

Auxiliar 1 - Lunes 29 Marzo 2010
Mecánica - FI2001A - Sección 4
Prof. Gonzalo Palma - Aux: Sergio Godoy, Francisco Parra

Problema 1

La trayectoria de un punto P, en coordenadas cilíndricas, se define con:

$$\rho(t) = \rho_0 \quad \theta(t) = ? \quad z(t) = h - B\theta(t)$$

Se sabe que $\theta(t)$ es una función monótona, $\theta(0) = 0$ y que $\dot{\theta}(0) = \omega_0$ y donde h, B y ω_0 son cantidades positivas conocidas.

- (a) Obtenga las expresiones para los vectores velocidad y aceleración en este ejemplo.
- (b) Obtenga una expresión para el vector tangente $\mathbf{t}$ y para la rapidez de P.
- (c) Obtenga expresiones para las aceleraciones centrípeta y tangencial:

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}_{cent}(t) + \mathbf{a}_{tg}(t)$$

- (d) ¿Cuál es la función $\theta(t)$, si se sabe que la aceleración apunta todo el tiempo perpendicular al eje Z?

Problema 2

Considere una curva espiral descrita en coordenadas esféricas por las ecuaciones:

$$r = R, \quad \phi = N\theta$$

donde R y N son constantes conocidas (N entero par). Una partícula se mueve sobre la espiral partiendo desde el extremo superior ($\theta = 0$) y manteniendo una velocidad angular zenital constante y conocida, $\dot{\theta} = \omega_0$. Se pide:

- (a) Utilizando coordenadas esféricas, escriba los vectores velocidad y aceleración para una posición arbitraria de la partícula sobre su trayectoria.
- (b) Determine el valor del radio de curvatura de la trayectoria en el ecuador ($\theta = 90^\circ$).
- (c) Encuentre una expresión para la longitud total de la espiral y para el tiempo que la partícula tarda en recorrerla. (Indicación: De ser difícil de calcular, puede dejar expresada la integral).



Figura 1: Problema 2

Problema 3

El punto de unión P entre un pistón y una biela de largo D se mueve a lo largo del eje x debido a que el disco, de radio R y centro en un punto fijo O, rota a velocidad angular constante ω . En el instante $t = 0$ la biela está horizontal ($\phi = 0$, $x = R + D$).

- (a) Encuentre una expresión para la distancia $x(t)$ entre P y O como función del tiempo t.
- (b) Encuentre la velocidad $v(t)$ de P.
- (c) En la expresión para $v(t)$ considere el caso $R \ll D$ y luego encuentre una expresión aproximada para la aceleración de P.

Problema 4

Una barra rígida de largo L se mueve apoyada en dos paredes rígidas que forman un ángulo recto entre ellas. Suponga que el ángulo $\theta = \theta(t)$ es una función arbitraria del tiempo.

- (a) Determine el vector posición $r(t)$, velocidad $v(t)$ y aceleración $a(t)$ del punto medio de la barra.
- (b) El radio de curvatura de una trayectoria se define como $\rho = \frac{v^3}{||v \times a||}$. Calcule el radio de curvatura de esta trayectoria.
- (c) Suponga ahora que el apoyo inferior de la barra se mueve con rapidez constante v_0 a partir del momento en que la barra está en la posición vertical. Encuentre la función $\theta(t)$ que da lugar a ese movimiento.

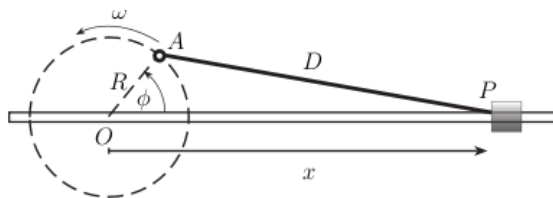


Figura 2: Problema 3

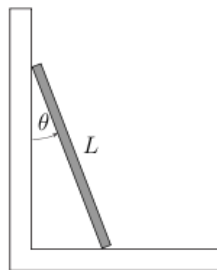


Figura 3: Problema 4