

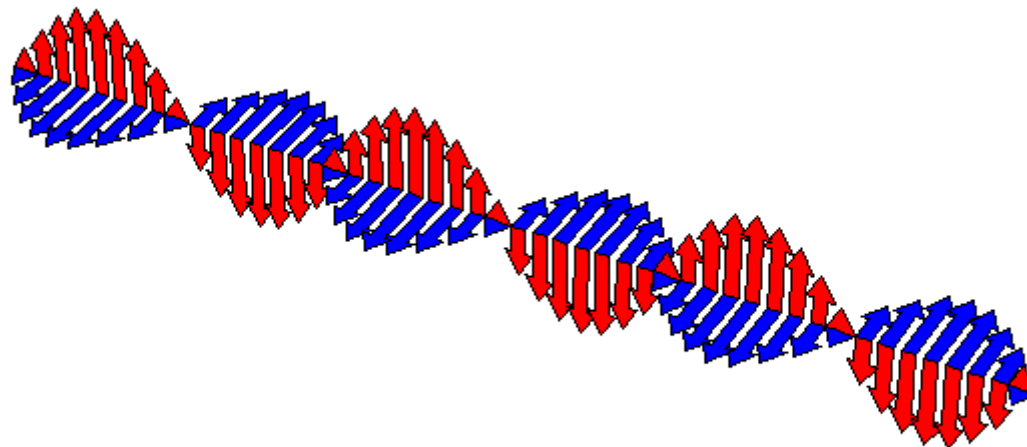
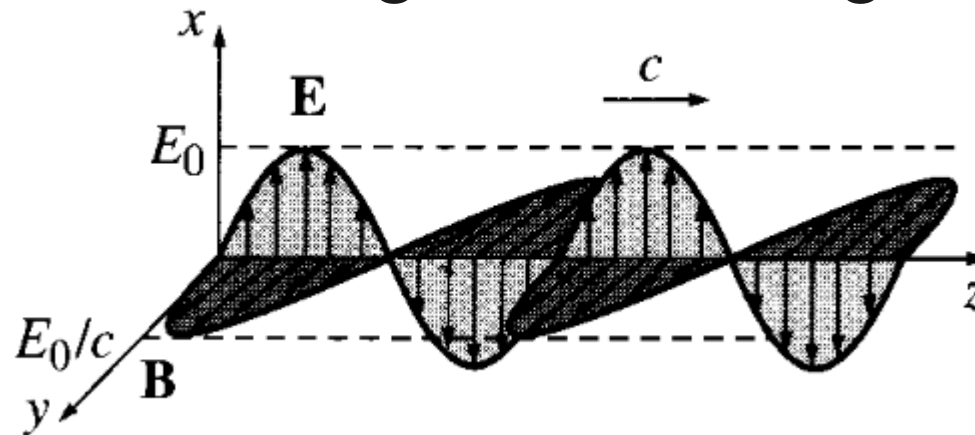
- Si tenemos las ondas planas:
- $\tilde{\mathbf{E}}(z, t) = \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{i(kz - \omega t)}, \quad \tilde{\mathbf{B}}(z, t) = \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{i(kz - \omega t)}$
- Luego, al reemplazar en $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$
- $$\tilde{\mathbf{B}}_0 = \frac{k}{\omega} (\hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0)$$
- O sea, \mathbf{E} y \mathbf{B} están en fase y son mutuamente perpendiculares y sus amplitudes se relacionan por:
- $$B_0 = \frac{k}{\omega} E_0 = \frac{1}{c} E_0$$

- Ej: suponga que se tiene $\tilde{\mathbf{E}}(z, t) = \tilde{E}_0 e^{i(kz - \omega t)} \hat{\mathbf{x}}$, encuentre B.
- $\tilde{\mathbf{E}}(z, t) = \tilde{E}_0 e^{i(kz - \omega t)} \hat{\mathbf{x}}, \quad \tilde{\mathbf{B}}(z, t) = \frac{1}{c} \tilde{E}_0 e^{i(kz - \omega t)} \hat{\mathbf{y}},$
- Tomando la parte real:

$$\mathbf{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{B}(z, t) = \frac{1}{c} E_0 \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{\mathbf{y}}$$

- Luego, tenemos la siguiente configuracion:



Espectro electromagnético

Frecuencia (Hz)	Nombre	Longitud de onda (m)
10^{22}	Rayos gama	10^{-13}
10^{21}		10^{-12}
10^{20}		10^{-11}
10^{19}		10^{-10}
10^{18}	Rayos X	10^{-9}
10^{17}		10^{-8}
10^{16}	Ultravioleta	10^{-7}
10^{15}	Visible	10^{-6}
10^{14}	Infrarrojo	10^{-5}
10^{13}	microondas	10^{-4}
10^{12}		10^{-3}
10^{11}		10^{-2}
10^{10}		10^{-1}
10^9	TV, FM	1
10^8		10
10^7		10^2
10^6	AM	10^3
10^5		10^4
10^4	RF	10^5
10^3		10^6

Frecuencia (Hz)	Nombre	Longitud de onda (m)
1.0×10^{15}	Ultravioleta cercano	3.0×10^{-7}
7.5×10^{14}	Ultravioleta visible	4.0×10^{-7}
6.5×10^{14}	Azul	4.6×10^{-7}
5.6×10^{14}	Verde	5.4×10^{-7}
5.1×10^{14}	Amarillo	5.9×10^{-7}
4.9×10^{14}	Naranja	6.1×10^{-7}
3.9×10^{14}	Rojo visible	7.6×10^{-7}
3.0×10^{14}	Infrarrojo cercano	1.0×10^{-6}

Energía y momentum ondas electromagnéticas

- La densidad de energía almacenada en los campos es:

- $$u = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \right)$$

- Usando ondas planas:

- $$B^2 = \frac{1}{c^2} E^2 = \mu_0 \epsilon_0 E^2$$

- Luego la energía almacenada en B y E son iguales:

$$u = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2 (kz - \omega t + \delta)$$

- La densidad de flujo de energia estra dada por el vector de Poynting:

- $$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$$

- Luego, si la onda se propaga en la direccion $\hat{\mathbf{z}}$:

$$\mathbf{S} = c\epsilon_0 E_0^2 \cos^2 (kz - \omega t + \delta) \hat{\mathbf{z}} = cu \hat{\mathbf{z}}$$

- La densidad de momentum estará dada por:

- $$\mathbf{\wp} = \frac{1}{c^2} \mathbf{S}$$
-

- Luego:
$$\mathbf{\wp} = \frac{1}{c} \epsilon_0 E_0^2 \cos^2 (kz - \omega t + \delta) \hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{c} u \hat{\mathbf{z}}.$$

- Tomando los promedios temporales de las cantidades anteriores:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2,$$

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \hat{\mathbf{z}},$$

$$\langle \boldsymbol{\wp} \rangle = \frac{1}{2c} \epsilon_0 E_0^2 \hat{\mathbf{z}}.$$

- La intensidad de la onda se define como el promedio del vector de Poynting, y es la potencia promedio por unidad de área:

- $$I \equiv \langle S \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

- En un intervalo de tiempo Δt , el momentum adquirido por un absorber perfecto es:

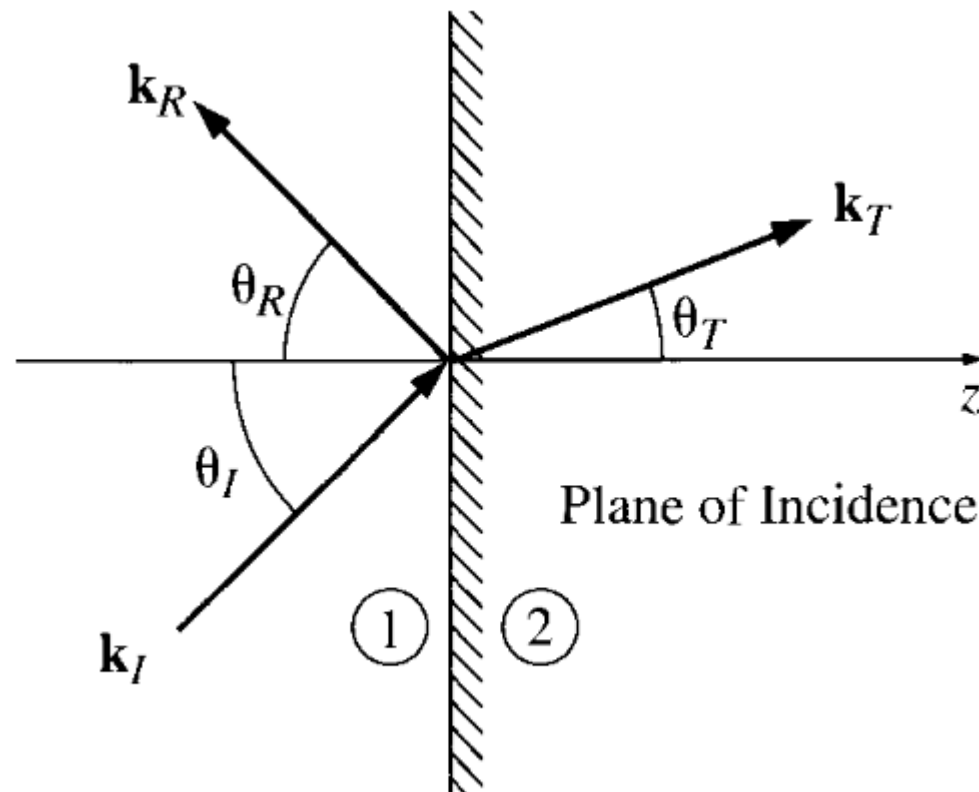
- $$\Delta \mathbf{p} = \langle \mathbf{S} \rangle A c \Delta t$$

