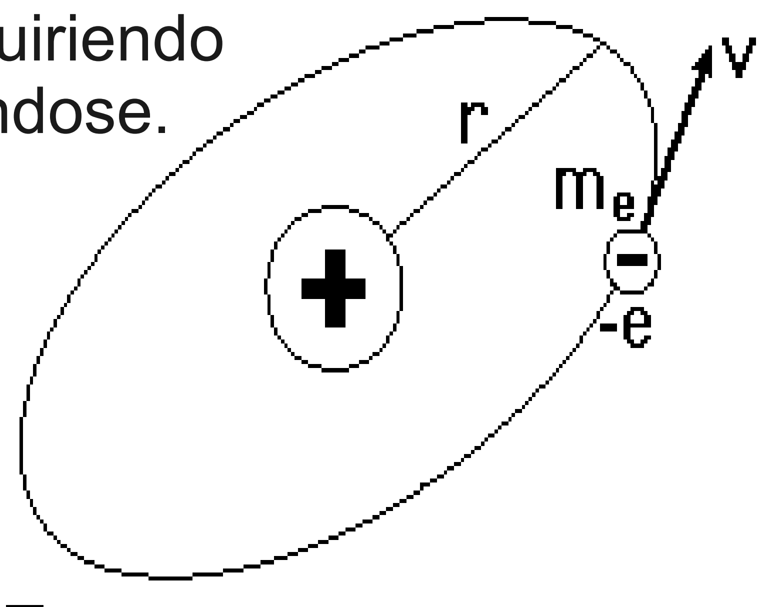
Campos magnéticos en medios materiales

- En los medios materiales existen pequeños circuits de corriente: los electrones que giran en torno a los átomos (momentum angular orbital), y los electrones que giran sobre sí mismos (spin o momentum angular intrínsico), los cuales puede ser tratados como dipolos magnéticos.
- Cuando el medio es expuesto a un campo magnético externo, los dipolos se alinean con el campo magntico en cierto grado, adquiriendo polarización magnética, o magnetizándose.



- La magnetización puede ser en el mismo sentido del campo externo (paramagnetismo), pero también en sentido contrario (diamagnetismo), o sea, el medio puede repeler el campo externo.
- Existen medios los cuales retienen la magnetización incluso luego de haber retirado el campo externo (ferromagnetismo). Ej: hierro, niquel, cobalto.

- Ej: rana diamagnética en campo de 16 T.

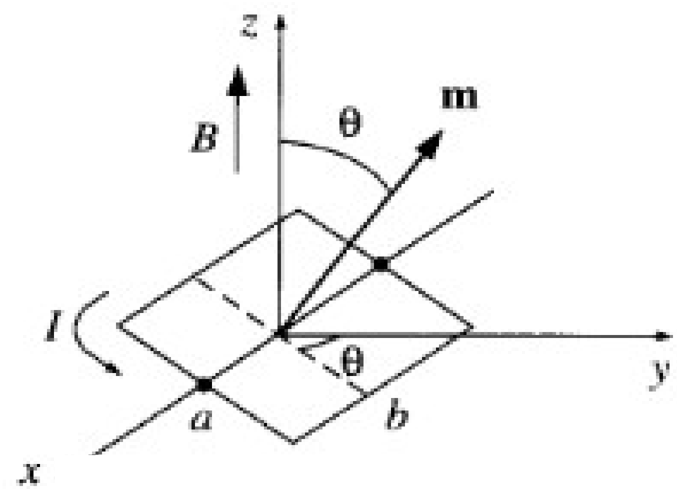
Torque sobre una espira

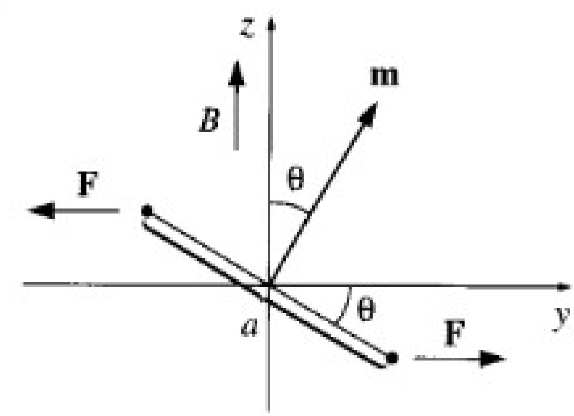
- Suponga una espira cuadrada de momento magnético **m** en un campo externo **B** como en la figura.
- El torque **N** sobre la espira
- se puede calcular:

$$\mathbf{N} = aF\sin\theta\,\hat{\mathbf{x}}$$

$$F = IbB$$

$$\mathbf{N} = IabB\sin\theta\,\hat{\mathbf{x}} = mB\sin\theta\,\hat{\mathbf{x}}$$



