Mecanica

Fuerzas especificas

Aux: Esteban Castillo

Prof: Andres Escala

P1 Para A

$$(N-mg)\hat{j} + (T - kx + f_r)\hat{\imath} = m(\cancel{\ddot{y}}\hat{j} + \ddot{x}\hat{\imath})$$

$\Rightarrow N = mg$

Para B

$$(T-mg)\hat{j} = m\ddot{h} \Rightarrow T = m(\ddot{h} + g)$$

Ademas $h = -x \Rightarrow \ddot{h} = -\ddot{x}$

Reemplazando en la ecuacion para A

$$\Rightarrow 2m\ddot{x} = -kx + f_r + mg$$

La condicion inicial $\mu_e < 1 \Rightarrow f_r \leq \mu_e mg$

Es decir F_{neta} sobre A en el caso critico es $mg(1-\mu_e)$

$\Rightarrow$ el cuerpo puede moverse.

a) $$\ddot{x} = -\frac{k}{2m}x + \frac{g}{2}(1-\mu_d) \quad / \dot{x} \quad / \int$$

$$\frac{\dot{x}^2}{\cancel{2}} = -\frac{kx^2}{2\cancel{2}m} + \frac{gx}{\cancel{2}}(1-\mu_d) + C \qquad \dot{x}(x=0)=0 \Rightarrow C=0$$

En el punto de maximo estiramiento $\dot{x}=0$

$$\Rightarrow -\frac{k}{2m}x^2 + gx(1-\mu_d) = 0 \Rightarrow x=0 \quad \vee \quad x = \frac{2mg(1-\mu_d)}{k}$$

b) $$\dot{x}(x) = \sqrt{gx(1-\mu_d) - \frac{k}{m}x^2}$$

Para buscar donde se alcanza el maximo imponemos

$$\frac{\partial\dot{x}}{\partial x} = 0$$

i.e.: $\dfrac{\partial \dot{x}}{\partial x} = \dfrac{g(1-\mu_d) - \frac{k}{m}x}{2\sqrt{\%}} = 0 \Rightarrow \tilde{x} = \dfrac{mg(1-\mu_d)}{k}$

$\dot{x}_{max} = \dot{x}(\tilde{x}) = \sqrt{g(1-\mu_d)\tilde{x} - \dfrac{k}{2m}\tilde{x}^2} = g(1-\mu_d)\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

c) Imponemos que, en el punto de maximo estiramiento el roce estatico pueda "sostener" el sistema

es decir $F_{neta} = -k x_{max} + mg + f_r = 0$

$f_r \leq \mu_e N \Rightarrow + k x_{max} - mg < mg \mu_e$

$\Rightarrow x_{max} \leq \dfrac{mg}{k}(1+\mu_e)$

$2\dfrac{\cancel{mg}}{\cancel{k}}(1-\mu_d) \leq \dfrac{\cancel{mg}}{\cancel{k}}(1+\mu_e)$

$\Rightarrow 2\mu_d \geq 1 - \mu_e \Rightarrow \boxed{\mu_d \geq \dfrac{1-\mu_e}{2}}$

P2| Ver apunte de cordero: Cap 3 Fuerzas especificas

P3|

a). $F_{neta} = k l_0 - f_r \geq 0 \Rightarrow f_r = \mu_e N \leq k l_0$

como $N = mg \Rightarrow \mu_e < \dfrac{k l_0}{mg}$ asegura que la masa se mueva

b) $m\ddot{x} = \underbrace{-kx}_{\text{resorte}} \underbrace{- mg\mu_d}_{\text{roce dinamico}} \Big/ \dot{x} \int$

$\Rightarrow \dfrac{\dot{x}^2}{2} = -\dfrac{k}{m}\dfrac{x^2}{2} - x\, g\mu_d + C$

Como $\dot{x}(x=-l_0) = 0 \Rightarrow -\dfrac{k l^2}{2m} + l g \mu_d + C = 0 \Rightarrow C = \dfrac{k l^2}{2m} - l g \mu_d$

