

Auxiliar 15 - Viernes 28 de Mayo de 2010
Mecánica - FI2001A - Sección 4
Prof. Gonzalo Palma - Aux: Sergio Godoy, Francisco Parra

Problema 1

Una partícula de masa m que se mueve en una dimensión tiene una energía potencial:

$$U(x) = U_0 \left[2 \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \left(\frac{x}{a} \right)^4 \right]$$

Donde U_0 y a son constantes positivas.

- (a) Encuentre la fuerza $F(x)$, que actúa en la partícula.
- (b) Encuentre las posiciones de equilibrio y determine si son estables o inestables.
- (c) Determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones en los puntos de equilibrio estable.
- (d) ¿Cuál es la velocidad mínima que debe tener la partícula para escapar al infinito?

Problema 2

Se tiene una barra sin masa que puede rotar libremente en torno a su punto medio, fijo en O . En los extremos de la barra hay dos masas m , las cuales a su vez están unidas a resortes idénticos de constante elástica k y largo natural l_0 . Considere que $D = 4l_0$ y $L = 2l_0$. El movimiento ocurre en ausencia de gravedad.

- (a) Determine los puntos de equilibrio del sistema y su estabilidad.
- (b) Si el sistema es soltado desde una configuración cercana al único equilibrio estable, calcule la frecuencia de pequeñas oscilaciones.
- (c) Considere, por último, que el sistema es sumergido en un medio viscoso de manera tal que la masa inferior experimenta una fuerza del tipo $\vec{F} = -\gamma v$, con $\gamma < \sqrt{mk}$, mientras que la superior se sigue moviendo libremente. Determine el movimiento para pequeñas perturbaciones que sigue el sistema en tal caso.

Indicación: Escriba la energía en aproximación de pequeñas oscilaciones y obtenga la ecuación de movimiento:

$$\frac{dE}{dt} = \vec{F}^{nc} \cdot \vec{v}$$

Problema 3

El anillo de masa m de la figura desliza sin roce por una barra inclinada un ángulo 45° respecto de la horizontal. El anillo está ligado a puntos fijos P y Q mediante resortes ideales de largo natural nulo y constante elástica k . La barra y los puntos P y Q se encuentran en un mismo plano vertical. Los puntos P y Q se encuentran a una misma altura, separados entre sí por una distancia L . La barra corta la recta PQ justo en su punto medio.

- a) Determinar la(s) posición(es) de equilibrio de anillo, indicando su tipo (estable o inestable).
- b) Determinar la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno al punto de equilibrio estable de la parte a).

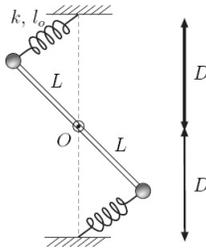


Figura 1: Problema 2

c) Si el anillo es soltado desde el reposo en la posición justo bajo el punto P, determine la máxima altura que asciende (o desciende) en su movimiento.

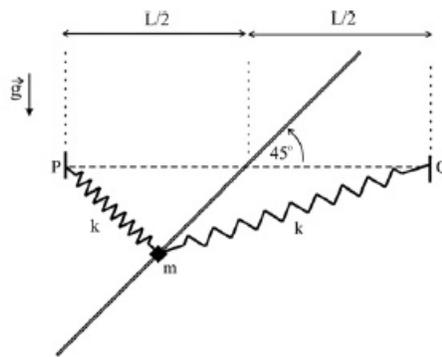


Figura 2: Problema 3