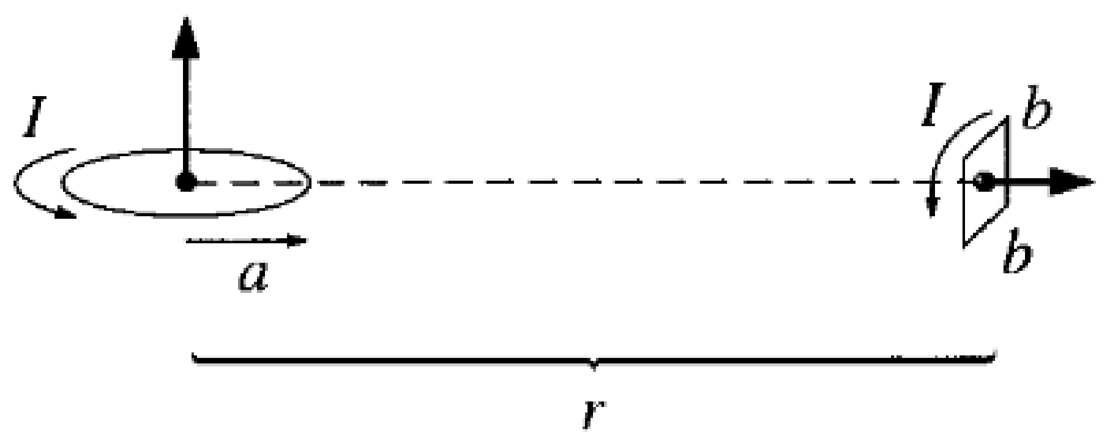


- Luego:
- $$\mathbf{N} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$
-
- En un campo magnético externo **uniforme** la fuerza en un loop cerrado es cero:
- $$\mathbf{F} = I \oint (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) = I \left(\oint d\mathbf{l} \right) \times \mathbf{B} = 0$$
-
- Si el campo no es uniforme, puede haber una fuerza

- Para un momento magnético **m** producido por una corriente infinitesimal:

$$\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B})$$

- Ejemplo: calcule el torque producido sobre la espira cuadrada:



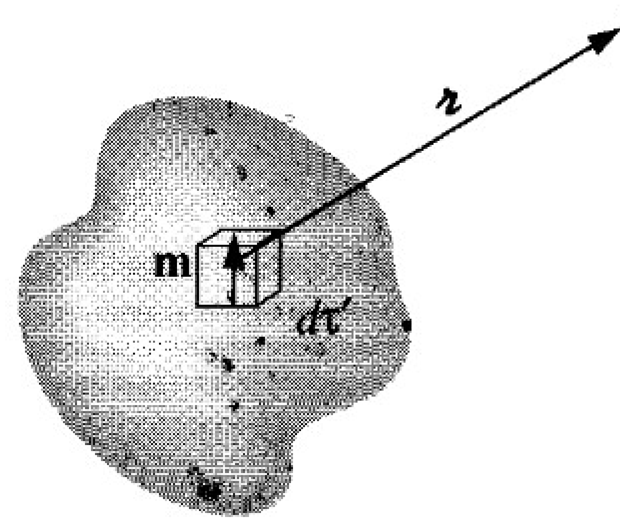
Magnetización

- Diremos que la magnetización de un objeto sera:
- **M**=momento magnético por unidad de volumen

Campo magnético producido por un objeto magnetizado

- El potecial magnético vector producido por un momento magnético **m** será:
-
$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{m}\times\hat{\boldsymbol{\mathscr{r}}}}{\mathscr{r}^2}$$
-
- Luego, el potencial producido por todo el objeto será:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}')\times\hat{\boldsymbol{\mathscr{r}}}}{\mathscr{r}^2}\,d\tau'$$



