

FI 1001-8: Ejercicios propuestos
5/4-2010

Prof. Laura Gallardo

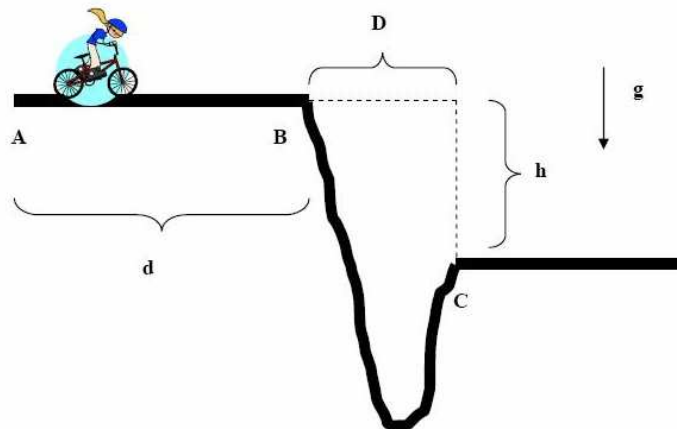
1. PLAUSIBILIDAD DE UNA RESPUESTA

Una ciclista acelera desde el reposo en el punto A de la figura. Avanza acelerando hasta el punto B, distante en d metros, con una aceleración constante a_0 . Todo el tiempo el móvil está sujeto a una aceleración de gravedad g . Si la distancia horizontal entre el punto B y C es D y hay una diferencia de altura h entre B y C y el móvil logra cruzar entre B y C, se pide calcular la magnitud de la aceleración a_0 . Rosa y Juan proponen que:

$$a_0 = \alpha g \frac{D^2}{hd}$$

donde α es una constante adimensional:

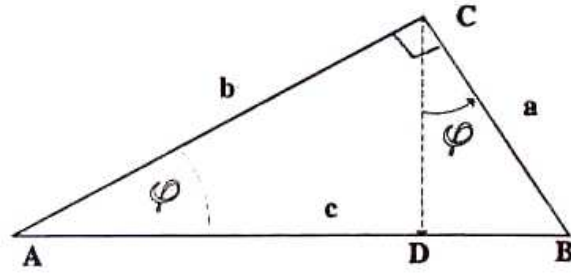
¿Es plausible la propuesta de Rosa y Juan? (Explica tu razonamiento. No debes deducir ninguna fórmula)



2. TEOREMA DE PITÁGORAS

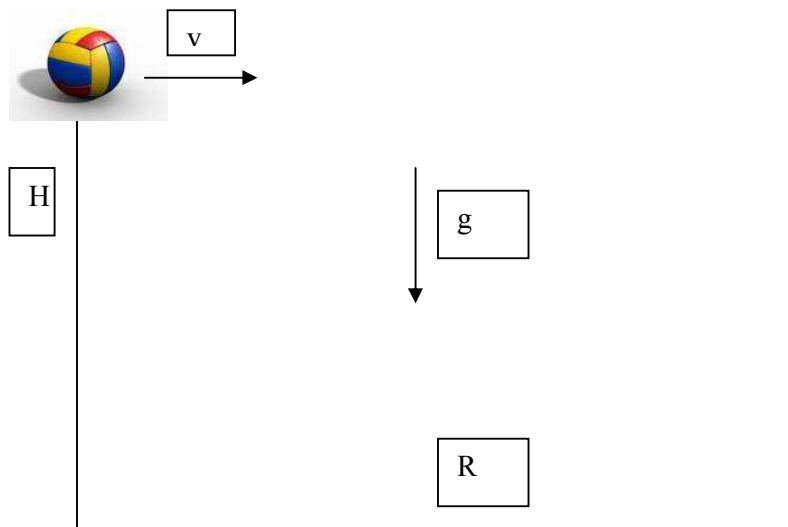
Recordemos que para construir un triángulo basta conocer un lado y dos de los ángulos adyacentes a él. Con estos datos el triángulo queda totalmente determinado. Usando este hecho y el análisis dimensional, compruebe el Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



