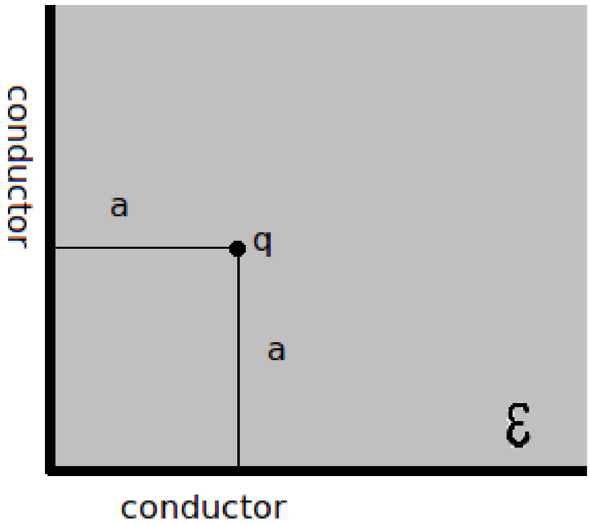
Fe de Erratas

Electromagnetismo

Profesor: Jhonatan Avila
Aixiliares: Daniel Calderon
Ignacio Olavarria

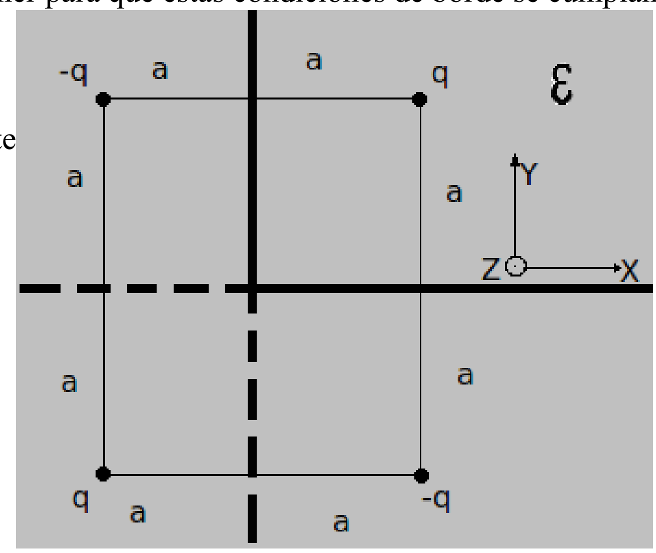
ejercicio:

calcular el desplazamiento electrico en el cuadrante de x,y > 0 de la configuracion de la figura.



Solución:

notemos que tenemos 2 planos conductores que salen perpendicularmente a la hoja (o pantalla) y en ellos la condicion de borde es : $\Phi = Cte$ por conveniencias usaremos: $\Phi = 0$. Notemos que no debenos imponer que el campo en la direccion perpendicular a los planos ($E\perp$) sea 0, pues son conductores bidimencionales, es decir que solo podemos asegurar que el campo sale perpendicularmente a la superficie. Entonces las cargas imagenes que debemos poner para que estas condiciones de borde se cumplan son:



Veamos por qué:

los puntos de plano vertical estan dados por (0,Y,Z) en tonces el potencial Φ en este plano es:

$$\Phi(0,Y,Z)=\frac{1}{4\pi\epsilon}\left(\frac{q}{\sqrt{(0-a)^2+(Y-a)^2+Z^2}}-\frac{q}{\sqrt{(0+a)^2+(Y-a)^2+Z^2}}+\frac{q}{\sqrt{(0+a)^2+(Y+a)^2+Z^2}}-\frac{q}{\sqrt{(0-a)^2+(Y+a)^2+Z^2}}\right)$$

$$\Phi(0,Y,Z)=0$$

analogamente se cumple para el plano (X,0,Z). Veamos ahora cual es el potencial para cualquier punto (X,Y,Z) tq X,Y> 0

$$\Phi(X,Y,Z)=\frac{1}{4\pi\epsilon}\left(\frac{q}{\sqrt{(X-a)^2+(Y-a)^2+Z^2}}-\frac{q}{\sqrt{(X+a)^2+(Y-a)^2+Z^2}}+\frac{q}{\sqrt{(X+a)^2+(Y+a)^2+Z^2}}-\frac{q}{\sqrt{(X-a)^2+(Y+a)^2+Z^2}}\right)$$

Entonces para obtener el desplazamiento electrico debemos deribar el potencial:

$$\vec{D}(X,Y,Z)=-\epsilon\nabla\Phi$$

entonces

$$\vec{D}_x(X,Y,Z)=-\epsilon\frac{\partial\Phi}{\partial X}=$$

$$\vec{D}_X(X,Y,Z)=\frac{q}{4\pi}\frac{(X-a)}{((x-a)^2+(Y-a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{(X+a)}{((X+a)^2+(Y-a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}+\frac{(X+a)}{((X+a)^2+(Y+a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{(X-a)}{((X-a)^2+(Y+a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\vec{D}_Y(X,Y,Z)=-\epsilon\frac{\partial\Phi}{\partial Y}=$$

$$\vec{D}_Y(X,Y,Z)=\frac{q}{4\pi}\frac{(Y-a)}{((x-a)^2+(Y-a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{(Y-a)}{((X+a)^2+(Y-a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}+\frac{(Y+a)}{((X+a)^2+(Y+a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{(Y+a)}{((X-a)^2+(Y+a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\vec{D}_Z(X,Y,Z)=-\epsilon\frac{\partial\Phi}{\partial Z}=$$

$$\vec{D}_Z(X,Y,Z)=\frac{q}{4\pi}\frac{Z}{((x-a)^2+(Y-a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{Z}{((X+a)^2+(Y-a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}+\frac{Z}{((X+a)^2+(Y+a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{Z}{((X-a)^2+(Y+a)^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Para el caso en que se tenga un cable infinito de densidad de carga λ en vez de una carga puntual el calculo de la imagenes es analogo, pero hay que tener cierto cuidado porque el potencial para un alambre va como $\ln(r)$, de manera que sen 3 imagenes de cables infinitos .

para calcular el desplazamiento recordemos que el campo generado por un cable infinito, en un medi material es:

$\vec{E}(r)=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon r}\hat{r}$ por lo tanto el desplazamiento generado por un cables es $\vec{D}(r)=\frac{\lambda}{2\pi r}\hat{r}$
donde r es la distancia entre el cable y el punto que se quiere evaluar y $\hat{r}$ es la direccion que va desde el cable al punto que se quiere evaluar como en el problema tenemos 4 cables habra 4 vetores $\hat{r}_i$.

notemos que $\hat{r}_i=\frac{\vec{r}_i}{|r_i|}$
entonces $\vec{D}(r)=\frac{\lambda}{2\pi r_i^2}\vec{r}_i$ es el desplazamiento provocado por el cable i

Usando superposición:

$$\vec{D}(X,Y,Z)=\frac{\lambda}{4\pi}\left(\frac{(X-a,Y-a,0)}{(x-a)^2+(Y-a)^2}-\frac{(X+a,Y-a,0)}{(X+a)^2+(Y-a)^2}+\frac{(X+a,Y+a,0)}{(X+a)^2+(Y+a)^2}-\frac{(X-a,Y+a,0)}{(X-a)^2+(Y+a)^2}\right)$$