Soluciones de la Clase Auxiliar N°4
Electromagnetísmo

Profesor: Claudio Romero
Auxiliares: Felipe Larraín y Víctor Medina.

21 de abril del 2010

Pregunta 1:

(a) $\sigma_a = -\frac{2}{15}\frac{\rho_0 a}{\varepsilon_0}\left[\frac{C}{m^2}\right]$

$\sigma_b = 0\left[\frac{C}{m^2}\right]$

(b) $V(\overrightarrow{r} = 0\hat{r}) = \frac{7}{60}\frac{\rho_0 a^2}{\varepsilon_0}[V]$

(c) $U = \frac{8}{525}\frac{\pi\rho_0^2 a^5}{\varepsilon_0}[J]$

Pregunta 2:

La energía potencial electroestática almacenada en un condensador viene directamente de la expresión $U = \frac{\epsilon_0}{2}\int E^2 dV$ y como están conectados en paralelo, la capacidad total del sistema es $C_1 + C_2$, luego;

$$U_T = \frac{(C_1 + C_2)V^2}{2}$$

Pregunta 3:

Vemos que el potencial electroestático es $V = V_0\frac{\phi}{\alpha}$ y el campo eléctrico $\vec{E} = -\nabla V = -\frac{V}{\rho\alpha}\hat{\phi}$. Además,

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{\epsilon_0}{2}\int E^2 d\tau = \frac{\epsilon_0 L_1 L_2 V^2}{2(d_2 - d_1)}\ln\frac{d_2}{d_1}$$

$$\therefore C = \frac{\epsilon_0 L_1 L_2}{(d_2 - d_1)}\ln\left[1 + \frac{d_2 - d_1}{d_1}\right]$$

Pregunta 4:

(a) $U = \frac{3Q^2}{10\pi\varepsilon_0 R}[J]$. Y si $R \to 0$, $U \to \infty$, i.e., la esfera pasa a ser una carga puntual.

(b) $\overrightarrow{F} = \frac{-Q\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)\hat{k}[N]$

(c) Usando que $E_{final} = E_{inicial}$ y que por ello, $U_{inicial} = U_{final} + \frac{1}{2}mv^2$,

$$v = \sqrt{\left(U_{inicial} - U_{final}\right)\frac{2}{m}}$$

$$U_{inicial} = \frac{-Q\sigma R}{4\varepsilon_0}\left(\sqrt{5} - 1\right)$$
$$U_{final} = \frac{-13Q\sigma R}{32\varepsilon_0}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{Q\sigma R}{16m\varepsilon_0}\left(21 - 8\sqrt{5}\right)}\left[\frac{m}{s}\right]$$

Pregunta 5:

Usando la aproximación dipolar, el trabajo necesario para llevar q a $\frac{h}{2}$ desde el suelo es:

$$W = q\triangle V = q\left(V_{final} - V_{inicial}\right) = q\left(V\left(z = \frac{h}{2}\right) - V(z = 0)\right)$$

Calculando se obtiene,

$$V_{dipolar}(z\hat{k}) = -\frac{Fh^3}{2q}\frac{1}{\left(z - h\right)^2}[V]$$

$$\therefore W = q\left(-\frac{3Fh}{2q}\right) = -\frac{3}{2}Fh[J]$$

Queda propuesto calcular por definición sin la aproximación dipolar, y revisar la aproximación $h >> d$ en comparación con estos resultados.