La clase anterior

- Queda:
- $$\frac{\mathbf{P}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} = \nabla'\cdot\left(\frac{\mathbf{P}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right) - \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\nabla'\cdot\mathbf{P}$$
-
- Finalmente, usando el teorema de la divergencia:

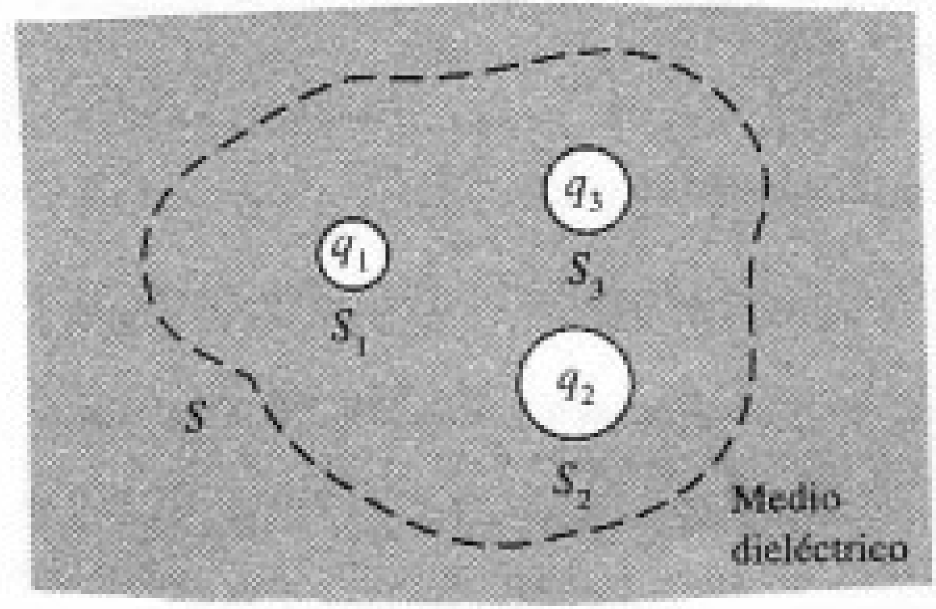
$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\oint_{S_0}\frac{\mathbf{P}\cdot\mathbf{n}\,da'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{V_0}\frac{(-\nabla'\cdot\mathbf{P})\,dv'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

- Siempre debe cumplirse que la carga total de polarización:
-
$$Q_P = \int_{V_0} (-\nabla' \cdot \mathbf{P})\, dv' + \oint_{S_0} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}\, da'$$
-
- Sea cero.
- El campo eléctrico luego será:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\int_{S_0} \sigma_P \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\, da' + \int_{V_0} \rho_P \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\, dv'\right]$$

Ley de Gauss en un dieléctrico

- Supongamos una carga Q=q1+q2+q3 en un dieléctrico



$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n}\, da = \frac{1}{\epsilon_0}(Q + Q_P)$$

Donde

$$Q_P = \int_{S_1+S_2+S_3} \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}\, da + \int_V (-\nabla \cdot \mathbf{P})\, dv$$

- Usando el teorema de la divergencia para la segunda integral, se anulan las contribuciones de las superficies s1, s2 y s3 con la primera integral
- $$Q_P = -\oint_S \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} \, da$$
- Luego:

$$\oint_S (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot \mathbf{n} \, da = Q$$

- Se define luego el desplazamiento:
- $$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$
- Y se obtiene la ley de Gauss:
- $$\oint_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} \, da = Q$$
-
- Nuevamente, se puede obtener en forma diferencial:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

1a ecuación constitutiva

- Si P y E tiene la misma dirección:
- $$\mathbf{P} = \chi(E)\mathbf{E}$$
-
- Donde X es la susceptibilidad dieléctria. Luego:
- $$\epsilon(E) = \epsilon_0 + \chi(E)$$
- Luego:

$$\mathbf{D} = \epsilon(E)\mathbf{E}$$
$$\epsilon(E) = \epsilon_0 + \chi(E)$$

Donde ε es denominado la permitividad del material

- Se define tambien la constante dieléctrica K como:

