- Ej: un cilindro infinitamente largo de radio R tiene una magnetizacion paralela al eje $\vec{M} = kr\,\hat{z}$

  en donde k es una constante, y r es la distancia al eje. No hay corriente libre. Encuentre el campo magnético.

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 kr\,\hat{z}$$ Dentro, y 0 afuera

Condiciones de borde

- Entre dos medios, al condiciones para los campos son, usando el hecho de que:
- $\nabla \cdot \mathbf{H} = -\nabla \cdot \mathbf{M}$
- $H_2^{\perp} - H_1^{\perp} = -(M_2^{\perp} - M_1^{\perp})$
- La condición para el campo magnético ahora es:

$$\boldsymbol{H}_2^{\parallel} - \boldsymbol{H}_2^{\parallel} = \boldsymbol{K}_{libre} \times \hat{n}$$

Medios lineales y no-lineales

- En general, si el campo B no es muy intenso, la magnetización tiene un comportamiento lineal, luego se puede escribir:
- $$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$
- En donde χ_m es la susceptibilidad magnética, la cual es tipicamente del orden de 10^{-5}.
- Los medios que cumplen tal relación se dicen lineales, luego:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \longrightarrow \mu \equiv \mu_0(1 + \chi_m)$$

Permeabilidad magnética

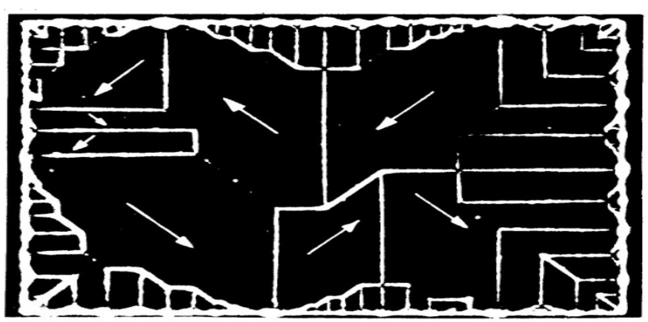
Material	χ_v (volume susc.)	
Unit	SI	CGS (*emu*)
vacuum	0	0
water [10]	-9.035×10^{-6}	-7.190×10^{-7}
bismuth [11]	-1.66×10^{-4}	-1.32×10^{-5}
Diamond [12]	-2.2×10^{-5}	-1.7×10^{-6}
Graphite [13] $\chi_\perp$(to c-axis	-1.4×10^{-5}	-1.1×10^{-6}
Graphite [13] $\chi_{\|\|}$	-6.1×10^{-4}	-4.9×10^{-5}
Graphite [13] $\chi_{\|\|}$	-8.3×10^{-4}	-6.6×10^{-5}
He [14]	-9.85×10^{-10}	-7.84×10^{-11}
Xe [14]	-2.37×10^{-8}	-1.89×10^{-9}
O_2 [14]	3.73×10^{-7}	2.97×10^{-8}
N_2 [14]	-5.06×10^{-9}	-4.03×10^{-10}
Al	2.2×10^{-5}	1.75×10^{-6}
Ag [15]	-2.31×10^{-5}	-1.84×10^{-6}

- Ejemplo: un solenoide infinito está lleno de un material de susceptibilidad magnetica χ_m. Encuentre el campo magnético dentro del solenoide.

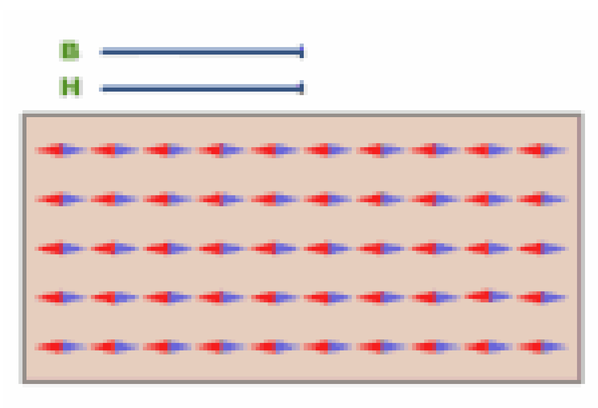
$$\mathbf{B} = \mu_0(1 + \chi_m)nI\,\hat{\mathbf{z}}$$

