

GUÍA DE PROBLEMAS 16

26 Agosto 2006

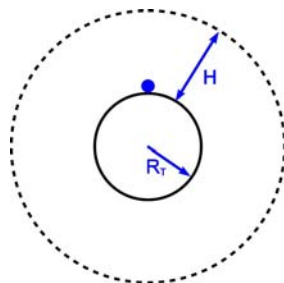
::: Objetivos :::

1:: Gravitación.

2:: Energía potencial gravitacional.

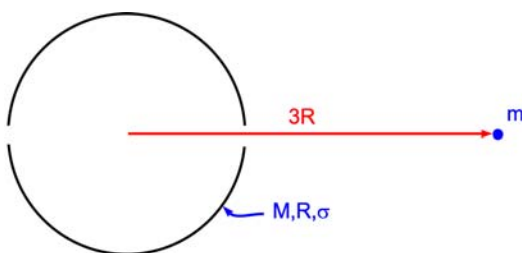
3:: Choques. Conservación de momentum angular.

1. Se desea poner un satélite de masa m en órbita circular alrededor de la Tierra. Para ello, primero se lanza verticalmente de modo que alcance una altura H . Una vez allí, se enciende otro motor que le proporciona la velocidad tangencial necesaria para mantenerlo en una órbita circular. Encuentre la razón entre la energía potencial gravitacional mínima ΔU que se necesita para alcanzar la altura H y la energía cinética ΔT necesaria para mantenerlo en esa órbita circular.



2. Considere un cascarón esférico delgado de densidad de masa uniforme σ , radio R y masa M que posee dos orificios en su superficie ubicados en posiciones diametralmente opuestas. Una masa puntual $m \ll M$ se encuentra a una distancia $3R$ de su centro sobre la línea que une las perforaciones.

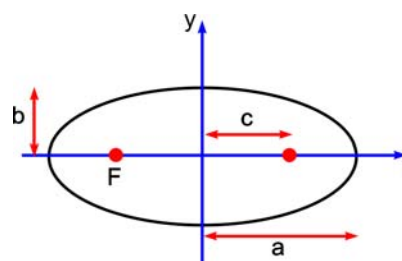
- Calcule el trabajo que realiza la fuerza de gravedad sobre la masa m para desplazarla desde la posición inicial hasta la superficie del cascarón.
- Calcule el tiempo que demora la masa m en cruzar el cascarón de un extremo al otro.
- ¿Qué ocurre si las masas son comparables y no se puede considerar que m sea pequeña respecto a M ?



3. 'El Principito' puede saltar una altura máxima de 0,5 m en la superficie terrestre. Si este personaje está ahora sobre el planeta Ψ de densidad igual a la de Tierra, determine el radio máximo de este planeta de modo que 'El Principito' logre escapar del planeta de un sólo salto. Puede suponer que el planeta Ψ es esférico y mucho más masivo que el 'El Principito'. El radio R_T de Tierra es 6.447 km.



4. La figura representa la órbita elíptica de un planeta alrededor del Sol ubicado en el foco F .



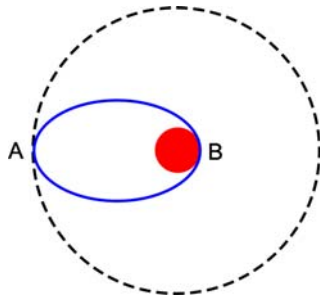
Si los semiejes mayor y menor de la elipse están dados por a y b , respectivamente, y c es la distancia de los focos al origen de coordenadas O , demuestre que se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{V_P}{V_A} = \frac{a+c}{a-c} \quad \text{y} \quad aV_P V_A = GM_{\odot}.$$

donde V_A es la velocidad en el afelio, V_P es la velocidad en el perihelio, M_{\odot} es la masa del Sol y G es la constante de gravitación universal.

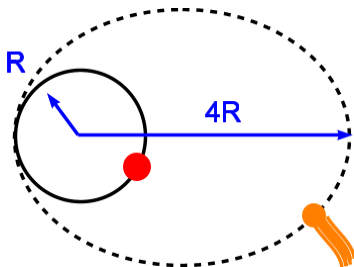
5. El 7 de Noviembre de 1996, la NASA envió al planeta Marte la sonda espacial Mars Global Surveyor (MGS). Su misión principal era estudiar la atmósfera del planeta. Suponga que la MGS describe una órbita circular alrededor de Marte.