- Usando: $$\nabla' \frac{1}{\mathscr{r}} = \frac{\hat{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}^2}$$
-
- $$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \int \frac{1}{\mathscr{r}} [\nabla' \times \mathbf{M}(\mathbf{r}')]\, d\tau' - \int \nabla' \times \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}')}{\mathscr{r}} \right] d\tau' \right\}$$
-
- Integrando por partes:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \int \frac{1}{\mathscr{r}} [\nabla' \times \mathbf{M}(\mathbf{r}')]\, d\tau' - \int \nabla' \times \left[\frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}')}{\mathscr{r}} \right] d\tau' \right\}$$

- Transformando la seguda integral a una integral de area:
-
$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{1}{\mathscr{r}}[\nabla' \times \mathbf{M}(\mathbf{r}')]\, d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint \frac{1}{\mathscr{r}}[\mathbf{M}(\mathbf{r}') \times d\mathbf{a}']$$
-
- Podemos introducir las corrientes de magnetización:

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M}$$

$$\mathbf{K}_b = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

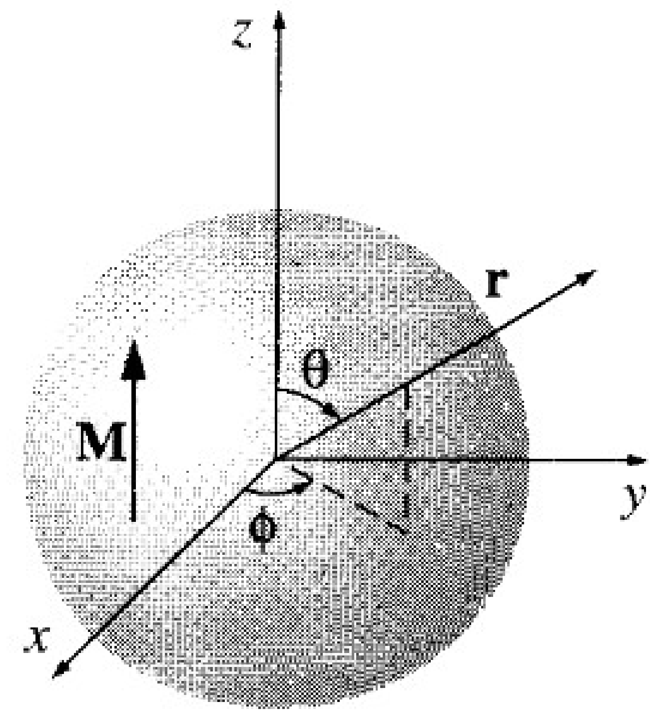
- Luego:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\mathcal{V}} \frac{\mathbf{J}_b(\mathbf{r}')}{\mathscr{r}}\,d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\mathcal{S}} \frac{\mathbf{K}_b(\mathbf{r}')}{\mathscr{r}}\,da'$$

- Ejemplo. Encuentre el campo magnético dentro de una esfera uniformemente magnetizada (**M**).
-

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M} = 0, \quad \mathbf{K}_b = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} = M \sin\theta \, \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

-



- Usando el problema ya resuelto de la esfera cargada rotante:

$$\mathbf{K} = \sigma \mathbf{v} = \sigma \omega R \sin\theta \, \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\sigma R \omega \rightarrow \mathbf{M}$$

$$\longrightarrow \quad \mathbf{B} = \frac{2}{3} \mu_0 \mathbf{M}$$

- Fuera de la esfera, el momento magnético es el producto de la magnetización por el volumen:
-

$$\mathbf{m} = \frac{4}{3}\pi R^3 \mathbf{M}$$

-
-
- En el problema de la esfera rotante, obtuvimos que el potencial magnetico fuera de la esfera era simplemente el de un dipolo. Luego el campo magnetico externo será el porducido por el dipolo anterior.

Ley de Ampere en medios magnetizados

- Sea $\mathbf{J}_f$ la corriente libre introducida en el sistema, y sea $\mathbf{J}_b$ la corriente de polarización. Luego:
- $$\mathbf{J} = \mathbf{J}_b + \mathbf{J}_f \, .$$
- Y la ley de Ampere:

$$\frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) = \mathbf{J} = \mathbf{J}_f + \mathbf{J}_b = \mathbf{J}_f + (\nabla \times \mathbf{M})$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}\right) = \mathbf{J}_f$$

