

EL MISMO 8 DE JUNIO DEBERÁ SUBIR SU PROGRAMA A U-CURSOS.

---

**Ejercicio de precalentamiento:** En el desarrollo de algoritmos las derivadas se escriben como diferencias discretas. Considere dos definiciones de “derivada”:

$$D_2(f(x)) = \frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{\varepsilon}, \quad D_3(f(x)) = \frac{f(x+\varepsilon) - f(x-\varepsilon)}{2\varepsilon},$$

Haga un gráfico log-log de dos curvas versus  $\varepsilon$ :  $|\cos(x) - D_2(\sin(x))|$  y  $|\cos(x) - D_3(\sin(x))|$  donde  $\varepsilon = e^{-3u}$  con algunos pocos miles de valores de  $u$  tal que  $10^{-14} \leq \varepsilon \leq 1$ . Tome un valor de  $x$  a gusto que satisfaga  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ . Comente el significado de su resultado.

**Problema:** Integre numéricamente, con alguno de los algoritmos enseñados en clase, el comportamiento de un péndulo forzado y amortiguado por un roce viscoso  $\gamma$ . Este sistema consiste en una vara ideal rígida de masa despreciable, en cuyo extremo hay una masa  $m$ . El punto de apoyo  $\mathcal{O}$  no está fijo sino que oscila verticalmente con una cierta frecuencia. Se puede demostrar que la ecuación para el ángulo  $\phi$  es

$$\ddot{\phi} + \gamma\dot{\phi} + \omega_0^2 \sin \phi = A \cos(\omega t)$$

donde los parámetros específicos del sistema (largo del péndulo, la masa de la partícula etc.) están absorbidos en los parámetros de la ecuación. Considere tan solo casos en que  $\omega_0 = 1$ ,  $A = 1,2$  y  $\omega = 0,8425$ .

- 1) Considere el caso  $\gamma = 0,25$ 
  - (a) Describa y caracterice la etapa inicial del movimiento.
  - (b) Haga un gráfico  $\dot{\phi}$  versus  $\phi$  del comportamiento asintótico.
- 2) Estudie el caso  $\gamma = 0,21$ . Deje evolucionar al sistema lo suficiente para que pueda considerarse que ya está en régimen asintótico y sólo entonces haga un gráfico de puntos aislados  $[\dot{\phi}, \phi]$  obtenidos en instantes  $t = nT + t_0$  con  $n = 0, 1, \dots$  entero donde  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  y  $t_0$  tiene un valor a su elección. Debe obtener varios miles de puntos para que su gráfico tenga sentido. (Este tipo de gráficos se denominan “mapa de Poincaré”).

Debe ser muy claro en la descripción (¡en palabras!) de lo que ha hecho: algoritmo y valores escogidos: por ejemplo el valor de  $dt$ . Se espera que haga tablas y gráficos que representen bien sus resultados. En tablas debe decirse qué hay en las columnas; en los gráficos debe estar indicado qué representan los ejes. La calidad y claridad con que presente sus resultados importa mucho en la evaluación.