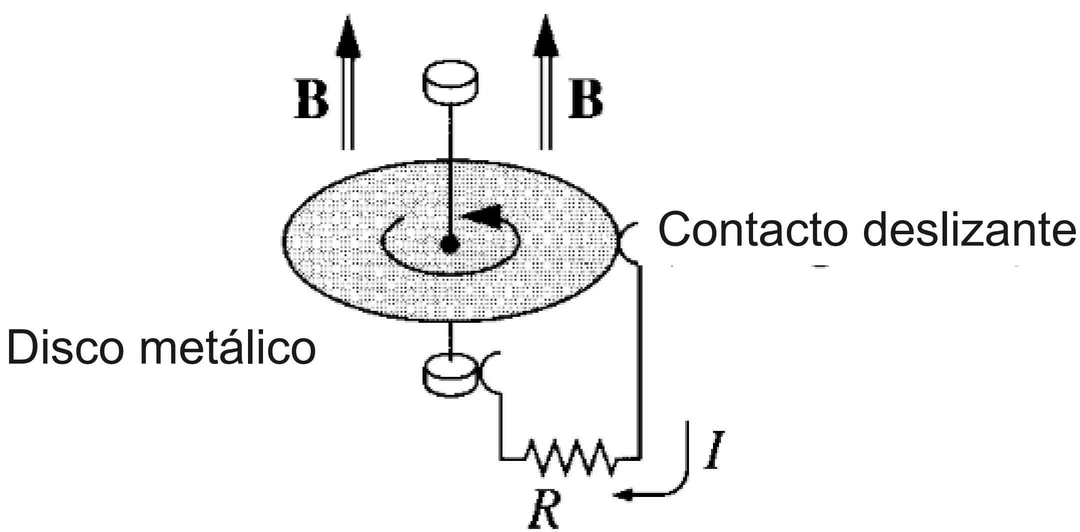
- La ley de flujos es muy útil, sin embargo, hay casos en los cuales no es aplicable. Ej encuentre la corriente en la resistencia en el sistema mostrado:



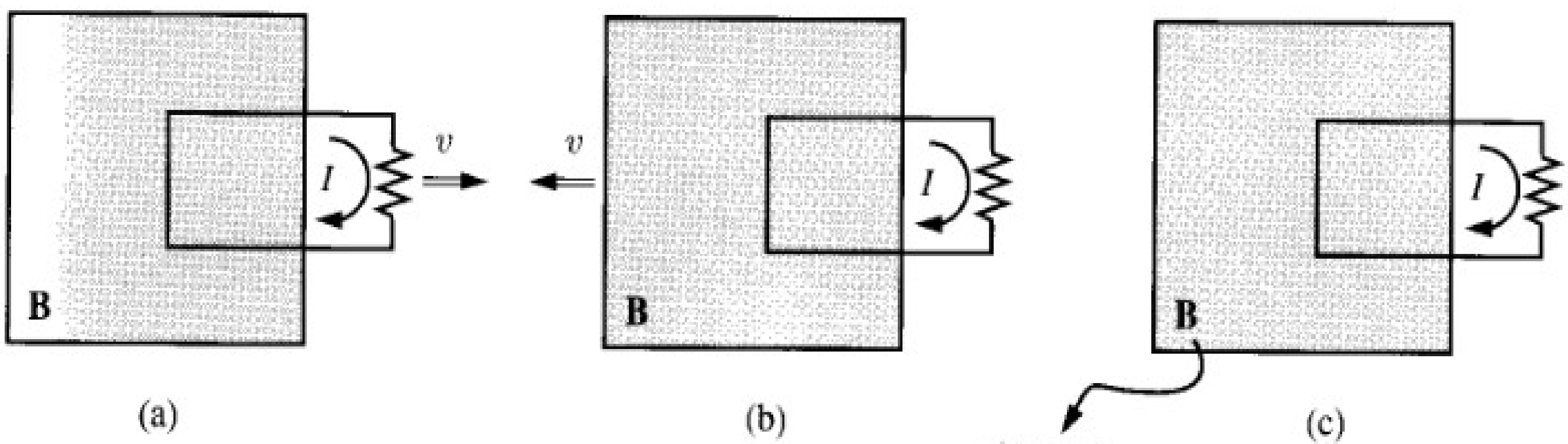
$$\mathcal{E} = \int_0^a f_{\text{mag}}\, ds = \omega B \int_0^a s\, ds = \frac{\omega B a^2}{2},$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\omega B a^2}{2R}.$$