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \frac{\chi}{\epsilon_0}$$

Material	Constante dieléctrica K	Rigidez dieléctrica $E_{máx}$ (V/m)
Óxido de Aluminio	4.5	6×10^6
Vidrio*	5–10	9×10^6
Nylon	3.5	19×10^6
Polietileno	2.3	18×10^6
Cuarzo (SiO_2)	4.3	
Cloruro de sodio	6.1	
Azufre	4.0	
Madera*	2.5–8.0	
Alcohol etílico (0ºC)	28.4	
Benceno (0ºC)	2.3	
Agua (destilada, 0ºC)	87.8	
Agua (destilada, 20ºC)	80.1	
Aire (1 atm)	1.00059	3×10^6
Aire (100 atm)	1.0548	
CO_2 (1 atm)	1.000985	

Carga puntual en un fluido dieléctrico

- Encuentre el campo elećútrico en un fluido dieléctrico de contante dieléctrica k producido por una carga puntual q:

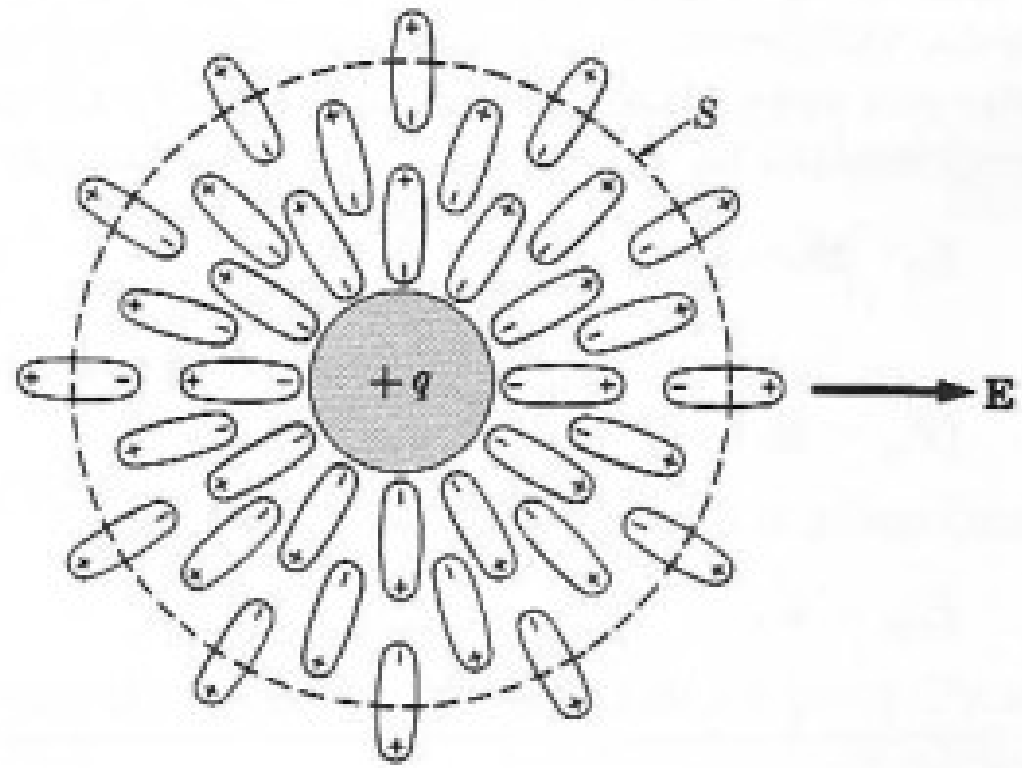
$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi K \epsilon_0 r^3}\mathbf{r}$$