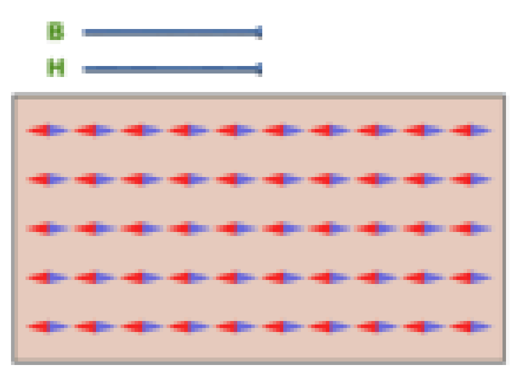
Ferromagnetismo

- En los materiales ferromagnéticos se crean dominios en los cuales los momentos magnéticos se alinean en forma espontánea.

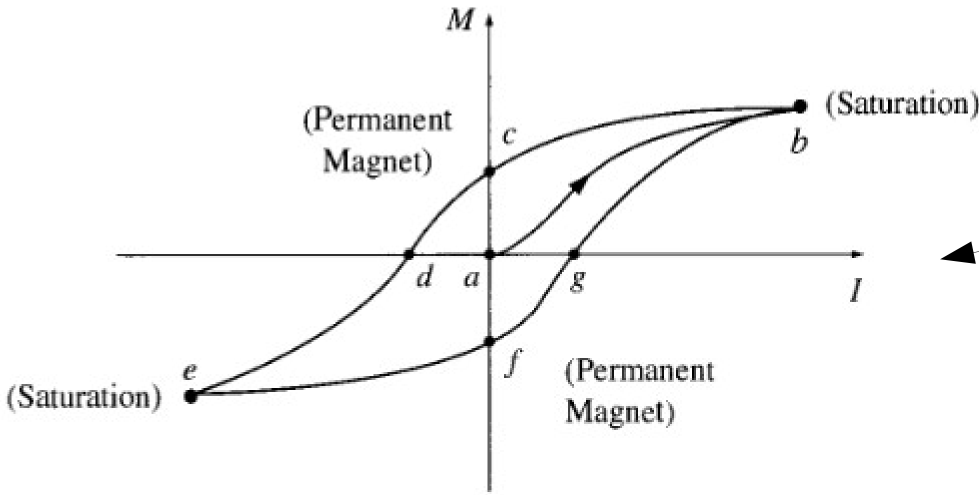


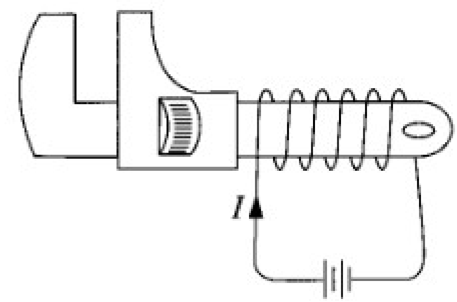
Al aplicar un campo magnético externo, los dominios tienden a alinearse con el campo externo