- Si el radio de Marte es R , la aceleración de gravedad sobre su superficie es g y la altura del satélite sobre la superficie del planeta es h , encuentre la velocidad orbital del MGS en función de estos datos.
- Aunque la misión no considera esta opción, suponga que se desea pasar rasante a la superficie de Marte con la MGS. Para lograr este objetivo, la sonda enciende sus cohetes para frenar su velocidad tangencial en el punto A de su órbita circular, de modo que la trayectoria posterior resulte en una elipse. Determine la velocidad en A inmediatamente después que los cohetes de freno han sido activados. Encuentre también la velocidad en el punto B.



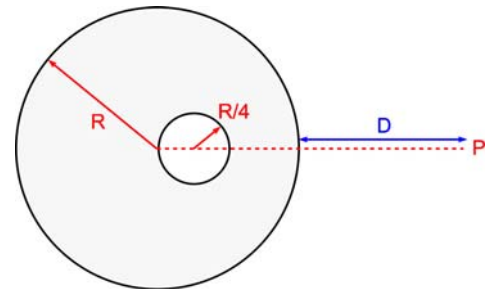
6. Un planeta de masa m describe una órbita circular de radio R en torno al Sol. Por otro lado, un cometa de masa αm describe una órbita elíptica con perihelio R y afelio $4R$ en torno al Sol. moviéndose en el mismo sentido del planeta. Cálculos astronómicos indican que en un futuro cercano el cometa chocará con el planeta. Para este preocupante escenario:

- Determine las velocidades del planeta y del cometa justo antes del choque.
- Si el choque es plástico, determine la velocidad del sistema planeta-cometa después de la colisión.
- Determine el valor del afelio de la órbita del sistema planeta-cometa.

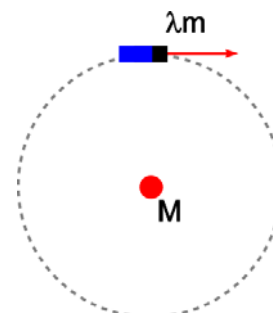


7. Un satélite gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio $2R_T$, donde $R_T = 6447$ km es el radio terrestre.

- Encuentre el período en horas del satélite.
 - Suponga ahora que el satélite, con la ayuda de un pequeño cohete, se acelera en forma instantánea y en dirección tangente a su trayectoria, de manera que la velocidad se incrementa de v_0 a αv_0 con $\alpha > 1$. La órbita del satélite será ahora una elipse. Encuentre la distancia del apogeo (punto de la órbita más distante de la Tierra)
 - ¿Cuál es el valor mínimo de α para que el satélite pueda escapar de la atracción gravitacional de la Tierra?
8. Encuentre la aceleración de gravedad que experimenta una partícula ubicada en un punto P situado a una distancia D de la superficie de una esfera sólida de masa M y densidad de masa ρ , que tiene una cavidad esférica de radio $R/4$ centrada a una distancia $R/4$ del centro de la esfera. El punto P y los centros de la esfera y la cavidad están alineados.



9. Un satélite de masa m orbita la Tierra describiendo una circunferencia con velocidad V_0 hasta que, en cierto instante, eyecta tangencialmente y hacia el frente parte de su masa λm , con λ por determinar. La maniobra se realiza de manera tal que la porción lanzada hacia delante abandone el campo gravitacional terrestre y que el resto del satélite quede detenido, de modo que caiga radialmente a tierra. Determine el valor de la velocidad con que debe escapar la porción λm del satélite y el valor de λ para que se puede realizar esta maniobra.



10. Dos satélites idénticos se lanzan desde el polo norte de la Tierra. Uno de ellos se lanza verticalmente y alcanza una distancia máxima $2R_T$ medida desde el centro de la Tierra. El otro satélite se lanza tangencialmente de manera que el punto mas alto de su trayectoria se encuentra a una distancia $4R_T$ del centro de la Tierra. Calcule la velocidad de lanzamiento de cada satélite.

