

# Ondas EM en conductores

- Si el campo eléctrico cambia entonces puede haber carga libre en un conductor, y luego una corriente.

$$\mathbf{J}_f = \sigma \mathbf{E}.$$

$$(i) \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon} \rho_f, \quad (iii) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$(ii) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (iv) \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu \sigma \mathbf{E} + \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.$$

- Luego, la ecuación de continuidad es:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_f = -\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$$

- Y

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\sigma (\nabla \cdot \mathbf{E}) = -\frac{\sigma}{\epsilon} \rho_f$$

- Luego

$$\rho_f(t) = e^{-(\sigma/\epsilon)t} \rho_f(0)$$

- El tiempo en que la carga libre se disipa es del orden de  $\tau \equiv \epsilon/\sigma$  el cual es muy pequeño para los buenos conductores.

- Luego podemos considerar que la carga libre se anula a tiempos largos o para frecuencias  $f$  pequeñas, o sea, para  $1/f \gg \epsilon/\sigma$ .

$$(i) \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (iii) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$(ii) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (iv) \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu\sigma \mathbf{E}.$$

- Las ecuaciones de onda se transforman ahora en

- $$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

- Y las soluciones son del tipo:

- $$\tilde{\mathbf{E}}(z, t) = \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{i(\tilde{k}z - \omega t)}, \quad \tilde{\mathbf{B}}(z, t) = \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{i(\tilde{k}z - \omega t)},$$

- En donde:

$$\tilde{k}^2 = \mu\epsilon\omega^2 + i\mu\sigma\omega$$

- Vemos que ahora

$$\tilde{k} = k + i\kappa$$

- Con

$$k \equiv \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} + 1 \right]^{1/2}, \quad \kappa \equiv \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right]^{1/2}$$

- Luego:

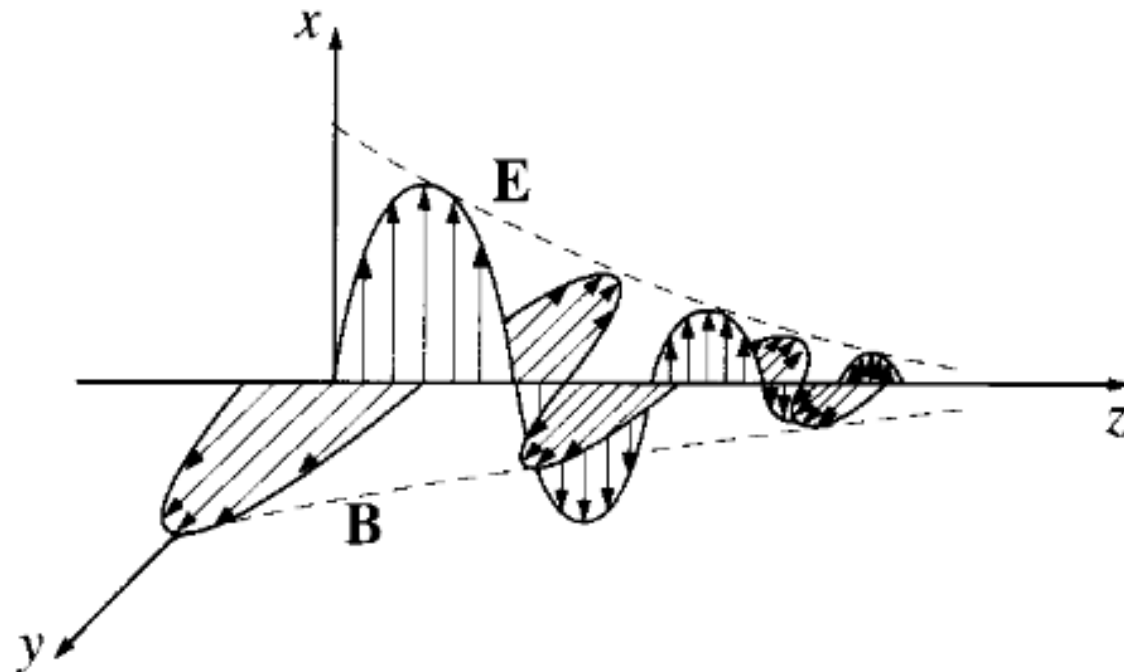
$$\tilde{\mathbf{E}}(z, t) = \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}, \quad \tilde{\mathbf{B}}(z, t) = \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}$$

- Ahora, los campos reales no se encuentran en fase:

$$\mathbf{E}(z, t) = E_0 e^{-\kappa z} \cos(kz - \omega t + \delta_E) \hat{\mathbf{x}},$$

- 

$$\mathbf{B}(z, t) = B_0 e^{-\kappa z} \cos(kz - \omega t + \delta_E + \phi) \hat{\mathbf{y}}$$