Inducción electromagnética

- Ley de Faraday

  En la figura se pueden ver tres situaciones en las cuales se inducira una corrente en la resistencia: a) mover la espira, b) mover el campo magnético, c) Cambiar la magnitud del campo magnético.



Campo
Magnético variable

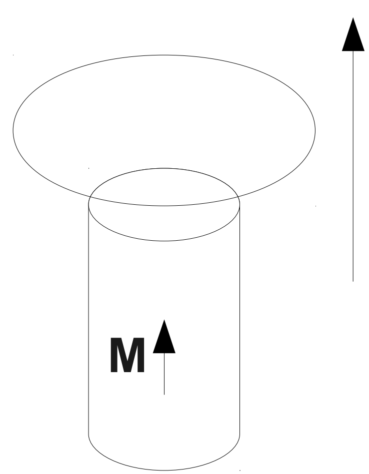
- En el caso c), la fem inducida no es de origen magnética, pues el loop no se mueve. En ese caso, debe inducirse un campo eléctrico. O sea, un campo magnético variable, induce un campo eléctrico.
- $$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$
-
- Luego:

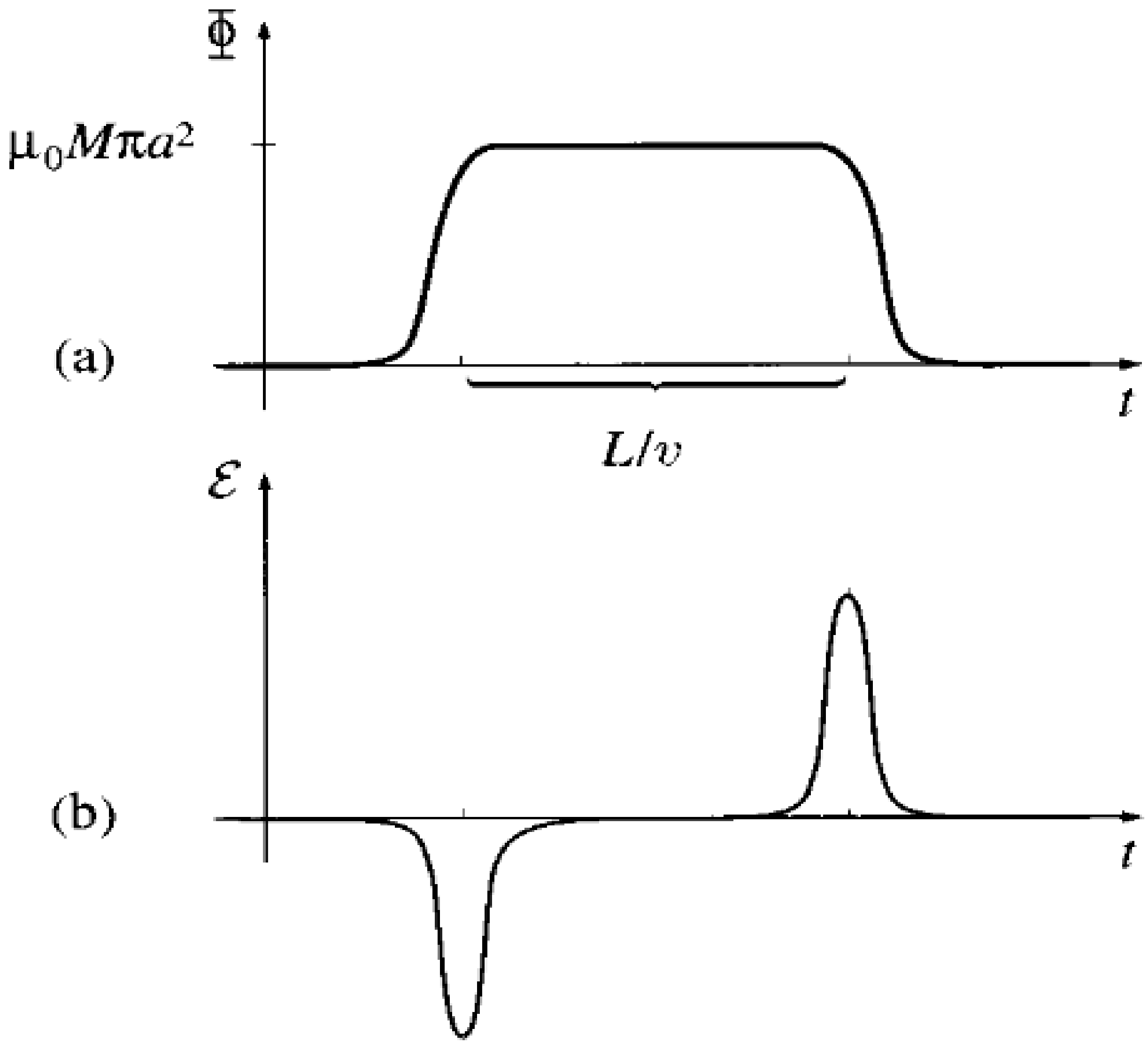
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{a}$$

