

Test de Hipótesis

190

- El propósito del análisis estadístico es reducir el nivel de incertidumbre en la toma de decisiones.
- Sólo es posible tomar buenas decisiones cuando se cuenta con suficiente información. La prueba de hipótesis es una herramienta muy efectiva, utilizada en muchas circunstancias:
 - Un embotellador de bebidas desea determinar si el peso promedio del contenido de sus botellas es medio litro.
 - Se desea certificar que la proporción de productos defectuosos es menor al 1% del total.
 - Se desea verificar que los costos promedio de producción se encuentran bajo los US\$5 por unidad.

Test de Hipótesis(2)

191

- Para realizar un test de hipótesis, se realiza alguna inferencia con sentido respecto a la población.
- Ej: La media del contenido en botellas es $\mu=500\text{cc}$. Ésta se conoce como hipótesis nula H_0 .
- La hipótesis nula se prueba contra la *hipótesis alternativa* H_1 , que establece lo contrario: $H_1: \mu \neq 500\text{cc}$.
- De acuerdo a los datos muestrales, H_0 puede rechazarse o no rechazarse.

Test de Hipótesis(3)

192

- Siguiendo el ejemplo, se puede tener una media muestral de 505cc.
- ¿Se puede concluir que la media poblacional no es 500cc.?
- Probablemente no. Esta diferencia podría deberse a un error de muestreo.
- En este caso, esta diferencia se consideraría *estadísticamente insignificante*. El problema radica en identificar que tan grande puede ser una diferencia para considerarla estadísticamente insignificante.

Test de Hipótesis(4)

193

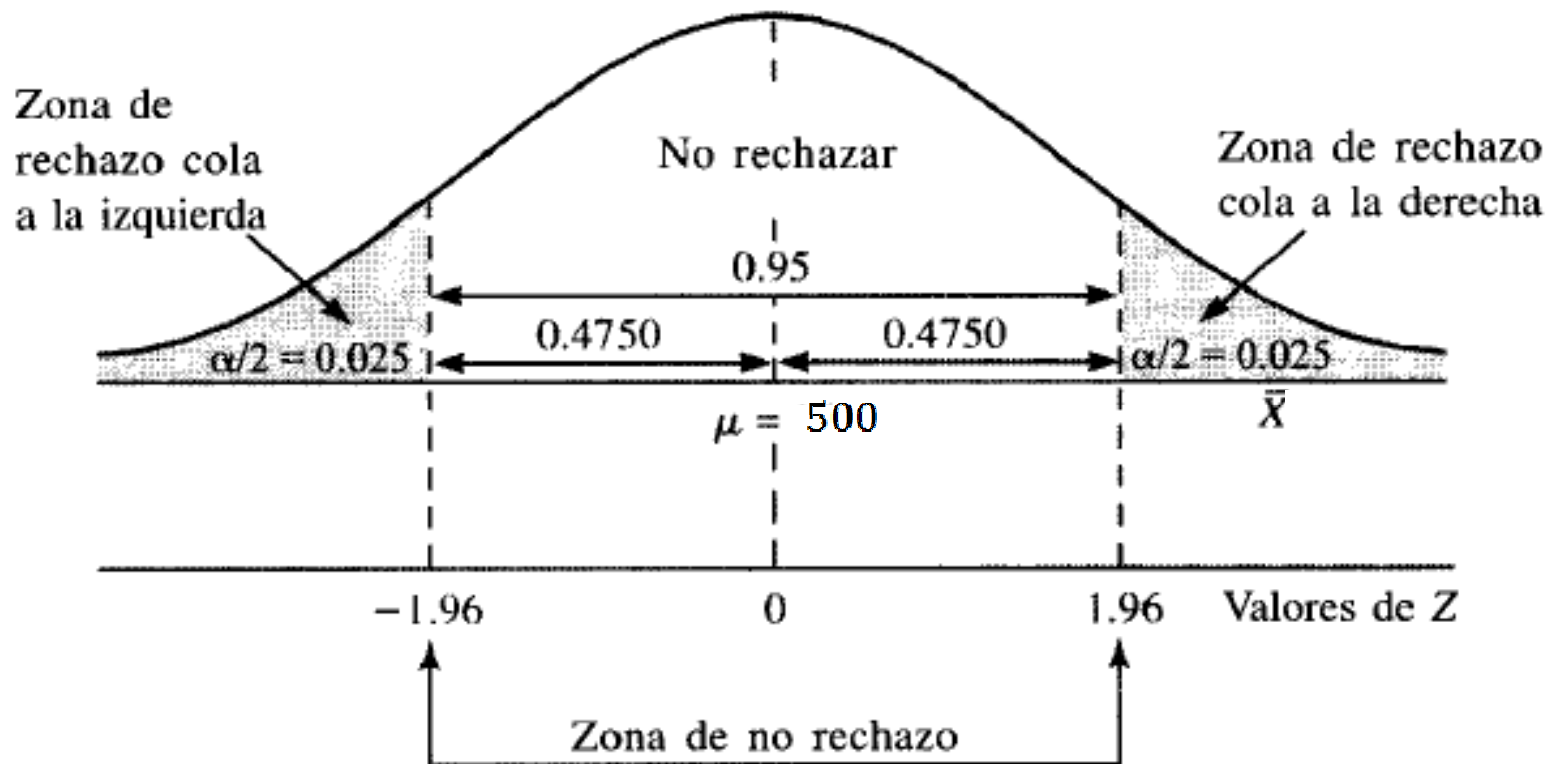
- Recordando las distribuciones muestrales, podemos aplicar la fórmula Z:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Asumiendo varianza poblacional desconocida, puede utilizarse la varianza muestral. La regla empírica indica que el 95% de las veces la media muestral esta a 1.96 desviaciones de la media poblacional.