- La cantidad  $d \equiv \frac{1}{\kappa}$
- Da el largo de penetración del campo eléctrico en el conductor.
- $\kappa$  es proporcional a la frecuencia, luego, mientras mayor sea la frecuencias, menor sera el largo de penetración: efecto piel (skin effect).
- Los otros parametros de la onda se pueden calcular por la parte real  $k$ :

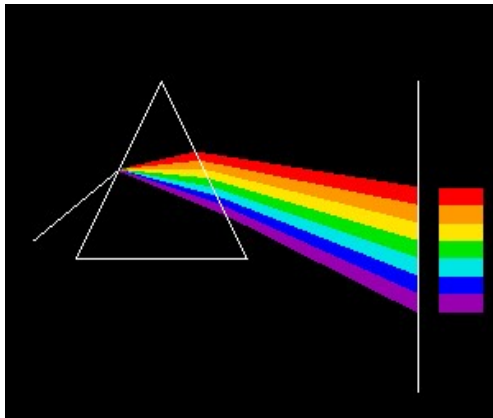
$$\lambda = \frac{2\pi}{k}, \quad v = \frac{\omega}{k}, \quad n = \frac{ck}{\omega}.$$

# Dispersión

- En general, la permitividad, la conductividad y la permeabilidad dependen de la frecuencia de la luz usada. Luego, el índice de refracción

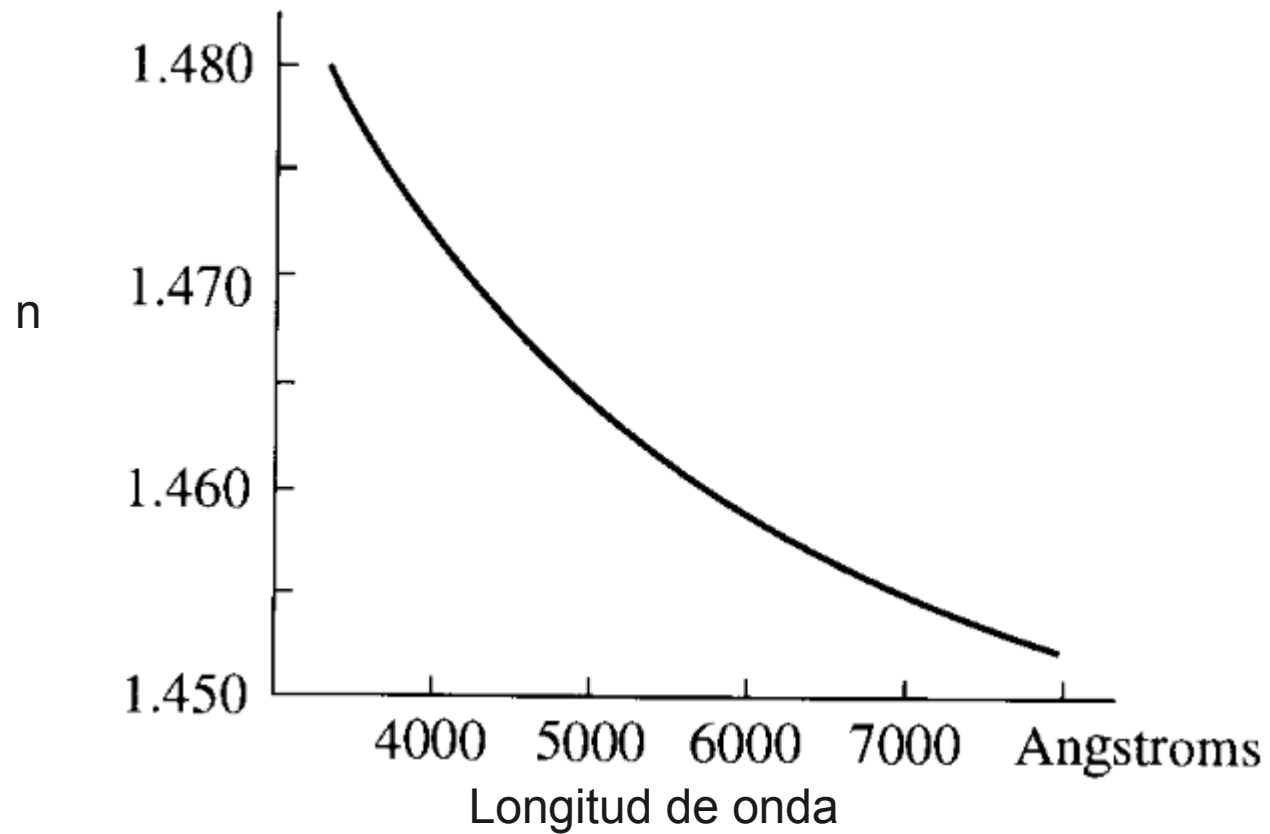
- $$n \approx \sqrt{\epsilon / \epsilon_0}$$

- También depende de la frecuencia. Luego, al incidir en forma oblicua e un material, la onda transmitida se dispersará en distintos ángulos.