- Usando el teorma de Stokes con la primera integral:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

- Ejemplo: un cilindro magnético de largo L y radio r tiene una magnetización M paralela a su eje. Pasa a velocidad constante a través de una espira circular de radio levemente mayor. Grafique la fem inducida en el anillo como función del tiempo.



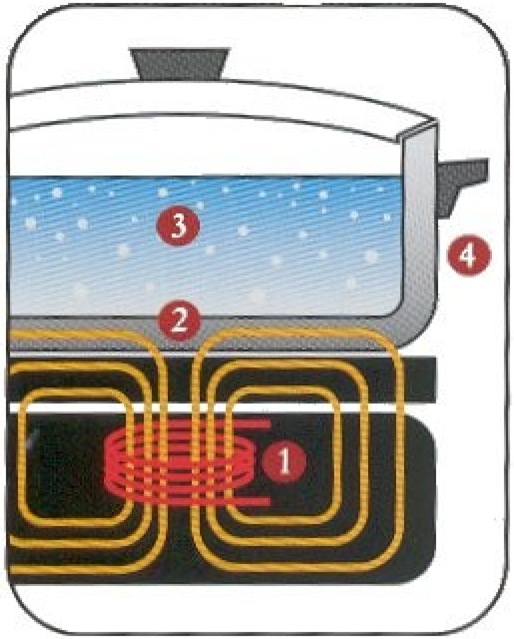


Cuando el clindro va entrendo a la espira, el flujo aumenta, y se produce una corriente en la espira que crea un campo magnético en la dirección contraria. Cuando el cilindro va dejando la espira, el fujo disminuye, y se produce en la espira una corriente que genera un campo magnético en la dirección del campo del cilindro.

