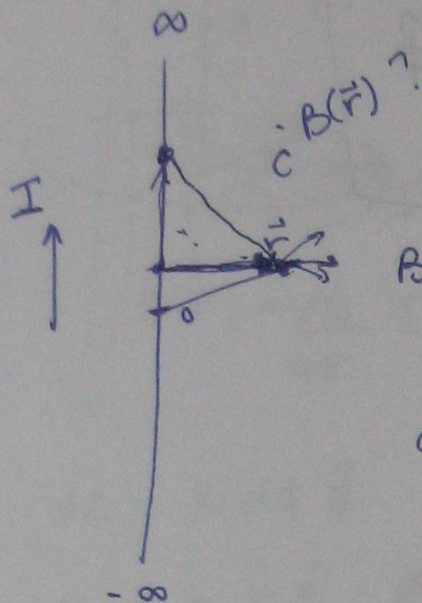




$$\rho \hat{\rho} + z' \hat{z} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' = z' \hat{z}$$

$$B(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint d\vec{\ell} \wedge \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3}$$

$$d\vec{\ell} = dz' \hat{z}$$

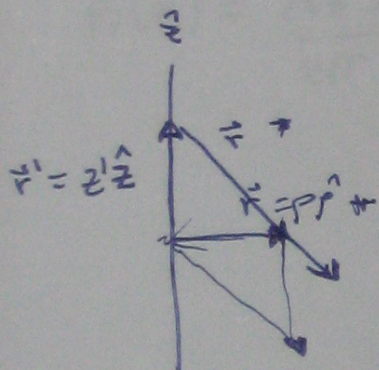
$$\mathbf{r}' = z' \hat{z}$$

$$\mathbf{r} = \rho \hat{\rho}$$

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}' = \rho \hat{\rho} - z' \hat{z}$$

$$\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3 = (\rho^2 + z'^2)^{3/2}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} dz' \hat{z} \wedge \frac{(\rho \hat{\rho} - z' \hat{z})}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}}$$



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{z} \wedge \rho \hat{\rho} - \cancel{\hat{z} \wedge z' \hat{z}} \right) \frac{dz'}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz' \cdot \rho}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}} \hat{\phi}$$

$$\phi \neq \phi(z)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho dz}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}}$$

$$z = \rho \tan \alpha$$

$$dz = \rho \sec^2 \alpha d\alpha$$

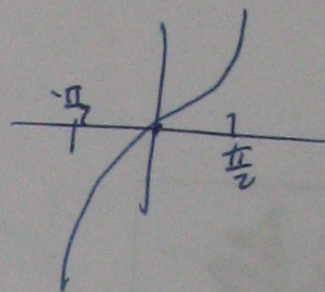
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\rho \sec^2 \alpha d\alpha}{\rho^3 \left(1 + \frac{z^2}{\rho^2} \right)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\sec^2 \alpha d\alpha}{(1 + \tan^2 \alpha)^{3/2}}$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1$$

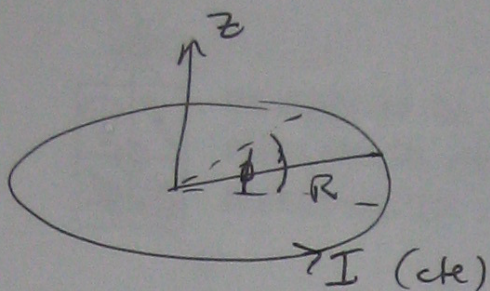
$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \alpha.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha \, d\alpha$$



$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \underbrace{\sin(\alpha)}_2 \bigg|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$

3)



$\vec{B}$? sobre el eje z

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint d\vec{\ell}' \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$d\vec{\ell} = R d\phi \hat{\phi}$$

$$\vec{r} - \vec{r}' = \underbrace{z \hat{z}}_{\vec{r}} - \underbrace{R \hat{r}}_{\vec{r}'}$$

