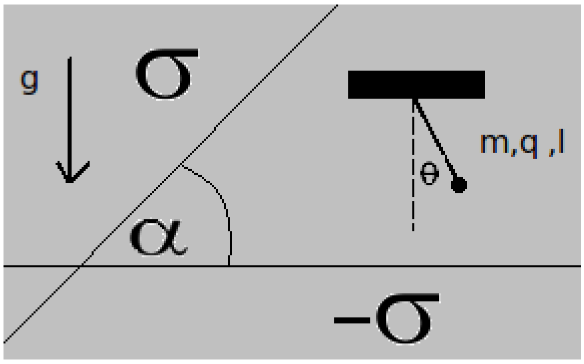
Pauta C1 P3
Electromagnetismo

Profesor: Jhonatan Avila
Auxiliares: Daniel Calderon
Ignacio Olavarria

opción a)Calcular la frecuencia de pequeñas oscilaciones de un pendulo de masa m, largo caracteristico l y carga q que esta entre 2 planos infinitos de carga σ y $-\sigma$ que forman un angulo α como se muestra en la figura.



Solución:

1pto) calcular el campo de un plano infinito

por Gauss (hecho en clase auxiliar)

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n}$$

entonces el campo que producen las placas es (1 pto):

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-\hat{y}-\cos(\alpha)\hat{y}+\sin(\alpha)\hat{x})=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-(1+\cos(\alpha))\hat{y}+\sin(\alpha)\hat{x})$$

luego la ec. de movimiento es(2ptos), en polares para $\hat{\theta}$:

$$ml\ddot{\theta}=-(mg+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}(1+\cos\alpha))\sin\theta+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\sin\alpha\cos\theta$$

para sacar el punto de equilibrio, igualamos a cero.

$$0=-(mg+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}(1+\cos\alpha))\sin\theta+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\sin\alpha\cos\theta$$

Entonces (1 pto)

$$\theta^*=Arctg(\frac{\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\sin\alpha}{(mg+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}(1+\cos\alpha))})$$

la forma dificil de hacer el problema es expandiendo en Taylor en torno a θ^* , para $\theta=\theta^*+\epsilon$ y llegando a una ecuación de la forma

$$\ddot{\epsilon}=\frac{-1}{ml}\frac{d}{d\theta}((mg+q\frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0}(1+\cos\alpha))\sin\theta+q\frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0}\sin\alpha\cos\theta)\Big|_{\theta^*}\epsilon \qquad \text{con}\, \epsilon\ll 1$$

pero más facil que eso es obtener una gravedad efectiva, es decir la fuerza constante que afecta al pendulo y esta se alinie con el pendulo tendremos un equilibrio y denominamos θ el angulo que se desvia de ese equilibrio, entonces tendremos

$$ml\ddot{\theta}=-F_{efec}\sin\theta$$

donde claramente 0 es el equilibrio y $ml\ddot{\theta}=-F_{efec}\sin\theta$

para obtenes F_{efec} basta ver el modulo de la fuerza constante que sufre el pendulo es decir

$$F_{efec}=\left|-(mg+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}(1+\cos\alpha))\hat{y}+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\sin\alpha\,\hat{x}\right|=\sqrt{(mg+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}(1+\cos\alpha))^2+(\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\sin\alpha)^2}$$

entonces

$$\omega^2=\frac{F_{efec}}{ml}=\frac{\sqrt{(mg+\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}(1+\cos\alpha))^2+(\frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\sin\alpha)^2}}{ml}$$

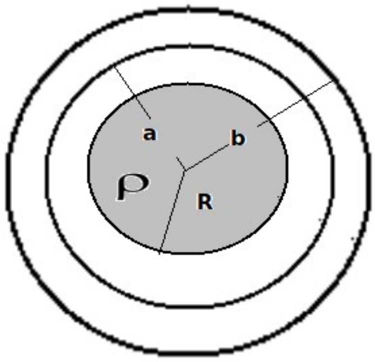
Opción b)

sea una esfera de radio R y densidad de carga constante ρ rodeada por un cascaron esferico conductor concentrico de radio interior a y radio exterior b .

a) calcular las densidades de carga superficiales para las 2 superficies del conductor (2ptos)

b)calcular el campo en r=R (2ptos)

c)si la esfera de radio b se conecta a tierra y luego se deja libre.¿en que cambian las respuestas anteriores?(2 ptos)



a) como la densidad de carga no depende de la dirección, entonces sabemos que la densidad de carga en las esferas sera constante. Si $Q=\frac{4}{3}\pi\rho R^3$ entonces la carga en r= a sera -Q, de manera que la carga total encerrada en una esfera de radio a<r<b sea 0, entonces

$$\sigma(r=a)=\frac{-Q}{4\pi a^2}=\frac{-\rho R^3}{3a^2}$$

analogamente la carga en r=b sera Q para conservar la neutralidad de el cascaron conductor, entonces $\sigma(r=b)=\frac{Q}{4\pi a^2}=\frac{\rho R^3}{3b^2}$

b) como el potencial solo depende de una densidad esfericamente simetrica, entonces en r=R el potencial sera como una carga puntual, entonces

$$V(r=R)=\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}=\rho\frac{R^2}{3\epsilon_0}$$

c)Si se conecta la esfera a tierra, entonces

$V(r=b)=0=V(r=a)$ pues en un conductor el potencial es constante

entonces $\sigma(r=b)=0$ pues todo el exeso de carga se va a tierra.

Por otro lado en el intervalo $R\leq r\leq a$ se cumplia $V(r)=\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}$, pero ahora $V(r=a)=0$ entonces debemos agregar una constante al potencial:

$$R \leq r \leq a \Rightarrow V(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r} - \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 a} \text{ asi aseguramos } V(r=a) = 0.$$

entonces

$$V(r=R) = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0} - \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 a}$$