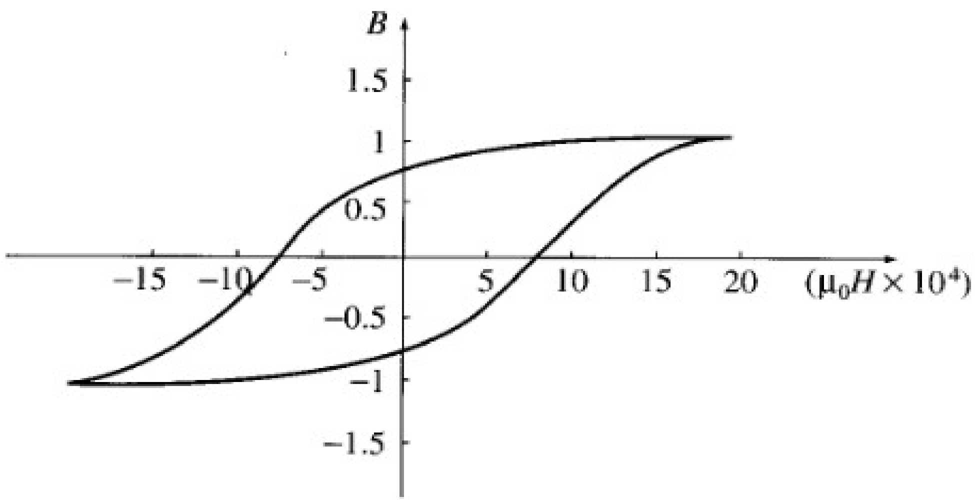


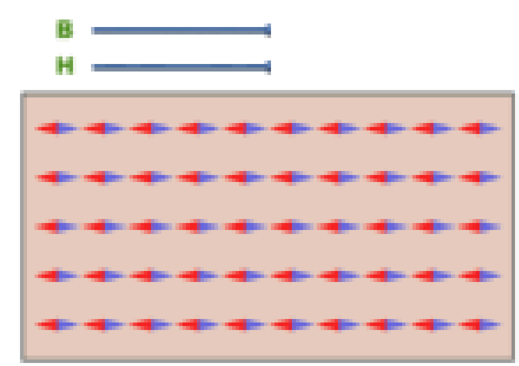
- La dependencia de la magnetización con el campo luego no es lineal, y depende de la historia de la magnetización.





Luego, se obtiene histéresis





- E ferromagnetismo de un material desaparece a altas temperaturas. La temperatura a la cual ocurre esta transición es la temperatura de Curie.

Energía de un dipolo en un campo magnético

- En un campo magnético externo B, la energia de un dipolo m será:
- $$U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$$
-
- Dos dipolos m_1 y m_2 tendrán una energía de interacción:

$$U = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r^3}[\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2 - 3(\mathbf{m}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}})(\mathbf{m}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}})]$$

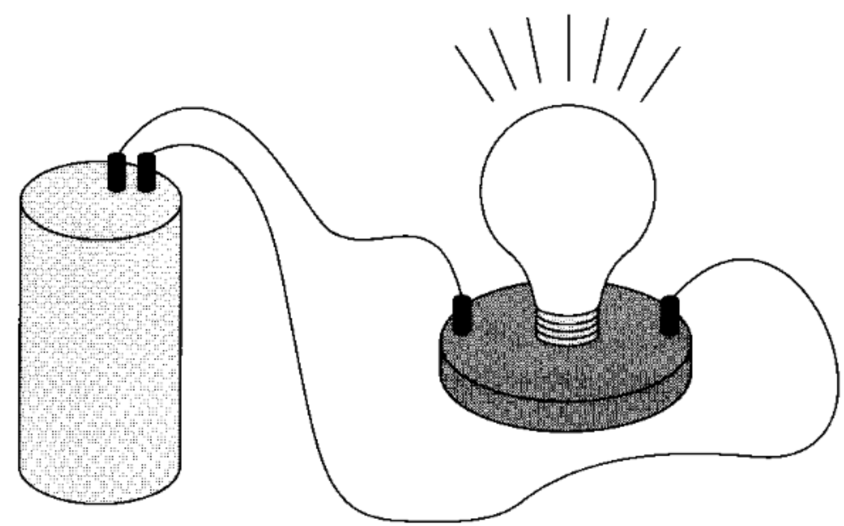
Electrodinámica

- Ley de Ohm: en la mayor parte de los materiales, la densidad de corriente **J** es proporcional a la fuerza por unidad de carga **f**:
- $$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{f}$$
- La constante de proporcionalidad σ es la conductividad del material. La fuerza f es usualmente de naturaleza eléctrica:

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

- Fuerza electromotriz: cuando en un circuito circula una corriente, hay una fuerza sobre las cargas que hace que se muevan, una fuerza por unidad de carga $\mathbf{f}_s$ debida a la batería, y la fuerza electrosctática **E** que comunica la influencia de la fuente a partes distantes del circuito:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_s + \mathbf{E}$$

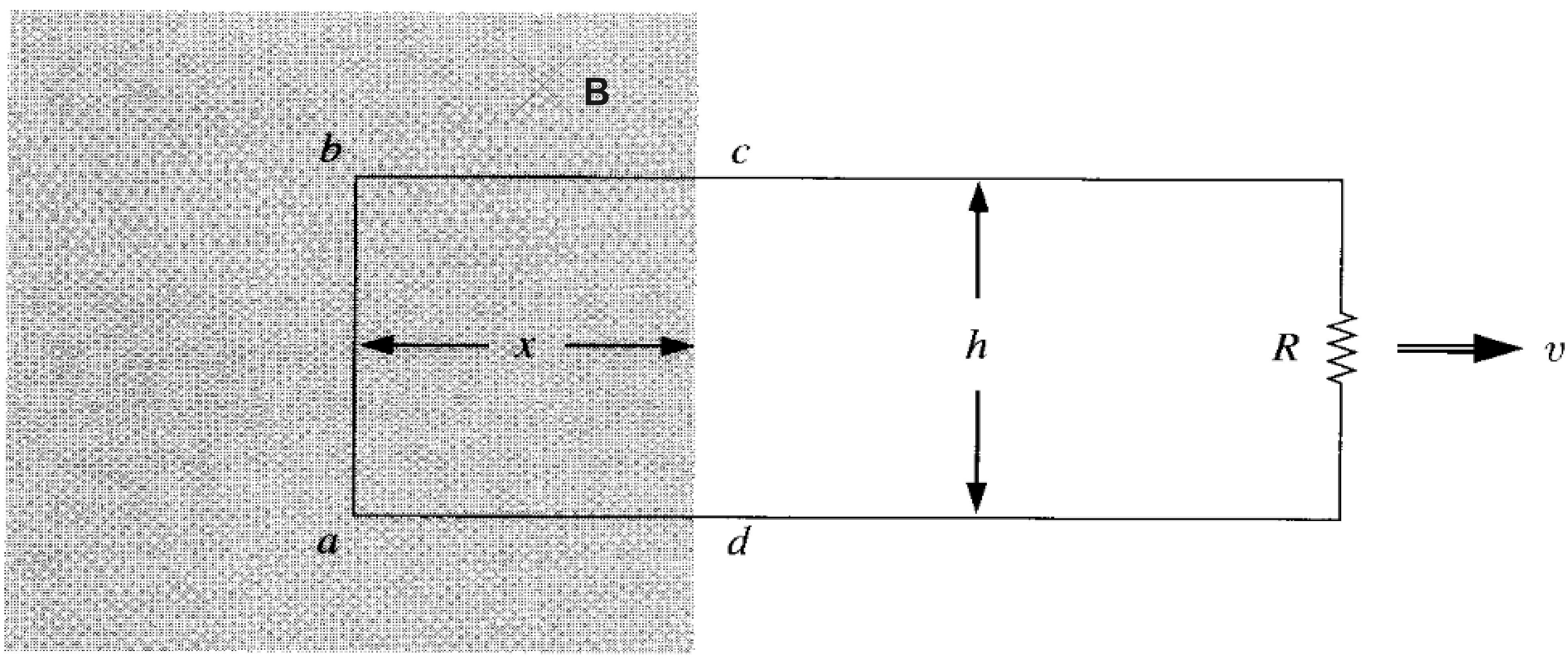


- El efecto neto de la fuerza **f** estará dado por la integral de linea en el circuito:
-
$$\mathcal{E} \equiv \oint \mathbf{f} \cdot d\mathbf{l} = \oint \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l}$$
-
- La cantidad $\mathcal{E}$ es llamada la fuerza electromotriz, o fem. No es una fuerza, sin embargo se llama tradicionalmente así.

