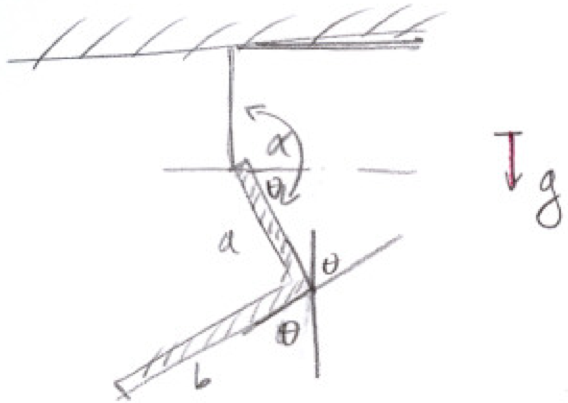
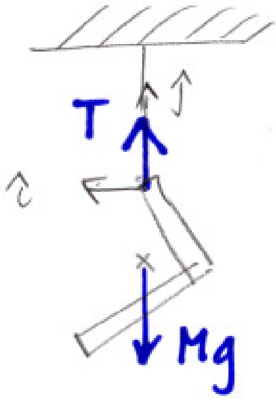
PAUTA EXTENDIDA.

EJERCICIO 2




LO PRIMERO ANTES DE RESOLVER EL PROBLEMA ES PENSAR. EN UN CUERPO EXTENDIDO LAS FUERZAS ACELERAN AL CUERPO COMO SI ESTUVIERAN ACTUANDO SOBRE EL CENTRO DE MASA. INTUÍMOS PRIMERO QUE EL HILO ES PERPENDICULAR AL CIELO. POR LO TANTO LA TENSIÓN ACTÚA EN LA VERTICAL Y TIENE SÓLO UNA COMPONENTE SEGÚN $\hat{j}$)



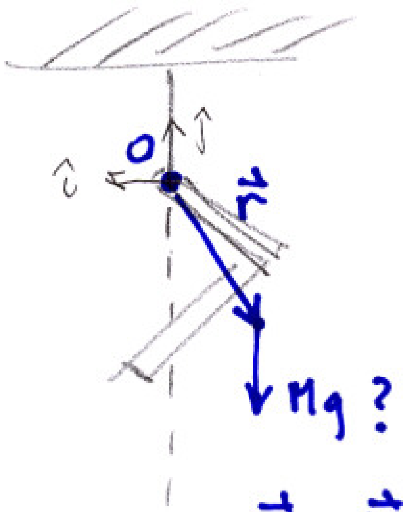

LA ÚNICA OTRA FUERZA ACTUANDO ES LA GRAVEDAD NECESARIAMENTE ACTÚA EN A VERTICAL CON MAGNITUD $Mg$ (NOS DAMOS $M$ LA MASA DE LA BARRA)

LA PRIMERA CONDICIÓN DE EQ. ESTÁTICO ES QUE

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM} = 0 \Bigg\} \Rightarrow T = Mg$$

VEMOS ADEMÁS QUE EL PUNTO DE CONTACTO ENTRE EL HILO Y LA ESTRUCTURA PERMANECERÁ FIJO.

Podemos imaginar una línea vertical que continua a lo largo del hilo y pasa por la estructura.




SI LA GRAVEDAD SE EJERCE SOBRE CUALQUIER PUNTO FUERA DE ESA LÍNEA, ENTONCES HABRÁ UN TORQUE NETO EN TORNO AL PUNTO DE CONTACTO Y NO ESTAREMOS EN EQUILIBRIO

$\vec{r} \times \vec{M}g \neq 0 \Rightarrow$ NO ESTARÍAMOS EN EQUILIBRIO!

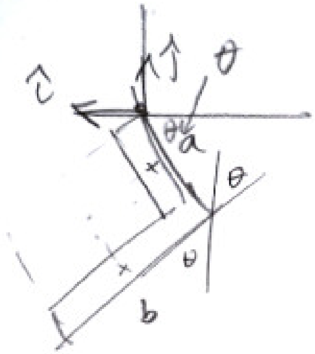
DE AQUÍ CONTESTAMOS LA SEGUNDA PARTE DE LA PREGUNTA. EL CENTRO DE MASA, NECESARIAMENTE ESTÁ EN LÍNEA CON EL HILO.