$$\mathbf{P} = \frac{(K-1)q}{4\pi K r^3}\mathbf{r}$$

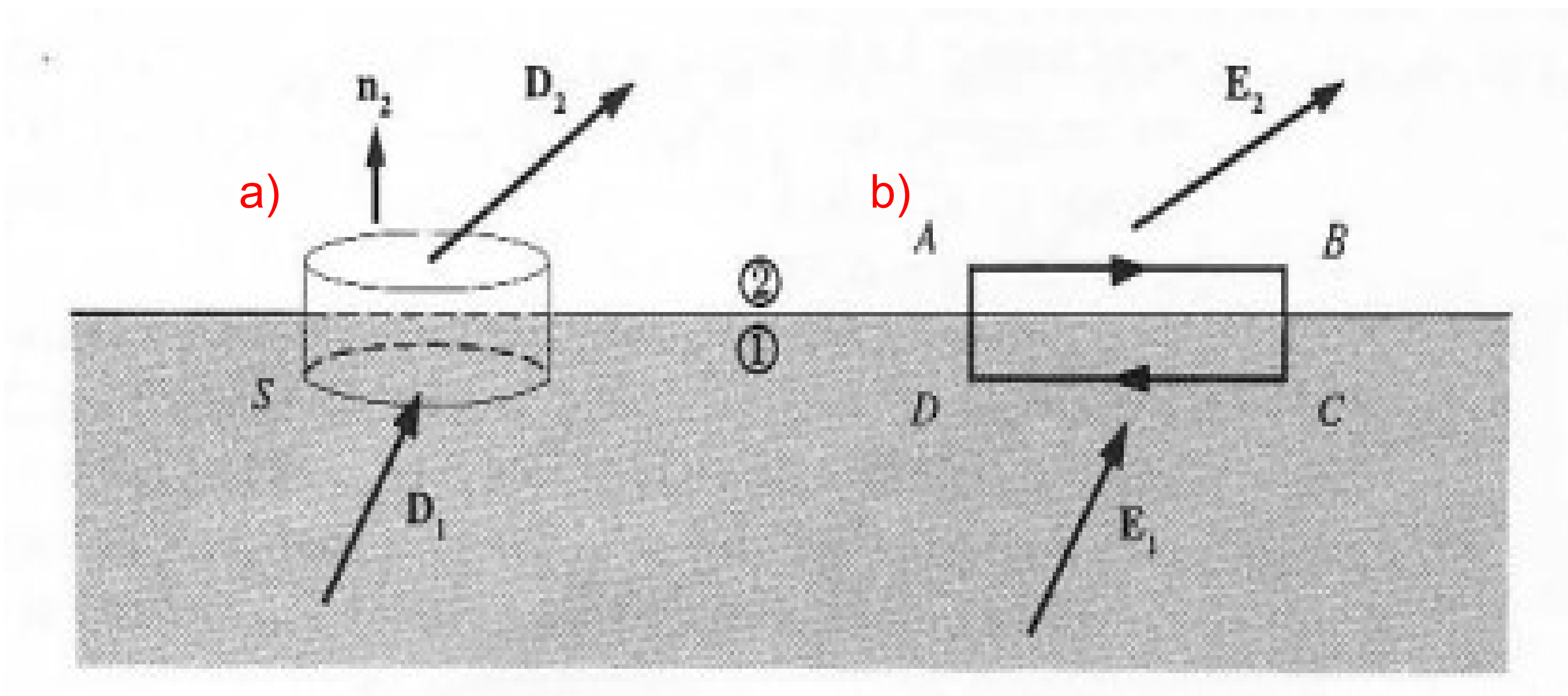
$$Q_P = \lim_{b \to 0} 4\pi b^2 (\mathbf{P}\cdot\mathbf{n})_{r=b} = -\frac{(K-1)q}{K}$$

- Ademas, la carga apantallada es:

$$Q_P + q = \frac{1}{K}q$$



Condiciones de borde para el campo



- Usando la ley de Gauss en a):

$$(\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) \cdot \mathbf{n}_2 = \sigma \qquad\qquad D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$

- Usando la irrotacionalidad del campo electrico:
- $$\mathbf{E}_2 \cdot \Delta\mathbf{l} + \mathbf{E}_1 \cdot (-\Delta\mathbf{l}) = 0$$
-
- $$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \Delta\mathbf{l} = 0$$
- $$E_{2t} = E_{1t}$$
- Si el medio 1 es un conductor, entonces:

$$\vec{E}_{1t} = 0 = \vec{E}_{2t}$$

- Si tomamos en el conductor el campo D1 como cer, entonces el campo electrico fuera queda determinado por:
-

$$D_{2n} = \sigma$$