$$\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3 = (z^2 + R^2)^{3/2}$$

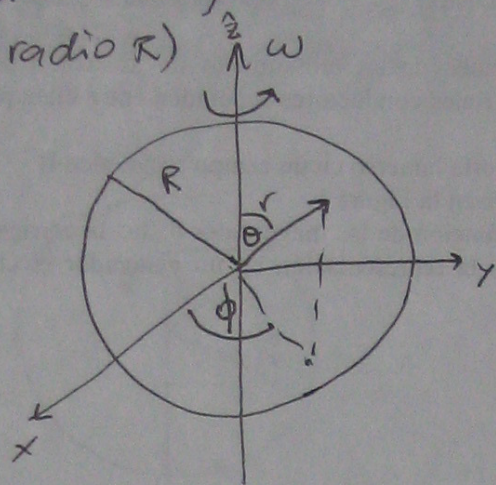
$$\hat{r} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} R d\phi \frac{(\hat{\phi} \times (z \hat{z} - R \hat{r}))}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} R d\phi \frac{[\cancel{z \hat{\phi}} + \hat{z} R]}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \rightarrow \text{pero } \oint \sin \theta = \oint \cos \theta = 0.$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2\pi R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z}$$

① Calcular el campo magnético producido por una ^(en el centro del cascarón) ~~cáscara~~ ^{cáscara} cargada con densidad σ de ^(volumétrica) que rota a velocidad angular ω en torno al eje z (por decir algo!) (esf radio R)



Si bien la simetría del sistema es esférica la corriente se produce por la ~~cáscara~~ rotando por lo que la corriente no tiene una simetría esférica ya que varía con el ángulo θ (en $\theta=0$ $I=0$ mientras que en $\theta=\pi/2$ $I \neq 0$)

Sabemos que $\vec{J} = \rho \vec{v}$ $\sigma \sin\theta$ y $\vec{v}$ de un "elemento" de carga en la esfera:

$$\vec{v} = R\omega \hat{\phi} \sin\theta$$

$$\text{luego } \vec{J} = \frac{\sigma}{J} \omega R \hat{\phi} \sin\theta \quad (\text{recordar que } \hat{\phi} = \begin{pmatrix} -\sin\theta \cos\phi \\ -\sin\theta \sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix})$$

luego el campo magnético $\vec{B}$ está dado por la ley de Biot Savart

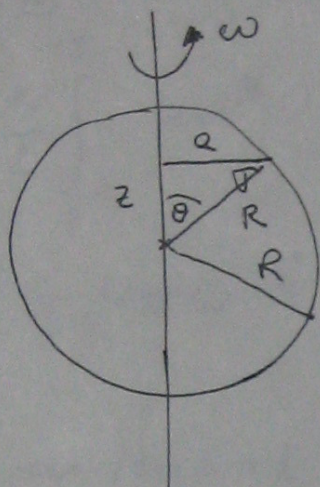
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

(expresión general)

($\vec{r}'$ s se refieren a la localización de la densidad de corriente y $\vec{r}$ son el pto observación del campo)



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE FISICA



$$\vec{V}_{\text{carga}} = R\omega \hat{\phi} \sin\theta$$

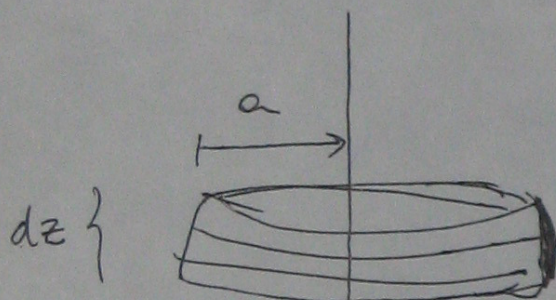
$$\sin\theta = \frac{a}{R} = \frac{\sqrt{R^2 - z^2}}{R}$$

$$\omega \sin\theta = \frac{z}{R}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{V}$$

$$= \sigma \omega R \hat{\phi} \sin\theta$$

$$dI = \sigma \omega R \sin\theta d\theta$$



$$\vec{B}_{\text{espira}}(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$\sigma \omega R \sin\theta d\theta$$

$$z = R \cos\theta$$

~~dz~~

$$a = R \sin\theta$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{2}$$

$$\frac{R^2 \sin^2\theta}{R^3} \sigma \omega R \sin\theta d\theta$$





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE FISICA

$$B = \frac{\mu_0}{2} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta \, \sigma \, \omega \, d\theta \, \hat{z}$$

$$= \frac{2}{3} \mu_0 \sigma \omega \, \hat{z}$$

* y en general dentro del cuerpo

$$\frac{2}{3} \mu_0 \sigma \omega \sin \psi$$

ángulo entre $\hat{z}$ y ω .

