Mecanica
Auxiliar Torque

Aux: Esteban Castillo
Prof: Andres Escala

P1. Remitase a su version favorita del kim

P2.

a) $r_1 = a\hat{\rho}$ $\qquad r_2 = -b\hat{\rho}$ $\qquad F_1 = m_1 g(\hat{\rho}\cos\phi - \hat{\phi}\sin\phi)$

$F_2 = m_2 g(\hat{\rho}\cos\phi - \hat{\phi}\sin\phi)$

$\Rightarrow \dot{r}_1 = a\dot{\phi}\hat{\phi} \qquad \dot{r}_2 = -b\dot{\phi}\hat{\phi} \Rightarrow p_1 = m_1 a\dot{\phi}\hat{\phi} \qquad p_2 = -m_2 b\dot{\phi}\hat{\phi}$

$\Rightarrow \ell_\theta = r_1 \times p_1 + r_2 \times p_2 = m_1 a^2\dot{\phi}\hat{k} + m_2 b^2\dot{\phi}\hat{k} = \dot{\phi}(m_1 a^2 + m_2 b^2)\hat{k}$

$\tau = r_1 \times F_1 + r_2 \times F_2 = -g m_1 a \sin\phi\,\hat{k} + g m_2 b \sin\phi\,\hat{k} = -g\sin\phi(m_1 a - m_2 b)\hat{k}$

$$\ell_\theta = \dot{\phi}(m_1 a^2 + m_2 b^2)\hat{k}$$
$$\tau = -g\sin\phi(m_1 a - m_2 b)\hat{k}$$

b) $\dot{\ell} = \tau \Rightarrow \boxed{\ddot{\phi} = -g\sin\phi\dfrac{(m_1 a - m_2 b)}{m_1 a^2 + m_2 b^2}} \quad \Big/ \dot{\phi}$

$$\boxed{\dot{\phi}^2 = g\cos\phi\frac{(m_1 a - m_2 b)}{m_1 a^2 + m_2 b^2}}$$

c) Retomando la ec de mov $\dot{\ell} = \tau$

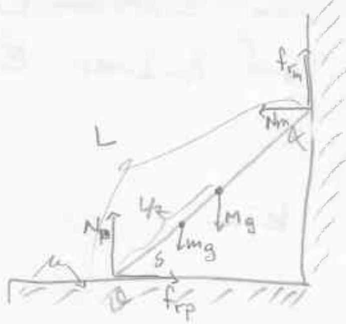
si tomamos $\phi \ll 1$ y $m_1 a > m_2 b$ y $\dot{\phi}(0) = 0$ y $\phi(0) \approx 0$

$\Rightarrow \ddot{\phi} = -C^2\phi$ con C^2 cte $\Rightarrow$ Solucion oscilatoria acotada en torno a $\phi = 0$

Si $m_2 b > m_1 a \Rightarrow \ddot{\phi} = C^2\phi \Rightarrow$ solucion exponencial divergente (de hecho se viola la suposicion $\phi \ll 1$)

$\Rightarrow$ se aleja de $\phi = 0$

P3|



Ley newton

$$\left(-g(M+m)+f_{r_m}+N_p\right)\hat{j} + \left(f_{rp}-N_m\right)\hat{\imath} = \sum F$$

imponemos $\ddot{r}=0$ (escalera estatica)

$$\Rightarrow \quad N_m = f_{rp} \qquad y \qquad f_{r_m}+N_p = g(M+m)$$

Además tenemos las cotas para f_{rp} y f_{rm}

$$f_{rp} \leq N_p\mu \qquad f_{rm}\leq N_m\mu$$

Este set de ecuaciones (en el caso critico 4 igualdades y 4 incognitas: N_p, N_m, f_{rp}, f_{rm}) permite determinar estas 4 cantidades. ¿Como nos introducimos s al sistema?

No puede ser la ley de Newton ya que esta trata a los cuerpos como particulas puntuales (sin dimension)

$$\tau = \sum_i r_i \times F_i = s\hat{t}\times(-mg\hat{j}) + \frac{L}{2}\hat{t}\times(-Mg\hat{j}) + L\hat{t}\times(-N_m\hat{\imath}+f_{rm}\hat{j})$$

con $\hat{t} = \hat{\imath}\sin\alpha + \hat{j}\cos\alpha$

$$= \left[-mgs\sin\alpha - \frac{L}{2}Mg\sin\alpha + N_m L\cos\alpha + Lf_{rm}\sin\alpha\right]\hat{k}$$

$$\Rightarrow \quad f_{rp}=N_m=N_p\mu \qquad f_{rm}=N_m\mu \qquad f_{rm}+N_p = g(M+m)$$

$$\Rightarrow \quad N_p(1+\mu^2) = g(M+m) \Rightarrow N_m = \frac{\mu g(M+m)}{1+\mu^2}$$

$$\Rightarrow \quad f_{rm} = \frac{\mu^2}{1+\mu^2}g(M+m)$$

Finalmente $-sm\cancel{g}\sin\alpha - \frac{L}{2}M\cancel{g}\sin\alpha + \frac{L\mu \cancel{g}}{1+\mu^2}(M+m)\cos\alpha + L\sin\alpha\frac{\mu^2 \cancel{g}}{1+\mu^2}(M+m) = 0$

$$s = \left(L(M+m)\frac{\mu}{1+\mu^2}\left(\cos\alpha+\mu\sin\alpha\right) - \frac{L}{2}M\sin\alpha\right)\cdot\frac{1}{m\sin\alpha}$$