- Índice de refracción para vidrio:



Analicemos ahora la situación de los electrones en un material. Estos sentirán una fuerza externa debido al campo eléctrico, una fuerza de ligazón que los mantiene fijos, y un amortiguamiento.

- 
- $$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = q E_0 \cos(\omega t)$$
- Es mas sencillo tratar con cantidades complejas:
$$\frac{d^2 \tilde{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\tilde{x}}{dt} + \omega_0^2 \tilde{x} = \frac{q}{m} E_0 e^{-i\omega t}$$

- Se propone la solución:  $\tilde{x}(t) = \tilde{x}_0 e^{-i\omega t}$
- Luego:
- $$\tilde{x}_0 = \frac{q/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} E_0$$
- EL momento dipolar es la parte real de:

$$\tilde{p}(t) = q\tilde{x}(t) = \frac{q^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} E_0 e^{-i\omega t}$$

- Si en el medio hay  $f_j$  electrones con frecuencia  $\omega_j$  y amortiguamiento  $\gamma_j$ , y hay  $N$  electrones por unidad de volumen, tendremos que la polarización estará dada por la parte real de:

- 
- $$\tilde{\mathbf{P}} = \frac{Nq^2}{m} \left( \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega} \right) \tilde{\mathbf{E}}$$
-

- Debido a que el termino de amortiguamiento introduce un cambio de fase entre  $\mathbf{P}$  y  $\mathbf{E}$ , estos no son directamente proporcionales. Luego se puede introducir la susceptibilidad compleja:

- $$\tilde{\mathbf{P}} = \epsilon_0 \tilde{\chi}_e \tilde{\mathbf{E}}$$

- Luego:

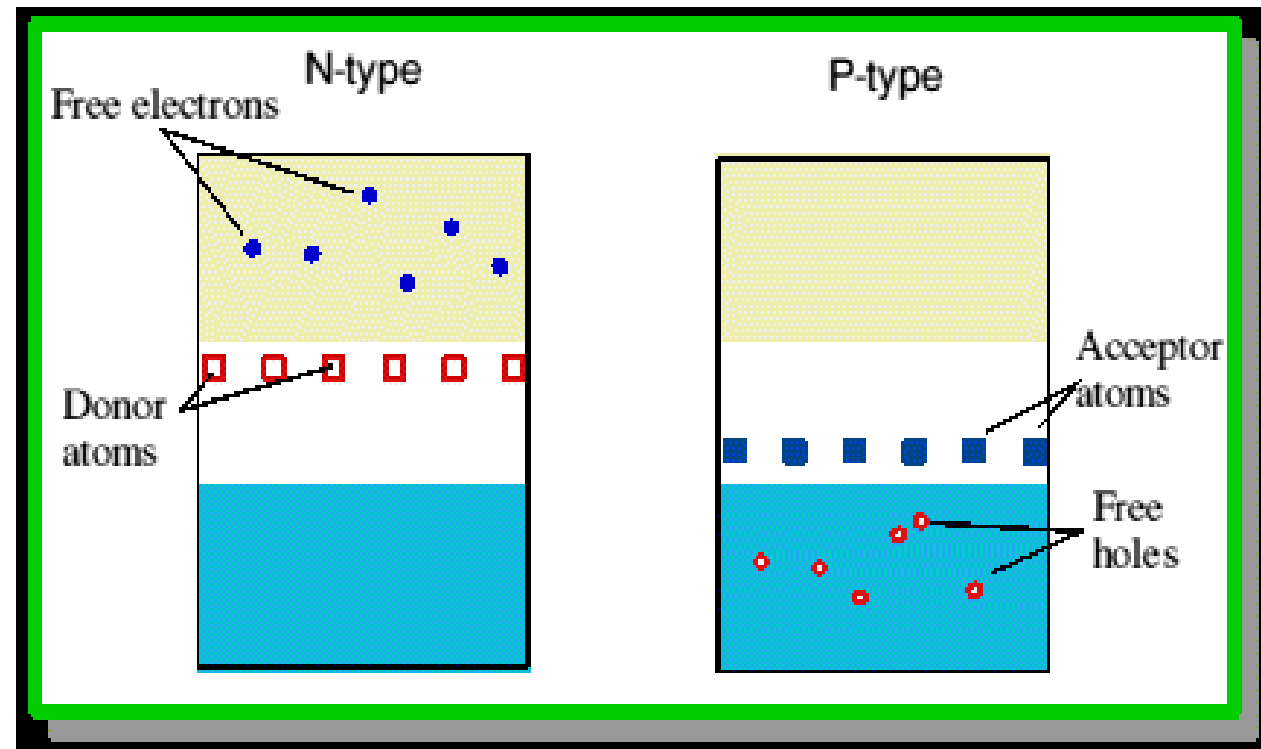
$$\tilde{\epsilon}_r = 1 + \frac{Nq^2}{m\epsilon_0} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$

- En el caso de los metales, los electrones se encuentran esencialmente libres, de modo que podemos eliminar las frecuencias  $\omega_j$ . Luego vemos que cuando  $\omega \rightarrow 0$ , la permitividad va a infinito.