- Lo anterior se resume en la Ley de Lenz:

  La naturaleza evita el cambio en el flujo

- Ejemplo: cocina de inducción magnética



- Un campo magnético uniforme **B**(t)=B(t)**ẑ** se encuentra en una region circular en el plano xy. Calcule el campo eléctrico inducido si B(t) cambia.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E(2\pi s) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\pi s^2 B(t)\right) = -\pi s^2 \frac{dB}{dt}.$$

$$\mathbf{E} = -\frac{s}{2}\frac{dB}{dt}\,\hat{\boldsymbol{\phi}}.$$

- Al interior de una rueda de radio b en cuyo aro hay depositada una carga superficial lineal fija λ hay un campo magnético uniforme B confinado a una region de radio a perpendicular al plano de la rueda. El campo se apaga en cierto momento. ¿Que sucedera con la rueda? rspta: Gira.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi a^2 \frac{dB}{dt} \qquad N = b\lambda \oint E\, dl = -b\lambda\pi a^2 \frac{dB}{dt}$$

$$\int N\, dt = -\lambda\pi a^2 b \int_{B_0}^{0} dB = \lambda\pi a^2 b B_0$$

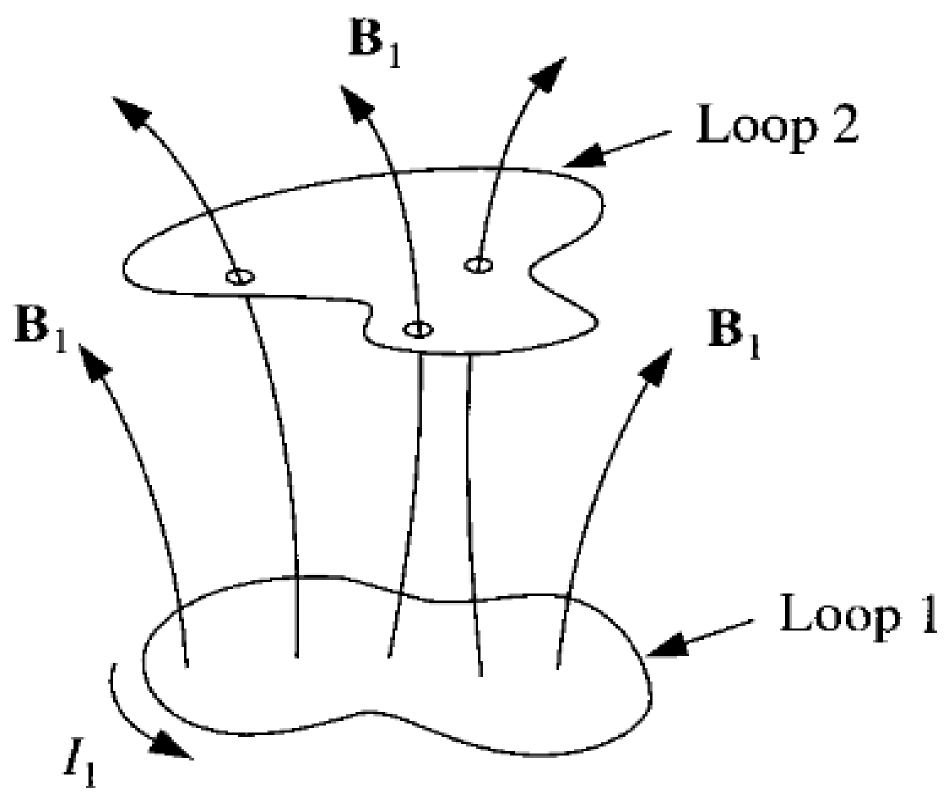
Aproximación cuasiestática

- Al calcular los campos electricos o magnéticos usamos las leyes de megnetostática. Estas no son válidas si hay cambios en los campos, pero si los cambios son lentos, y a distancias cortas, la aproximación es válida. Las complicaciones aparecen debido a que los campos viajan a la velocidad de la luz. Si los tiempos involucrados en el sistema son mucho menores que lo que se demora la luz en recorrer las distancias involucradas, luego la aproximación cuasiestática es válida.