$\Rightarrow \dot{x}^2 = -\dfrac{k}{2m}(x^2 - l^2) - g\mu_d(x + l)$

Imponemos $\dot{x}(x=0) \geqslant 0$

$$\Rightarrow \frac{k\ell^2}{2m} - g\mu_d \ell \geqslant 0 \Rightarrow \mu_d \leq \frac{k\ell}{2mg}$$

c) Suponiendo $\mu_d > \frac{k\ell}{2mg}$

$$\Rightarrow \dot{x}(x=0) = \sqrt{\frac{k}{2m}\ell^2 - g\ell\mu_d} = v_{ox}$$

Veremos que cuando existen ecuaciones del tipo:

(1) $m\ddot{x} = -\gamma\dot{x}$ (2) $m\ddot{y} = -\gamma\dot{y} - mg$

(1) $\Rightarrow$ $x(t)$ es acotada para $t \to \infty$. Es decir existe un alcance maximo

(2) $\Rightarrow$ $\dot{y}(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} C$. Este valor constante al que tiende la velocidad se conoce como velocidad limite

(1) $\ddot{x} = -\frac{\gamma}{m}\dot{x} \ \Big/ \int dt \Rightarrow \dot{x} = -\frac{\gamma}{m}x + C$

$$\dot{x}(x=0) = v_{ox} \Rightarrow C = v_{ox}$$

$$\Rightarrow \dot{x} + \frac{\gamma}{m}x = v_{ox} \ \Big/ e^{\frac{\gamma}{m}t} \Big/ \int \Rightarrow \int \left(x e^{\frac{\gamma}{m}t}\right)^{\cdot} = \int \left(\frac{m}{\gamma} v_{ox} e^{\frac{\gamma}{m}t}\right)^{\cdot}$$

$$x e^{\frac{\gamma}{m}t} = \frac{m}{\gamma} v_{ox} e^{\frac{\gamma}{m}t} + D \qquad x(t=0) = 0 \Rightarrow D = -v_{ox}\frac{m}{\gamma}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{m v_{ox}}{\gamma}\left(1 - e^{-\frac{\gamma t}{m}}\right)$$

Tomando $\lim_{t\to\infty} x(t) = \frac{m v_{ox}}{\gamma}$

(2) $\ddot{y} = -\frac{\gamma}{m}\dot{y} - g \ \Big/ \int \Rightarrow \dot{y} = -\frac{\gamma}{m}y - gt + E$

$$\dot{y}(t=0) = y(t=0) = 0 \Rightarrow E = 0$$

$$\dot{y} + \frac{r}{m} y = -gt \;/\; e^{\frac{r}{m}t} \int$$

$$\int \left(y e^{\frac{r}{m}t} \right)^{\cdot} dt = \int -g t e^{\frac{r}{m}t} dt + F$$

$$y e^{\frac{r}{m}t} = -g \frac{m}{r} t e^{\frac{r}{m}t} + g \frac{m}{r} \int e^{\frac{r}{m}t} + F$$

$$y e^{\frac{r}{m}t} = -g \frac{m}{r} t e^{\frac{r}{m}t} + g \frac{m^2}{r^2} e^{\frac{r}{m}t} + F$$

$$y(t=0) = 0 \Rightarrow F = -g \frac{m^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow y(t) = -g \frac{m}{r} t + g \frac{m^2}{r^2} \left(1 - e^{-\frac{r}{m}t} \right)$$

$$\Rightarrow \dot{y}(t) = -g \frac{m}{r} + g \frac{m}{r} e^{-r/m\, t}$$

Vemos que

$$\lim_{t \to \infty} \dot{y}(t) = -g \frac{m}{r}$$

Otra aproximacion al problema es asumir soluciones de cierta forma y comprobar si cumplen la ecuacion. Por ejemplo

$$(1) \Rightarrow \ddot{x} = -\frac{r}{m} \dot{x} \longrightarrow \text{Es satisfecha por } x(t) = x_m \text{ cte}$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\cancel{\dot{x}_m}}_{0} = -\frac{r}{m} x_m + v_{0x} \Rightarrow x_m = v_{0x} \frac{m}{r}$$

$$(2) \Rightarrow \ddot{y} = -\frac{r}{m} \dot{y} - g \rightarrow \text{es satisfecha por } \dot{y}(t) = v_y \text{ cte}$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\cancel{(v_y)^{\cdot}}}_{0} = -\frac{r}{m} v_y - g \Rightarrow v_y = -\frac{mg}{r}$$