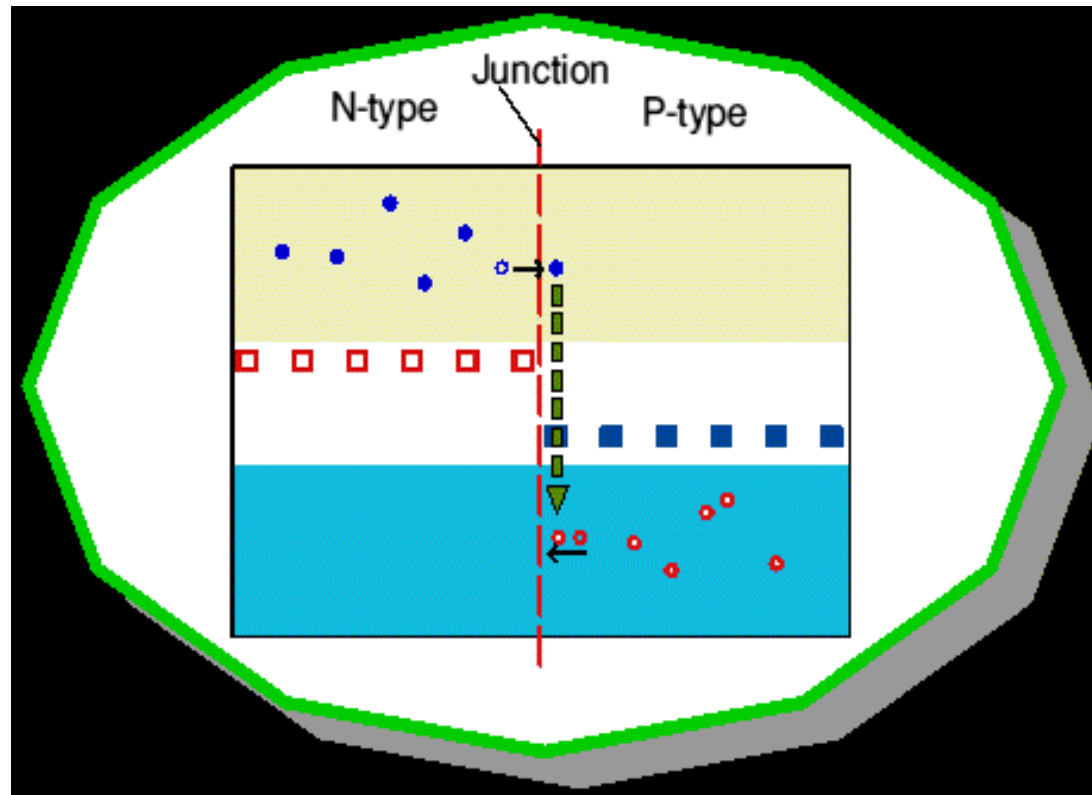
# semiconductores

- Son materiales con resistividad intermedia entre conductor y aislante, dependiendo fuertemente de la temperatura. Ej: Si, Ge, As, In, Se, Te, etc y compuestos.
- En un semiconductor, la banda de valencia y de conducción se encuentran separadas por una pequeña energía, llamada barrera.
- El material puede conducir tanto por electrones en la banda de conducción, como por agujeros en la banda de valencia.

- Dependiendo de si el material conduce predominantemente por electrones o agujeros, será de tipo n o p. Esto puede ser logrado agregando impurezas donantes y aceptoras de electrones