Test de Hipótesis(5)

(194)



Existe un 95% de probabilidad de que los resultados muestrales puedan caer entre ± 1.96 si la hipótesis nula es verdadera.

Test de Hipótesis(6)

195

- Valores críticos de $Z \pm 1.96$ permiten establecer una regla de decisión que diga si se rechaza la hipótesis nula o no:
- “No se rechaza H_0 si los valores Z están entre ± 1.96 . Se rechaza si el valor de Z es menor que -1.96 o mayor que 1.96 ”
- Se conoce como error tipo I el rechazar H_0 cuando es verdadera. Este error equivale al nivel de significancia o valor α .

Test de Hipótesis(7)

196

- El error tipo II corresponde a no rechazar una hipótesis que es falsa, y se identifica con la letra β .
- El error tipo II es difícil de determinar, pero a través de los costos de los errores permite establecer diferentes valores para α .
- Ej: si es más costoso equivocarse al rechazar la hipótesis nula, yo puedo “exigirle más” al test, disminuyendo α al 1%.

Test de Hipótesis –Prueba de 2 colas

197

Se deben seguir los siguientes pasos:

- Plantear la hipótesis
- Con base a los resultados de la muestra, calcular el valor del estadístico de prueba Z .
- Determinar la regla de decisión con base a los valores críticos de Z .
- Interpretación y conclusiones.

Test de Hipótesis – Prueba de 2 colas(2)

198

- Retomando el ejemplo del embotellador:

$$H_0: \mu = 500\text{cc.}$$

$$H_1: \mu \neq 500\text{cc.}$$

- Para probar la hipótesis nula se calcula el estadístico de prueba Z, por lo general asumiendo varianza poblacional desconocida:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_H}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Test de Hipótesis –Prueba de 2 colas(3)

199

- Si el embotellador selecciona una muestra de 50 botellas y la media muestral es 505cc. y la desviación estándar es $s=2.3$, Z es:

$$Z = \frac{505 - 500}{\frac{2.3}{\sqrt{50}}} = 15,7$$

- Utilizando la regla de decisión: “No se rechaza H_0 si los valores Z están entre ± 1.96 . Se rechaza si el valor de Z es menor que -1.96 o mayor que 1.96 ”. Se rechaza la hipótesis nula ya que se encuentra en la región de rechazo.

Test de Hipótesis –Prueba de 2 colas(3)

200

- Esto significa que la media poblacional NO es 500cc.?
- No del todo, la media poblacional podría ser 500cc., sin embargo, la probabilidad de cometer el error tipo I es de sólo un 2,5%.

