Pauta Problema 1, Control 2

Parte (a)

Se pide calcular el trabajo realizado por la fuerza total entre $\phi = 0$ y un ϕ arbitrario. El trabajo realizado por la fuerza total es igual a la variación de energía cinética; para determinar esta variación, escribimos la velocidad de la partícula

$$\vec{v} = R\dot{\phi}\hat{\phi}$$

$$\rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m(R\dot{\phi})^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Las fuerzas que actúan sobre la partícula son las normal y el roce viscoso. Haciendo el balance de fuerza en $\hat{\phi}$, obtenemos

$$mR\ddot{\phi} = -cR\dot{\phi}$$

que integramos para obtener una expresión de $\dot{\phi}$ en función de $\dot{\phi}$. Así, obtenemos

$$\dot{\phi} = -\frac{c}{m}\phi + \frac{v_0}{R}$$

Reemplazando esta última expresión en la variación de energía cinética, se concluye que

$$W(\phi) = \Delta K = \frac{1}{2}mR^2\left\{\frac{-c}{m}\phi + \frac{v_0}{R}\right\}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$W(\phi) = \frac{1}{2}\frac{R^2c^2}{m}\phi^2 - Rcv_0\phi$$

`(3ptos.)`

**Esta parte también se podía hacer caclulando el trabajo por definici?n. Puesto que la única fuerza que hac?a trabajo era el roce visoso, el trabajo era

$$\int_0^{\phi} -cR\dot{\phi}\hat{\phi} \cdot Rd\phi\hat{\phi}$$

El resultado era exactamente igual.

Parte (b)

Debemos encontrar ahora una condición sobre v_0 para que la partícula, por efecto del roce, se detenga en $\phi = \pi$. Para esto imponemos que

$$K_\pi = 0$$

y por lo tanto

$$\Delta K_\pi = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

pero $\Delta K_\pi = W(\pi)$, y de acuerdo a la expresión obtenida en (a)

$$W(\pi) = -Rcv_0\pi + \frac{1}{2}\frac{R^2c^2}{m}\pi^2$$

Igualando ambas expresiones para el trabajo, obtenemos

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - Rcv_0\pi + \frac{1}{2}\frac{R^2c^2}{m}\pi^2 = 0$$

que es una ecuación cuadrática para v_0, cuya única solución es

$$v_0 = \frac{Rc\pi}{m}$$

Luego, éste es el valor que sebe tomar v_0 para que la partícula se detenga justo en π.

`(3ptos.)`

Paulina Cecchi