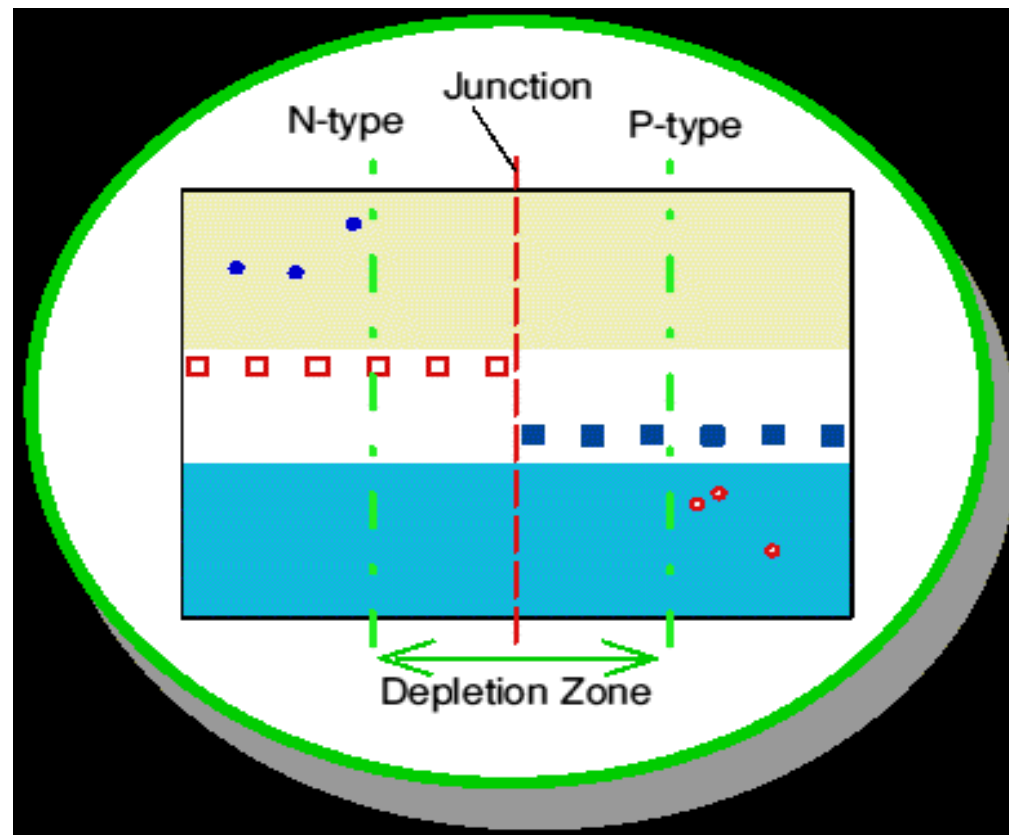


- Si juntamos un material p con uno n, los electrones libres en la interfaz se concelarán con los agujeros en la interfaz.