Test de Hipótesis –Prueba de una cola

201

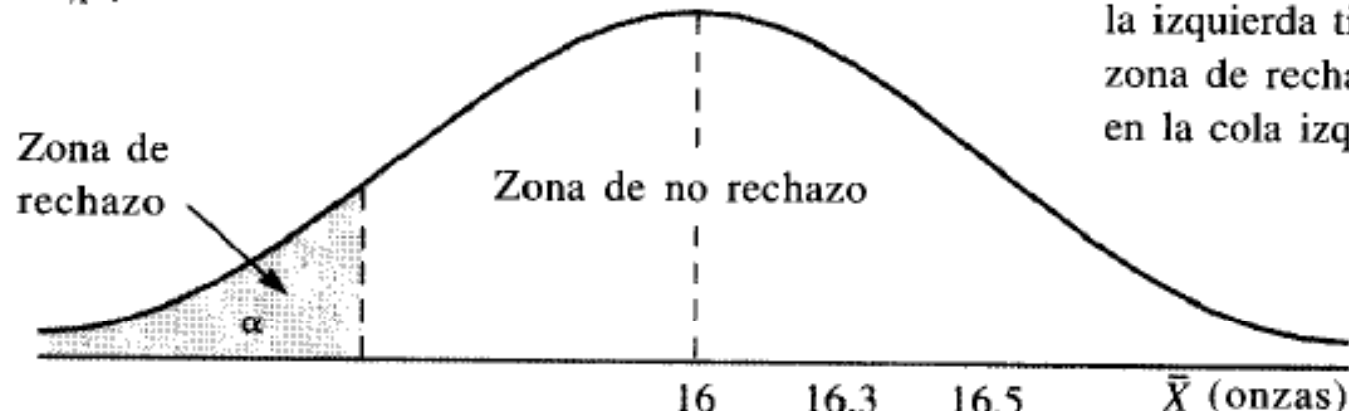
- En algunos casos sólo interesa un extremo u otro.
- Un restaurante de comida fresca no se interesa en saber qué tan rápidos son sus proveedores, sólo si toman demasiado tiempo.
- Un minorista se alarmará sólo si sus ingresos son demasiado bajos, ventas altas no son un problema.

Test de Hipótesis – Prueba de una cola(2)

(202)

(b) $H_0: \mu \geq 16$

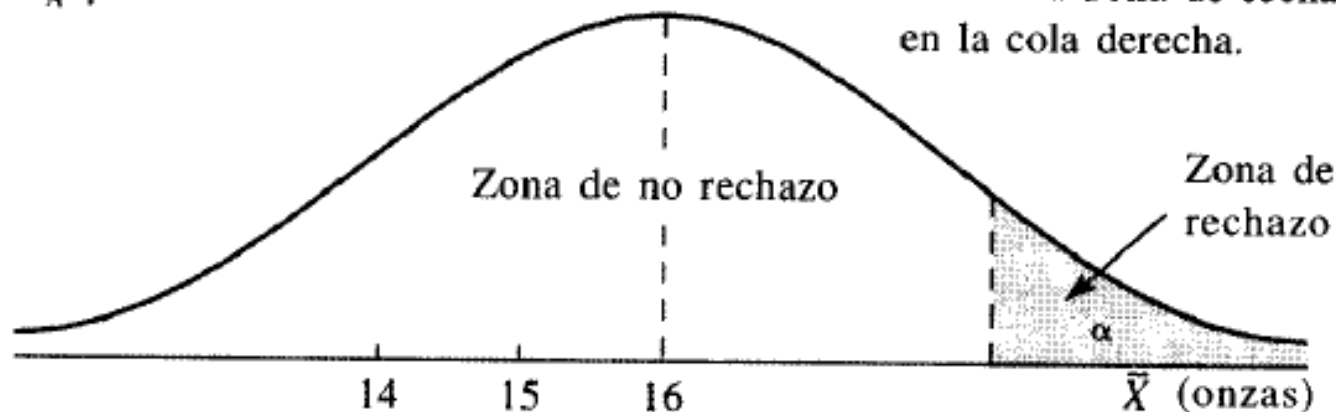
$H_A: \mu < 16$



Una prueba de cola a la izquierda tiene una zona de rechazo sólo en la cola izquierda.

(c) $H_0: \mu \leq 16$

$H_A: \mu > 16$



Una prueba de cola a la derecha tiene una zona de rechazo sólo en la cola derecha.

Test de Hipótesis –Prueba de una cola(3)

203

- En vez de plantear que el contenido de las botellas es igual a 500cc., puede definirse como hipótesis nula que el contenido sea “al menos” 500cc., versus un contenido mayor a 500cc:

$$H_0: \mu \leq 500\text{cc.}$$

$$H_1: \mu > 500\text{cc.}$$

- En este caso sólo los valores significativamente por arriba pueden ser causa del rechazo de la hipótesis nula. Ahora se considera el 5% superior como zona de rechazo.

