Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
Electromagnetismo FI2002

Solución Auxiliar N°5

Profesor Cátedra*:* Claudio Romero
Profesores Auxiliares*:* Felipe Larraín, Víctor Medina
Fecha: Lunes 03 de Mayo de 2010

Problema 1

i) Definiendo regiones según el eje x,

$$\begin{cases} -b \leq x \leq -a & (I) \\ -a \leq x \leq a & (II) \\ a \leq x \leq b & (III) \end{cases}$$

Se obtiene de resolver la ecuación de Poisson (Laplace dependiendo de la región),

$$\overrightarrow{E}(x,y,z) = \begin{cases} -\frac{\rho a}{\varepsilon_0}\hat{i} & (I) \\ \frac{\rho x}{\varepsilon_0}\hat{i} & (II) \\ \frac{\rho a}{\varepsilon_0}\hat{i} & (III) \end{cases}$$

$$V(x,y,z) = \begin{cases} \frac{\rho a}{\varepsilon_0}(x+b) & (I) \\ -\frac{\rho x^2}{2\varepsilon_0} + \frac{\rho a}{2\varepsilon_0}(2b-a) & (II) \\ -\frac{\rho a}{\varepsilon_0}(x-b) & (III) \end{cases}$$

ii) El campo eléctrico fuera de la región permanece constante e igual al valor de sus bordes. La magnitud no depende de la posición en el eje x de las placas conductoras.

Problema 2

a) La configuración de carga imagen queda como sigue:

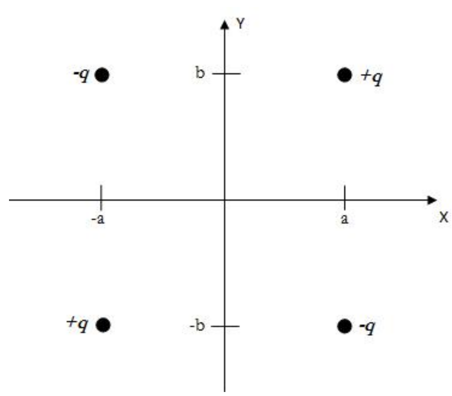

Figura 1.

El potencial eléctrico queda,

$$V(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2+(y+b)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2+(y-b)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2+(y+b)^2}}\right)$$

b) Sí se puede. Para número discreto de cargas, basta que el ángulo sea divisor entero de 180°.

Problema 3

Sí, aparece carga inducida en el conductor. Esto pues la única forma en que la esfera mantenga potencial nulo en todo su volúmen, (por la conexión a tierra), es que extraiga desde tierra cargas para anular el potencial que aparecería por la presencia de la carga puntual q. La carga inducida en la superficie del conductor es: $(r = R)$

$$\sigma(\theta) = -\frac{q}{4\pi R}\frac{d^2 - R^2}{(R^2 + d^2 - 2Rdcos(\theta))^{\frac{3}{2}}}$$

Problema 4

Consideremos el siguiente dibujo para tener una referencia de notación,

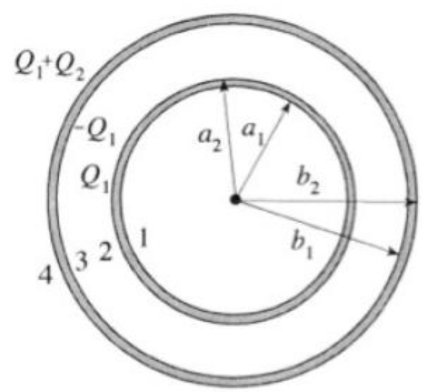

Figura 2.

a) Las densidades de carga son las cargas en la superficie dividido por el área total, es decir

$$\sigma_1 = 0; \sigma_2 = \frac{Q_1}{4\pi a_2^2}; \sigma_3 = -\frac{Q_1}{4\pi b_1^2}; \sigma_4 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi b_2^2}$$

Como $Q_2 = -Q_1$, no hay carga en la superficie externa. Calculamos la capacidad de la relación $C\triangle V = Q_1$, para ello es necesario calcular primero el campo eléctrico. La relación que da es:

$$\frac{4\pi\varepsilon_0}{C} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_1}$$

b) Materia no vista aún

Problema 5

Consideremos un corte transversal del sistema como lo muestra la siguiente figura:

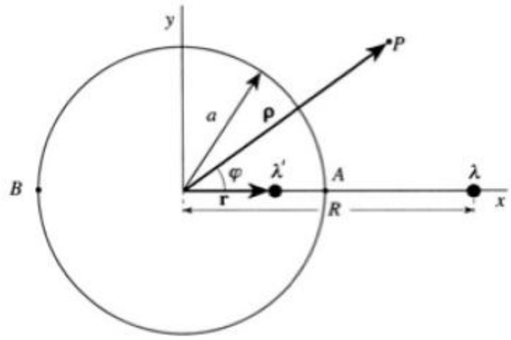

Figura 3.

Luego, el potencial total, debido al cable imaginario $\lambda^{'}$ y a λ es la superposición de ambos, es decir:

$$V(\rho) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln|\vec{\rho} - R\hat{x}| - \frac{\lambda^{'}}{2\pi\epsilon_0}\ln|\vec{\rho} - \vec{r}|$$

Luego, imponiendo las condiciones de borde que el potencial en el infinito es cero y que en toda la superficie cilíndrica tiene la misma magnitud, se llega a:

$$\ln\left(\frac{a-R}{a+R}\right) = \ln\left(\frac{a-r}{a+r}\right)$$

Con lo que obtenemos la posición de la línea imaginaria equivalente:

$$r = \frac{a^2}{R}$$

Y por último el potencial total en la superficie tiene el valor:

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{R}{a}\right)$$

Como $\vec{\rho} = \rho\cos\phi\hat{x} + \rho\sin\phi\hat{y}$. El potencial queda descrito por:

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left[\frac{\sqrt{(\rho\cos\phi - r)^2 + \rho^2\sin^2\phi}}{\sqrt{(\rho\cos\phi - R)^2 + \rho^2\sin^2\phi}}\right]$$

Recordando que $r = a^2/R$.