- Luego:
$$P = \frac{1}{A} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \frac{I}{c}$$

- En el caso de un reflector perfecto, la presión es el doble de la anterior.

Reflección y transmisión a incidencia oblicua

- Sugongamos que una onda electromagnética incide sobre una superficie dieléctrica:



- Luego:

$$\tilde{\mathbf{E}}_I(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{E}}_{0_I} e^{i(\mathbf{k}_I \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_I(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{v_1} (\hat{\mathbf{k}}_I \times \tilde{\mathbf{E}}_I)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_R(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{E}}_{0_R} e^{i(\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_R(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{v_1} (\hat{\mathbf{k}}_R \times \tilde{\mathbf{E}}_R)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_T(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{E}}_{0_T} e^{i(\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_T(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{v_2} (\hat{\mathbf{k}}_T \times \tilde{\mathbf{E}}_T)$$

- Las frecuencias son iguales en los dos medios, luego:

- $$k_I v_1 = k_R v_1 = k_T v_2 = \omega$$

- $$k_I = k_R = \frac{v_2}{v_1} k_T = \frac{n_1}{n_2} k_T$$

- En donde se ha usado el índice de refracción $n=c/v$.

- Ahora debemos usar las condiciones de borde:
- (i) $\epsilon_1 E_1^\perp = \epsilon_2 E_2^\perp$, (iii) $\mathbf{E}_1^\parallel = \mathbf{E}_2^\parallel$,
-
- (ii) $B_1^\perp = B_2^\perp$, (iv) $\frac{1}{\mu_1} \mathbf{B}_1^\parallel = \frac{1}{\mu_2} \mathbf{B}_2^\parallel$
-
- Al aplicarlas, siempre obtendremos ecuaciones de la forma:

$$(\quad)e^{i(\mathbf{k}_I \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + (\quad)e^{i(\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r} - \omega t)} = (\quad)e^{i(\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \text{ en } z = 0$$

- Luego, para que la igualdad se mantenga para todo t y x , las exponenciales deben ser iguales. Luego, debe tenerse también:
- $\mathbf{k}_I \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_T \cdot \mathbf{r} \quad \text{en } z = 0$
- O lo mismo:
- $x(k_I)_x + y(k_I)_y = x(k_R)_x + y(k_R)_y = x(k_T)_x + y(k_T)_y$
- Lo cual significa, al evaluar $x=0$ e $y=0$ por separado:

$$(k_I)_y = (k_R)_y = (k_T)_y$$

$$(k_I)_x = (k_R)_x = (k_T)_x$$

- Si hacemos que K_I se encuentre en el plano xz, luego K_R y K_T se encontrarán en el mismo plano. En ese caso K_{iy} será cero.
- Luego, los vectores de onda incidentes, transmitidos y reflejados se encuentran en un mismo plano.
- La ecuación para las componentes x de K implica:

$$k_I \sin \theta_I = k_R \sin \theta_R = k_T \sin \theta_T$$

- Esta ecuación implica que el ángulo de incidencia y reflexión son iguales:

- $$\theta_I = \theta_R$$

- Y además, la segunda igualdad:

- $$\frac{\sin \theta_T}{\sin \theta_I} = \frac{n_1}{n_2}$$

- Ecuación conocida como la Ley de Snell