Test de Hipótesis –Prueba de una cola(4)

204

- Ej: En una reunión informativa, el gerente de un hotel reportó que el n° promedio de habitaciones alquiladas por noche es al menos 212. Un funcionario corporativo considera que esta cifra puede estar sobrestimada.
- Una muestra de 150 noches produce una media de 201 hab. Y una desv. de 45.5 hab. Si estos resultados sugieren que el gerente ha inflado su reporte, será amonestado severamente.
- A un nivel de 1% ¿cuál es el destino del gerente?

Test de Hipótesis –Prueba de una cola(4)

205

- Se utiliza un test de una cola:

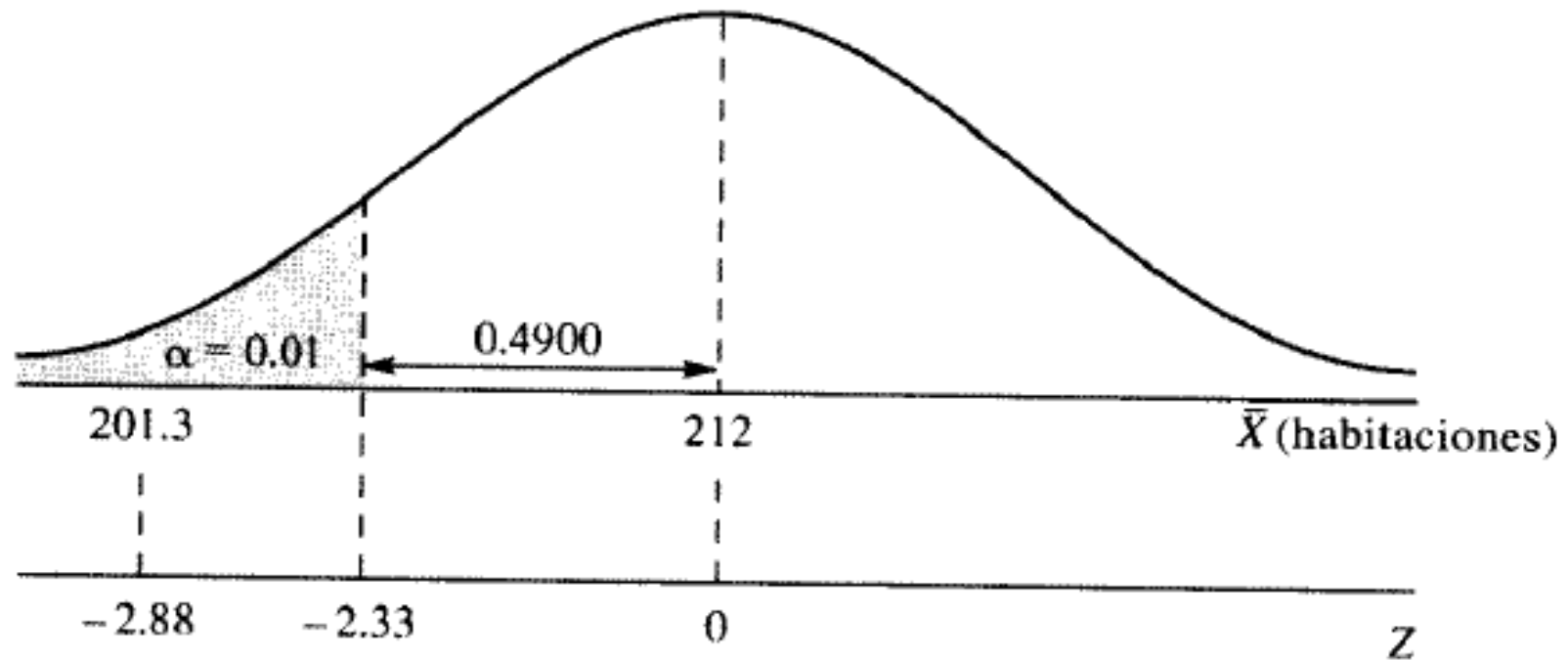
$$H_0: \mu \geq 212 \quad H_A: \mu < 212$$

- El valor de Z es:
$$Z = \frac{201.3 - 212}{\frac{45.5}{\sqrt{150}}} = -2.88$$

- Como muestra la figura, un $\alpha=1\%$ deja un área de 0.49 que, de la tabla Z, requiere un valor crítico de -2.33:

Test de Hipótesis – Prueba de una cola(4)

206



Test de Hipótesis –Prueba de una cola(5)

207

- De acuerdo a la regla de decisión:

“No rechazar H_0 si $Z \geq -2.33$. Rechazar H_0 si $Z < -2.33$ ”

Z se encuentra en la zona de rechazo, la hipótesis nula no se confirma.

- El gerente probablemente recibirá una reprimenda.