

Auxiliar 1

7 de Abril de 2010

1) Pregunta 1

Si el curso IN3401 tiene n alumnos inscritos, calcule la probabilidad de que al menos dos alumnos cumplan año el mismo día. (Asuma que los alumnos nacen cualquier día del año con igual probabilidad).

2) Pregunta 2

Suponga que una urna tiene b bolitas blancas y n bolitas negras. Dos bolitas son extraídas aleatoriamente de la urna devolviendo la primera bolita antes de extraer la segunda.

- Calcule B_1 y B_2 , la probabilidad de que la primera y la segunda bolita sean blancas respectivamente.
- Suponga ahora que junto con devolver la primera bolita a la urna, c bolitas *del mismo color* que la primera son agregadas a la urna. Calcule B_2 .
- Siguiendo el segundo esquema, calcule la probabilidad de que la urna tenga $r+c$ bolitas blancas dado B_2 .

3) Pregunta 3

Un inversionista le ofrece a usted dos portafolios. El portafolio 1 aumenta su valor cada día con probabilidad p y disminuye su valor con probabilidad $(1-p)$ y el portafolio 2 aumenta su valor con probabilidad q y disminuye su valor con probabilidad $(1-q)$. Sin embargo, usted no sabe cual portafolio es cual y el inversionista no se lo quiere decir. Usted decide escoger al azar (lanzando una moneda perfecta) uno de los dos portafolios e invertir su dinero en ese portafolio durante un día. Si el portafolio aumenta de valor, usted mantiene su dinero en el mismo portafolio durante día siguiente, mientras que si el portafolio disminuye su valor, durante el segundo día usted invierte su dinero en el otro portafolio. Calcule la probabilidad de que durante el segundo día el valor de su inversión aumente.

4) Pregunta 4

Se estima que en Chile, uno de cada mil habitantes posee una extraña enfermedad. El costo del tratamiento de la enfermedad cuando ha generado síntomas es de \$ 1.000.000 mientras que el costo del tratamiento de una persona infectada pero que no ha desarrollado los síntomas es de

\$10.000. Para saber si una persona posee la enfermedad o no, se puede realizar un test que tiene un costo de \$10. El test detecta la enfermedad el 99,8% de las veces, si la persona está infectada y con la misma precisión indica que una persona está sana cuando no está infectada.

- a) Si una persona se realiza el test y este indica que está infectada, ¿Cuál es la probabilidad de que efectivamente esté infectada? (Asuma que existen 16.000.000 chilenos)
- b) El Ministerio de Salud propone realizar el test a todos los chilenos y entregarle el tratamiento a todos aquellos que el test hay detectado como infectados. ¿Cuál es el costo de esta iniciativa?
- c) Un académico del DII propone una segunda alternativa: Realizar el test a todos los chilenos, y a aquellos que el test hay detectado como infectados, volver a realizarles la prueba. Si en esta segunda medición, el test arroja que el paciente está infectado, entonces se le entrega el tratamiento. ¿Cuál es el costo de esta iniciativa?

5) Pregunta 5

Un hospital realizó un estudio para evaluar la efectividad de dos drogas para controlar una enfermedad. Los resultados del estudio al cabo de un año de tratamiento se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1: Tabla de Contingencia Pregunta 5

	Tiene enfermedad	No tiene enfermedad	Total
Droga A	10	15	25
Droga B	32	26	58
Total	42	41	83

Calcule:

- a) La probabilidad de que un paciente se encuentre enfermo al final del tratamiento
- b) La probabilidad de que un paciente haya tomado la droga B durante el tratamiento
- c) La probabilidad de que un paciente haya tomado la droga A y esté enfermo al final del tratamiento.
- d) La probabilidad de que un paciente haya tomado la droga B o no tenga la enfermedad al final del tratamiento.
- e) La probabilidad de que un paciente haya tomado la droga B dado que está enfermo al final del tratamiento
- f) La probabilidad de que un paciente esté enfermo dado que tomó la droga B durante el tratamiento.

6) Problema 6

En el mercado se tranzan acciones de dos empresas. La Tabla 2 entrega la información de la media y la desviación estándar de los retornos diarios de cada acción.

Tabla 2: Media y Varianza diaria de los retornos por acción

Acción	Media	Desviación Estándar
Empresa A	0.1%	0.8%
Empresa B	0.3%	1.3%

- a) Si usted pretende realizar inversiones por periodos de un mes. ¿Cuál es la media y la varianza mensual para el retorno de cada acción?
- b) Ahora a usted se le ocurre combinar las acciones en un solo portafolio con un 50% del portafolio invertido en la acción A y el otro 50% invertido en la acción B, cual es la media y la desviación estándar del portafolio. Suponga que el coeficiente de correlación entre los retornos de las acciones es de 0.3.
- c) Encuentre los porcentajes invertidos en cada acción de manera de minimizar la varianza diaria del portafolio.