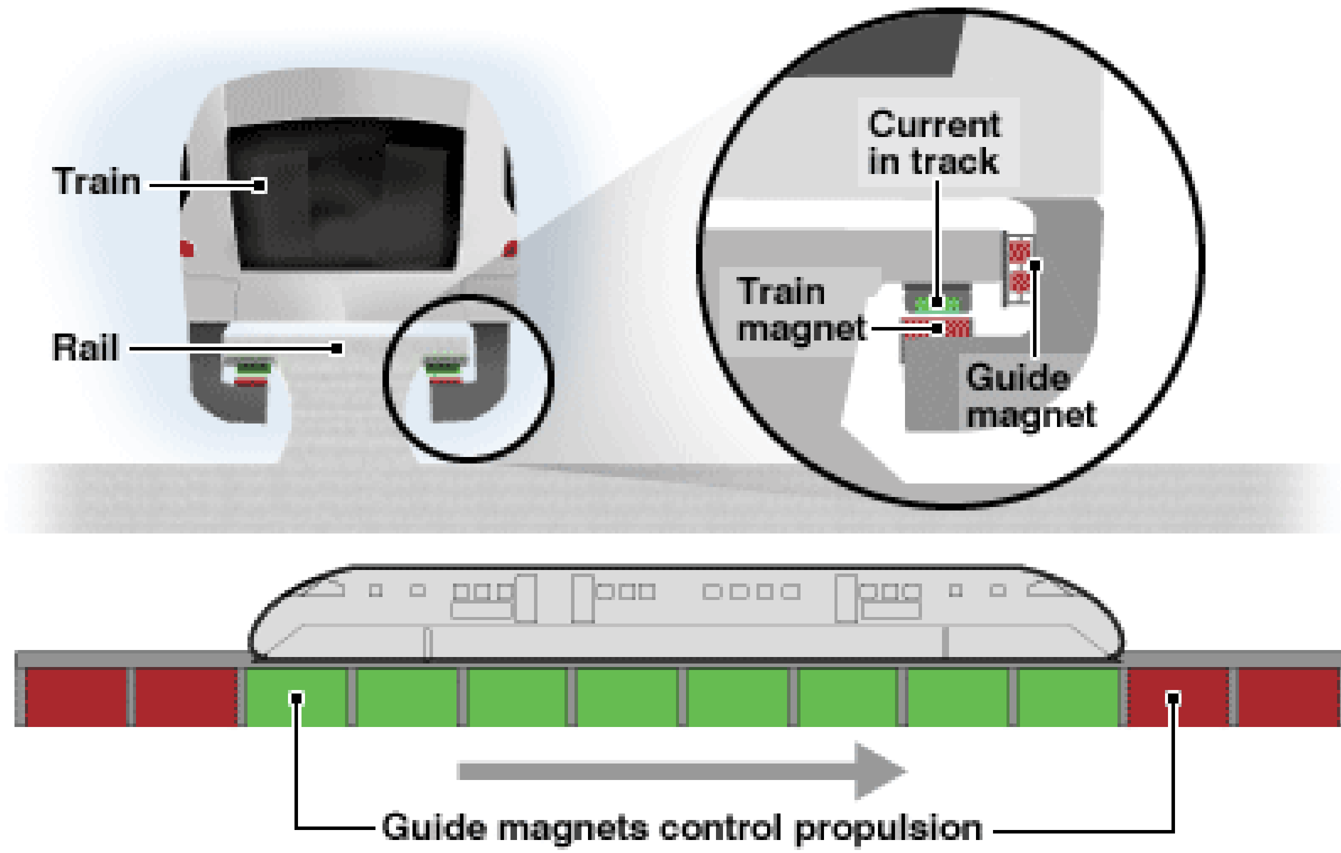
- Luego, podemos introducir el campo auxiliar **H**
- $$\mathbf{H} \equiv \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}$$
-
- De modo que:

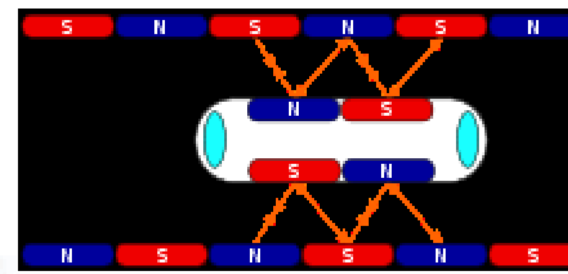
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{f_{\text{enc}}}$$

- Ejemplo: un cable grueso diamagnético transporta una corriente uniformemente distrubuida en su volumen. Calcule el campo magnético fuera del cable. Rspta: el mismo que un cable no magnetizado.

Tren de levitación magnética





Velocidad record de 581 km/hr, japon, 2003