- Ejemplo: bateria sin resistencia:
- $\sigma = \infty \longrightarrow \mathbf{E} = -\mathbf{f}_s$
- $$V = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l} = \oint \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l} = \mathcal{E}$$

FEM de sistemas en movimiento

- Considere el sistema de la figura. En la zona oscura, hay un campo magnético que apunta hacia adentro.



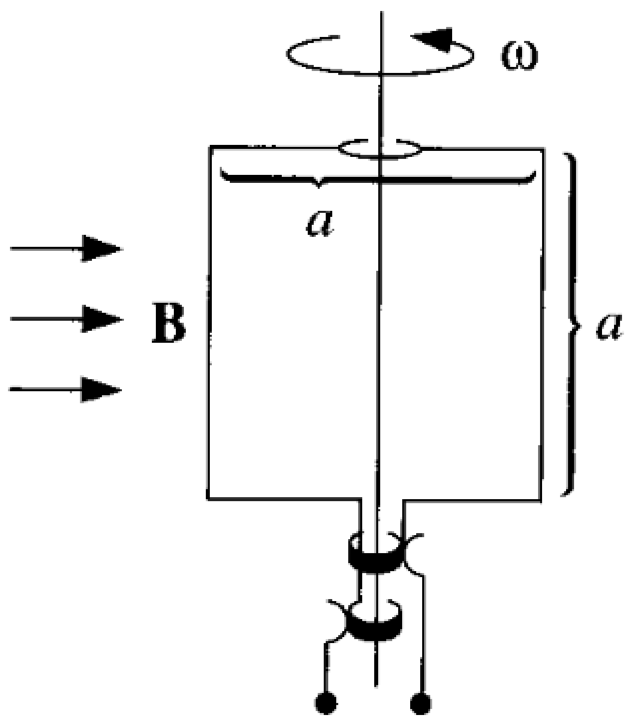
- La fem estará dada por:
-
$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{f}_{\text{mag}} \cdot d\mathbf{l} = vBh$$
-
- Ahora, esta fem puede ser expresada de otro modo. Si definimos el flujo Φ de campo magnético en la espira:

$$\Phi \equiv \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}$$

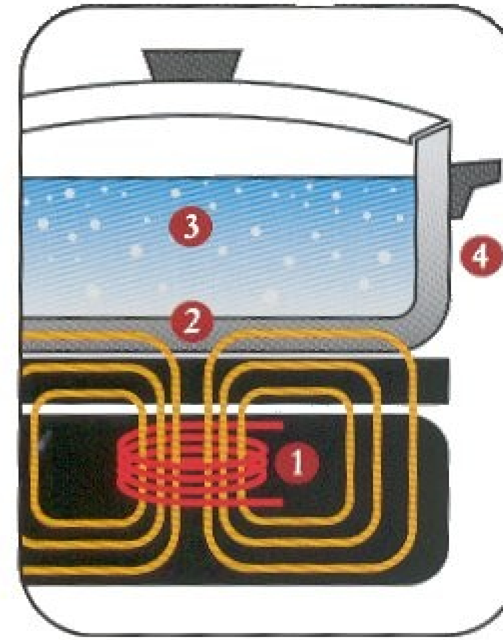
- Luego:
- $$\Phi = Bhx$$
- A medida que la espira se mueve, el flujo disminuye, luego:
- $$\frac{d\Phi}{dt} = Bh\frac{dx}{dt} = -Bhv$$
-
- Y podemos escribir:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

- Ej: encuentre la fem inducida en función del tiempo en el sistema mostrado:



Cocina de inducción electromagnética



El campo magnético variable induce corrientes eddy (de remolino) en la olla, la cual debido a la resistencia del material se calienta

Eficiencia del 90%