ESTO PODEMOS ESCRIBIRLO COMO UNA CONDICIÓN PARA LA POSICIÓN DEL CENTRO DE MASA

$$\boxed{R_x = 0}$$

$\vec{R} = R_x \hat{\imath} + R_y \hat{\jmath}$ (posición del centro de masas)

AHORA, EL CENTRO DE MASA SE ENCUENTRA COMO EL PROMEDIO PONDERADO DE LOS CM'S DE CADA BARRA




ME DOY EL ÁNGULO $\theta$ tal que

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \theta$$

Y POR LO TANTO

$$R_{xa} = -\frac{a}{2}\cos\theta$$

$$R_{xb} = -a\cos\theta + \frac{b}{2}\sin\theta$$

$\vec{R} = R_x\,\hat{\imath} + R_y\,\hat{\jmath}$

$R_{xa}$ : posición en x del centro de masa de la barra a.

$$R_x = -\left(\frac{a}{a+b}\right)\frac{a}{2}\cos\theta + \left(\frac{b}{a+b}\right)\cdot\left(-a\cos\theta + \frac{b}{2}\sin\theta\right)$$

PERO SABEMOS QUE $R_x = 0$

( EN RIGOR LA MASA DE LA BARRA A ES

$M\cdot\left(\frac{a}{a+b}\right)$ DONDE M ES LA MASA TOTAL.

LA MASA M SE CANCELA EN EL CÁLCULO DEL CENTRO DE MASA Y POR LO TANTO NO ES UN PARÁMETRO DEL PROBLEMA. ¿POR QUÉ? )

$$\frac{b^2}{2(a+b)}\sin\theta = \frac{ab\cos\theta}{a+b} + \frac{a^2}{2(a+b)}\cdot\cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \frac{a^2}{b^2} + \frac{2ab}{b^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{2ab}{b^2}\right)$$

Si $a = b$

$$\Rightarrow \quad \theta = \arctan(1+2) = \arctan(3) = 71.5^\circ$$

vea sección HÁGALO UD. EN SU CASA. (*)

$$\sum \vec{\tau} = 0$$

ES EQUIVALENTE A LO ANTERIOR.

TOMANDO TORQUE EN EL PUNTO O SE ANULA LA TENSIÓN Y SOLO TENEMOS TORQUE DE LA GRAVEDAD

$\Rightarrow$

$$\sum \vec{\tau} = 0 \Rightarrow \vec{R} \times (-Mg\,\hat{\jmath}) = 0$$

$$(R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}) \times (-Mg\,\hat{\jmath}) = -Mg R_x \hat{k} = 0$$

$$\boxed{\Rightarrow R_x = 0}$$

ESCRIBIR LA ECUACIÓN ES EQUIVALE A JUSTIFICAR INTUITIVAMENTE QUE EL CENTRO DE MASA DEBE ESTAR ALINEADO CON LA VERTICAL DEL HIL

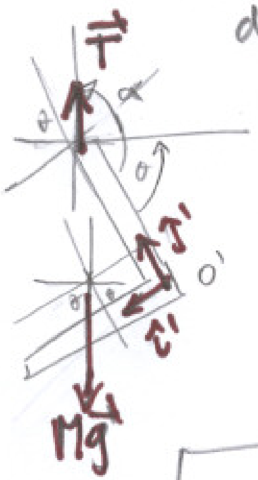
(*) EN SU CASA

TOME UN CLIP Y CON UN ALICATE MOLDÉELO DE TAL MANERA DE HACER UNA ESCUADRA DE BRAZOS IGUALES ($a = b$). CUÉLGUELA DESDE UN HILO Y MIDA EL ÁNGULO $\theta$ (o $\alpha$). PUEDE USAR UN TRANSPORTADOR DE PAPEL QUE SE PUEDE IMPRIMIR EN INTERNET

google: protractor print

CONFIRME $\theta \simeq 71.5^\circ$

supongamos tomamos torque en el "codo" de la escuadra. (No es la mejor idea)




$$R_{cm} = \frac{b}{2}\hat{i}'\left(\frac{b}{a+b}\right) + \left(\frac{a}{2}\right)\hat{j}'\left(\frac{a}{a+b}\right)$$

$$= \frac{b^2}{2(a+b)}\hat{i}' + \frac{a^2}{2(a+b)}\hat{j}'$$

$$\sum \tau = \left(\frac{b^2}{2(a+b)}\hat{i}' + \frac{a^2}{2(a+b)}\hat{j}'\right) \times \left(Mg\cos\theta\,\hat{i}' - Mg\sin\theta\right.$$

$$+\ a\hat{j}' \times \vec{T}$$

$$\vec{T} = -(Mg\cos\theta\,\hat{i}' - Mg\sin\theta\,\hat{j}') \leftarrow \sum \vec{F} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{b^2}{2(a+b)}\cancel{Mg}\sin\theta - \frac{a^2}{2(a+b)}\cancel{Mg}\cos\theta + a\cancel{Mg}\cos\theta = 0$$

$$\frac{b^2}{\cancel{2(a+b)}}\sin\theta = \frac{2\cdot a\cdot(a+b)\cos\theta - a^2\cos\theta}{\cancel{2(a+b)}}$$

$$b^2\sin\theta = (a^2 + 2ab)\cos\theta$$

$$\tan\theta = \frac{(a^2+2ab)}{b^2}$$

También funciona, pero el cálculo es algo más engorroso.