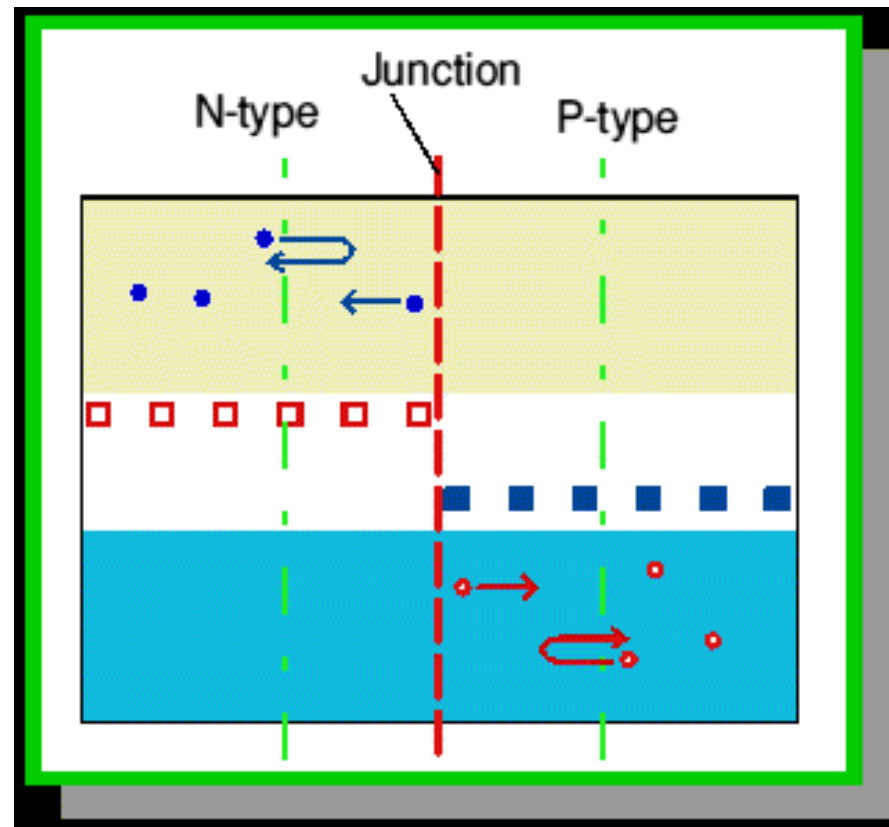




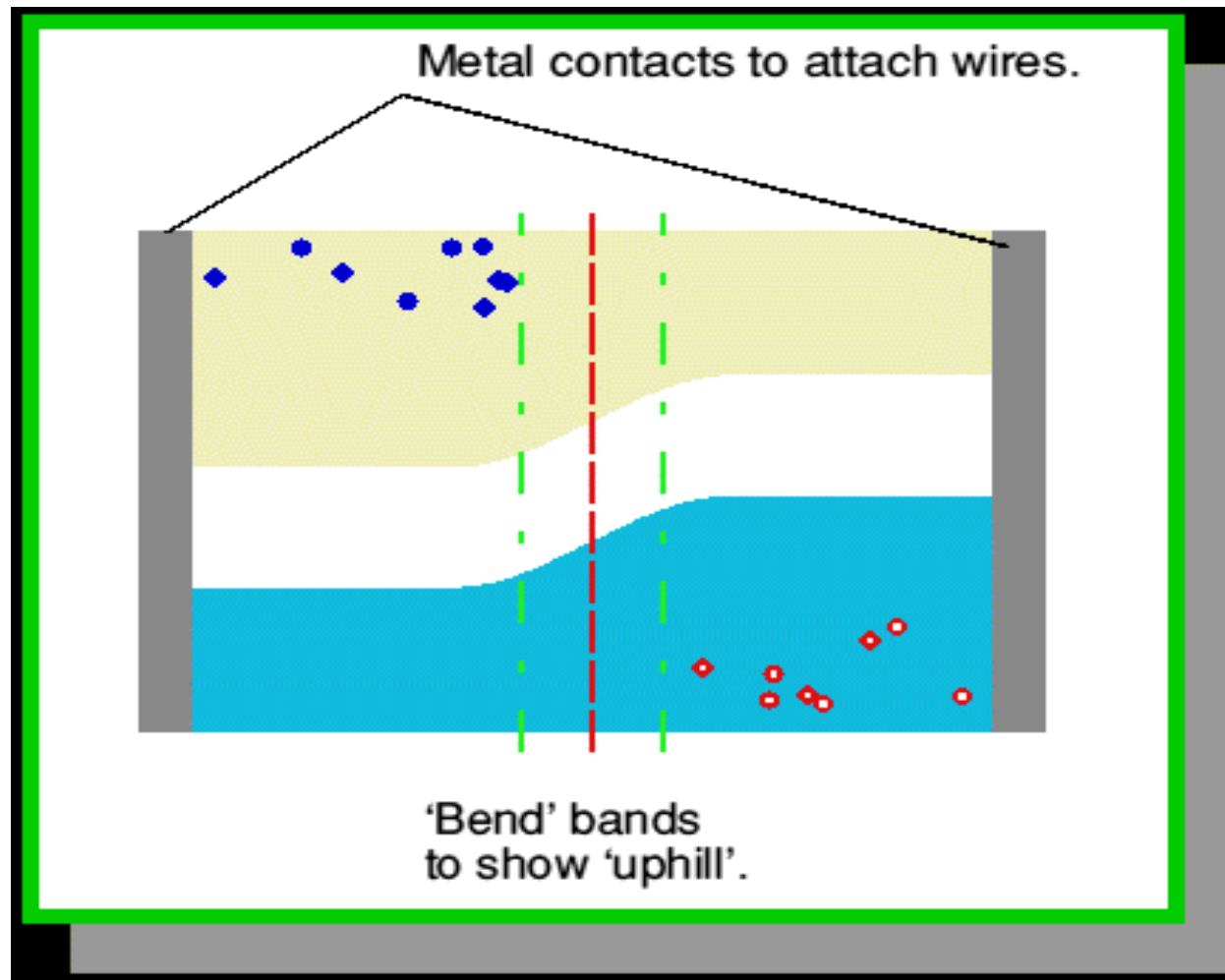
- Luego, se creará una región en la cual no habrán portadores de carga:



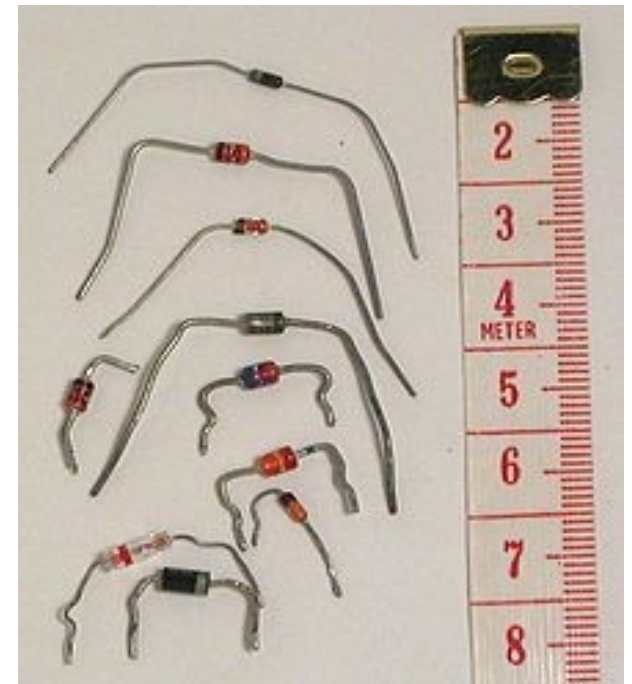
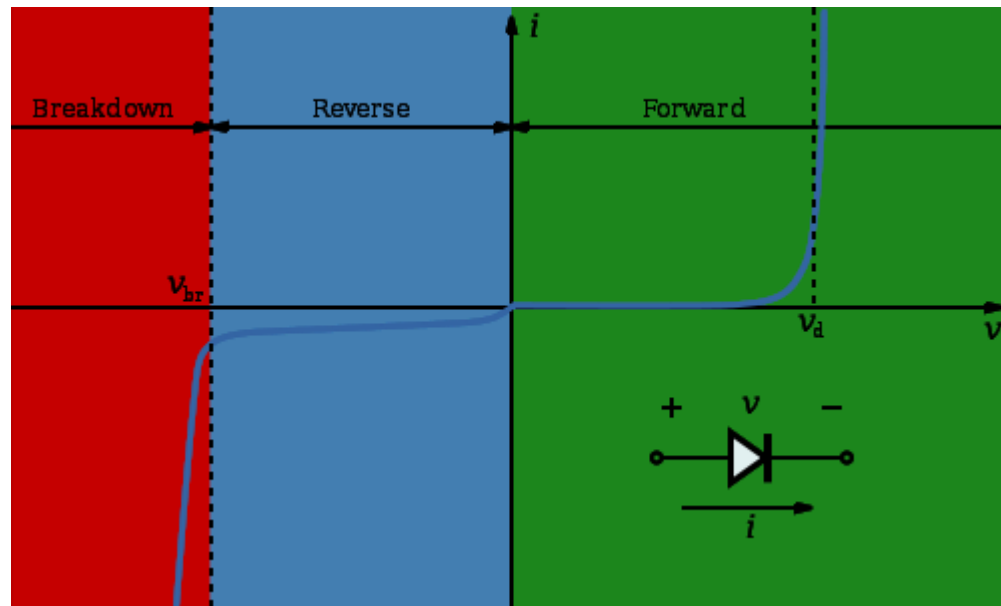
- Luego, los portadores de carga son repelidos por la zona intermedia.



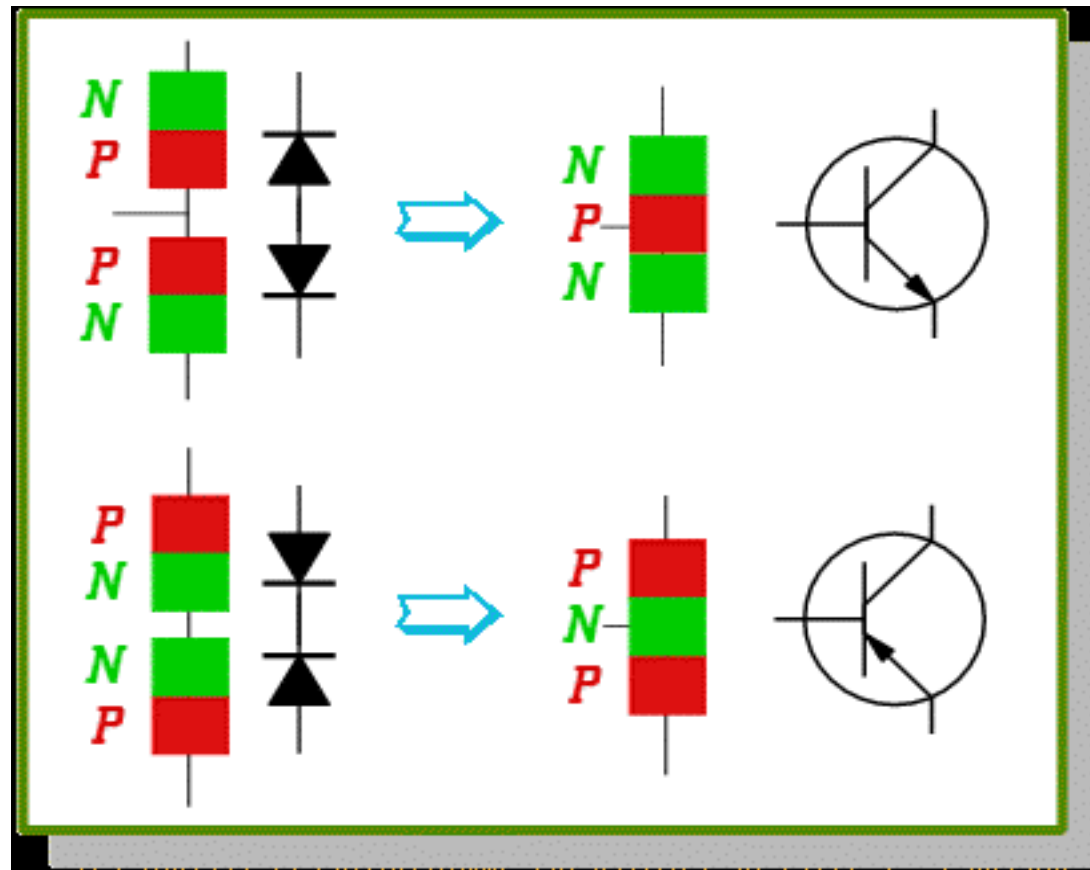
- Esto se puede representar por:



- Aumentando el potencial del lado derecho podemos conseguir que la banda de valencia del material p llegue al nivel del n, y hay conducción. Si al revés, disminuimos el potencial del lado derecho, no habrá conducción. Esto es un diodo.



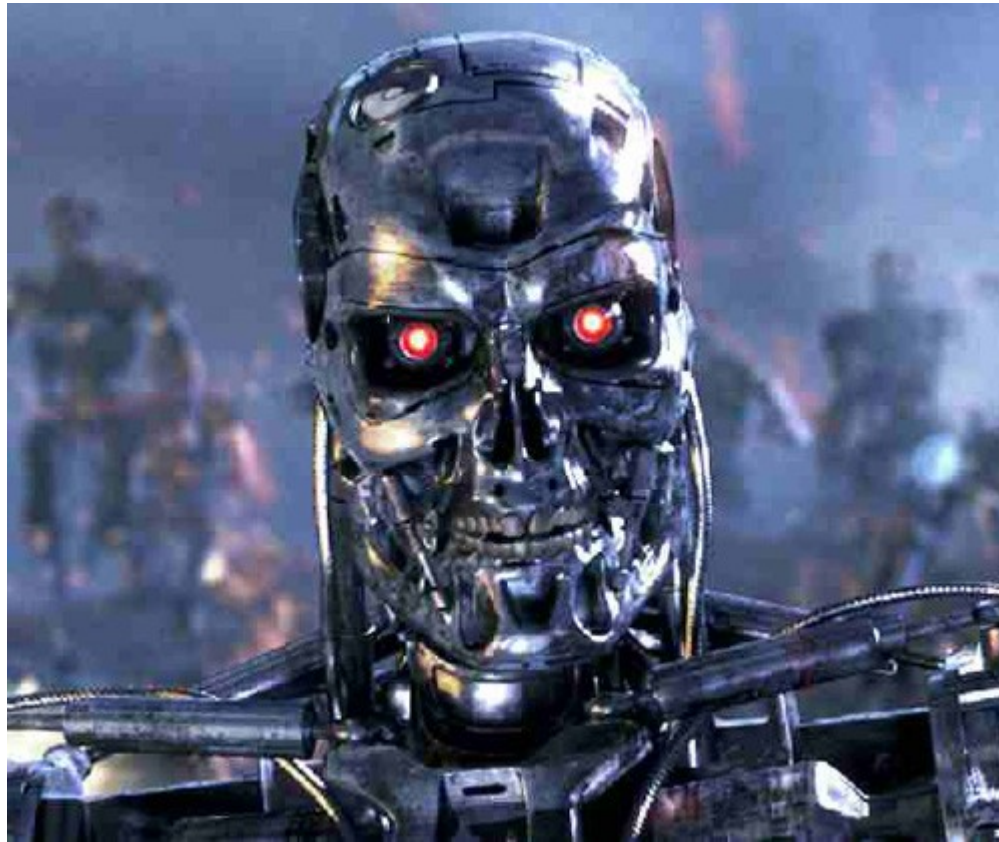
- Transistor: juntura npn o pnp.



- El transistor actúa como un dispositivo cuya resistencia es controlada por el voltaje o corriente en la base. Lo anterior permite la creación de amplificadores, circuitos lógicos, etc.
- Fue inventado por Shockley y Bardeen a fines de los 40s.
- En 1956 shockley creo Shockley Semiconductor Laboratory.
- Ocho ingenieros de SSL crean Fairchild semiconductor en 1957.

- En 1968, dos ingenieros de FS, Gordon Moore y Roger Noise crean Intel (Integrated electronics Corporation), empresa dedicada en un principio a fabricar memorias de silicio.
- En 1974 nace el primer microprocesador en intel, el 4004, de 2300 transistores.
- Hoy un procesador tiene cerca de 500 millones de transistores.
- Intel factura anualmente alrededor de 40.000 millones de dolares.

- El futuro...



Aun no esta escrito