,35 + 2,12 · 42,54 / 4) operando se tiene finalmente un intervalo (482,80 ; 527,90)

7) Problema 7

En una muestra de 65 sujetos las puntuaciones en una escala de extroversión tienen una media de 32,7 puntos y una desviación típica de 12,64.

a) Calcule a partir de estos datos el correspondiente intervalo de confianza, a un nivel del 90%, para la media de la población.

b) Indique, con un nivel de confianza del 95%, cuál sería el máximo error que podríamos cometer al tomar como media de la población el valor obtenido en la estimación puntual.

Respuesta:

a) Buscando en las tablas de la t de Student obtenemos que el valor que deja por debajo una probabilidad del 95% es 1,671 (aproximadamente). Sustituyendo los valores de esta muestra en la expresión del intervalo de confianza obtenemos:

(32,7 - 1,671 · 12,64 / 8 ,, 32,7 + 1,671 · 12,64 / 8) operando llegamos a (30,06 ; 35,34)

Respuesta:

b) En las tablas de la t de Student encontramos que el valor de la variable que deja por debajo una probabilidad de 0,975 es 2. En consecuencia a un nivel de confianza del 95% la media de la población puede valer 32,7 ± 2 · 12,64 / 8; luego el máximo error que se puede cometer, a este nivel de confianza, es: 3,16