

Solución Problema 3 [por Arellano]

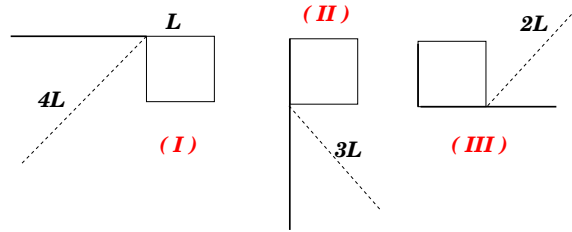
Parte a)

En la figura se ilustran tres instantes del movimiento del perrito alrededor del cuadrado. En cada uno de ellos se debe cumplir

$$u = \omega \times \text{Radio} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{u}{R}.$$

Puesto que la rapidez del perrito es constante e igual a u , la velocidad angular va aumentando a medida que el radio disminuye. El lapso en recorrer un desplazamiento angular $\Delta\theta$ estará dado por

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\Delta\theta}{u/R} = \frac{R\Delta\theta}{u}.$$



1) El tiempo para virar los primeros noventa grados ($\Delta\theta = \pi/2$) con $R = 4L$ es 1 Pto

$$\Delta t_1 = \frac{4L\pi/2}{u} = \frac{2\pi L}{u}$$

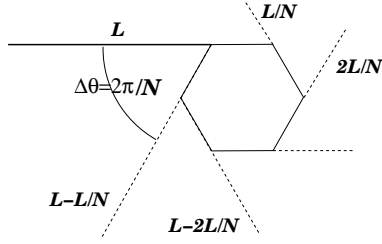
2) El tiempo en el segundo viraje ($\Delta\theta = \pi/2$) con $R = 3L$ es 1 Pto

$$\Delta t_2 = \frac{3L\pi/2}{u} = \frac{3\pi L}{2u}.$$

3) El tiempo en los cuatro virajes ($\Delta\theta = \pi/2$) debe incluir $R = 2L$ y $R = L$. Sumando las cuatro contribuciones, 1 Pto

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 = \frac{2\pi L}{u} + \frac{3\pi L}{2u} + \frac{2\pi L}{2u} + \frac{1\pi L}{2u} = \frac{10\pi L}{2u} = \frac{5\pi L}{u}$$

Parte b)



1) Para el tiempo total de N virajes, cada uno en $\Delta\theta = 2\pi/N$, sumamos de acuerdo a como se hizo en la parte anterior. 1 Pto

$$\begin{aligned}
 \Delta t &= \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_{N-1} + \Delta t_N \\
 &= \frac{R_1 \Delta\theta}{u} + \dots + \frac{R_N \Delta\theta}{u} \\
 &= \frac{\Delta\theta}{u} (R_1 + R_2 + \dots + R_N) .
 \end{aligned} \tag{1}$$

Notamos que $R_1 + R_2 + \dots + R_N = (L/N)N(N+1)/2$, con lo cual 1 Pto

$$\Delta t = \frac{\pi L(N+1)}{uN} .$$

2) Cuando N se hace muy grande, el polígono se asemeja a una circunferencia (barril). Arreglando adecuadamente la expresión anterior para Δt se tiene

$$\Delta t = \frac{\pi L}{u} \left(1 + \frac{1}{N} \right) .$$

Al hacer N enorme, $1/N$ resulta diminuto (despreciable) con respecto a 1. En el caso límite se obtiene 1 Pto

$$\Delta t = \frac{\pi L}{u} .$$