Inductancia

- Suponga que por una espira circula una corriete I_1, luego:
-
  $$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \oint \frac{d\mathbf{l}_1 \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$
-
- El flujo captado por la segunda espira será

$$\Phi_2 = \int \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{a}_2$$



- Luego, podemos escribir en función de la inductancia mutua M_{21}:

$$\Phi_2 = M_{21} I_1$$

-
- Y

$$\Phi_2 = \int \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{a}_2 = \int (\nabla \times \mathbf{A}_1) \cdot d\mathbf{a}_2 = \oint \mathbf{A}_1 \cdot d\mathbf{l}_2$$

$$\mathbf{A}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{l}_1}{\mathscr{r}} \quad ; \quad \Phi_2 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint \left(\oint \frac{d\mathbf{l}_1}{\mathscr{r}} \right) \cdot d\mathbf{l}_2.$$

Luego
$$M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \oint \frac{d\mathbf{l}_1 \cdot d\mathbf{l}_2}{\mathscr{r}}.$$

- Vemos que la inductancia mutua es una cantidad que depende solo de la forma de los loops.
- La inductancia mutua es simétrica en los indices 1 y 2, o sea:

$$M_{21} = M_{12} \quad = M$$

- Ahora, si la corriente en el loop 1 cambia, se inducirá na fem en el loop 2:
-

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -M\frac{dI_1}{dt}$$

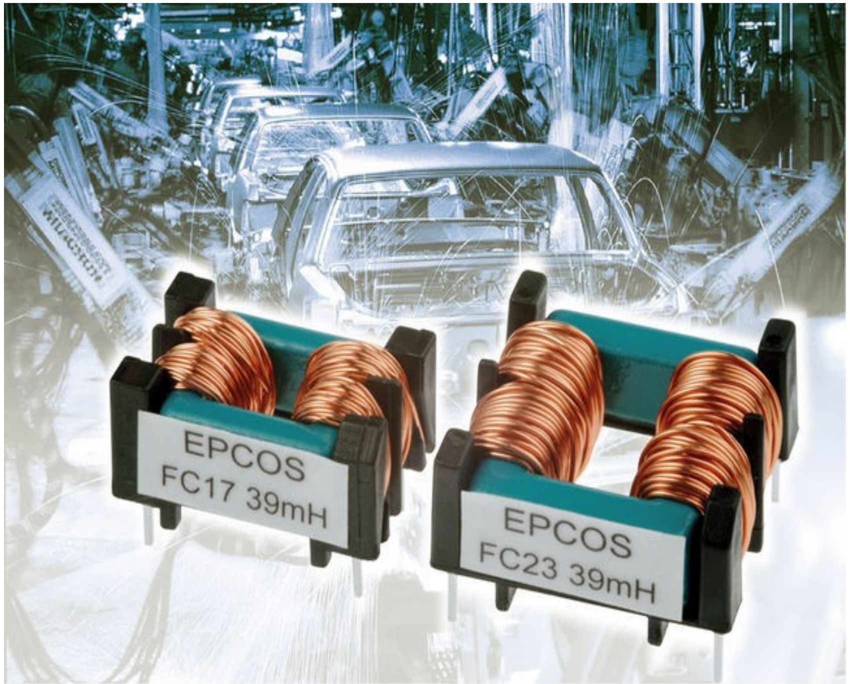
-
- De igual modo, el cambio en el flujo en la espira 1 inducirá una fem en la misma. El flujo por a espira 1 será, en función de la inductancia *L*:
-

$$\Phi = LI$$

- Luego:

$$\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$$

- La inductancia se mide en Henries (H).
- 1H=1Vs/A



- Ejemplo: encuentre la inductancia de un toroide de sección rectangular de altura h, radio interior a y radio exterior b, el cual tiene un total de N vueltas.

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi s}$$

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi} h \int_a^b \frac{1}{s}\, ds = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

- Considere el circuito de la figura. ¿Cómo será la corriente en función del tiempo?