3. LANZAMIENTO DE UNA PELOTA

Una pelota se lanza con velocidad horizontal v , desde una altura H , medida desde la superficie de la Tierra. La distancia horizontal que recorre la pelota hasta el momento en que choca contra el suelo es R . Se sabe que la partícula se mueve bajo la acción de la aceleración de gravedad $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Usando análisis dimensional encuentre una expresión para R en función de H , v y g



4. UNIDADES GEOMETRIZADAS.

A partir de las constantes universales de gravitación G , de la velocidad de la luz en el espacio vacío c y de Planck h , es posible construir unidades fundamentales de longitud L^* , masa M^* y tiempo t^* . Construya las unidades L^* , M^* y T^* combinando, adecuadamente, las constantes universales mencionadas.

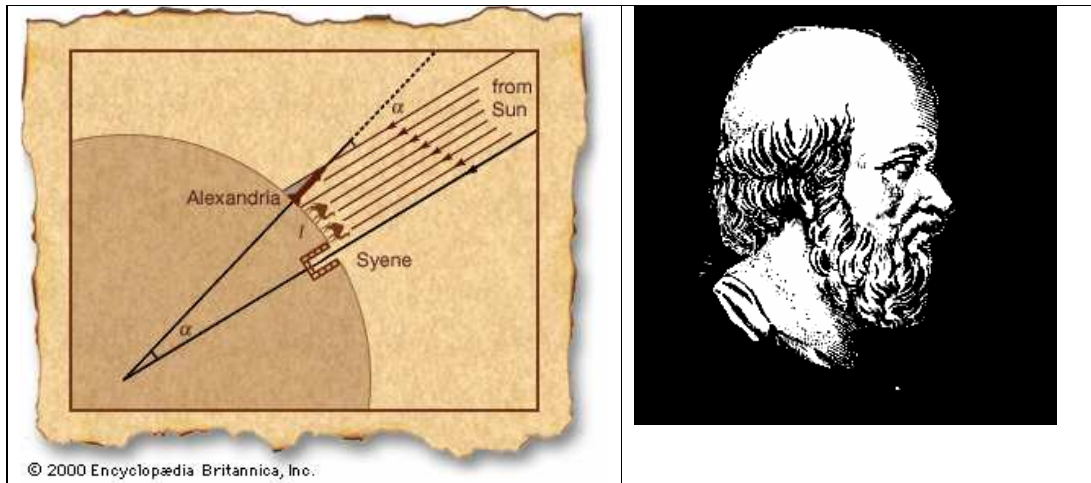
$$G = 6,67 \times 10^{-11} [\text{m}^3/\text{kg}/\text{s}^2]$$

$$c = 2,9979 \times 10^8 [\text{m}/\text{s}]$$

$$h = 6,6261 \times 10^{-34} [\text{kg m}^2/\text{s}]$$

5. RADIO DE LA TIERRA SEGÚN ERATÓSTENES

Eratóstenes, ya por el 300 AC había estimado el radio terrestre. Eratóstenes sabía que al medio día del 22 de Junio el Sol caía verticalmente en Siena. El mismo día, a la misma hora, se midió en Alejandría la sombra de un obelisco. Eratóstenes encontró que los rayos del Sol formaban un ángulo de $\alpha=7.5$ grados con la vertical. Sabiendo que Alejandría se encuentra a algo más de 800 km. al Norte de Siena, estime el valor del perímetro y radio terrestres.



6. MASA DE LA TIERRA.

La mayoría de los líquidos y sólidos constituyentes de nuestro planeta tienen densidades que fluctúan entre 1 y 10 kg/litro. A partir de estos datos y usando $R = 6400$ km para el radio de la Tierra, estime un valor para su masa.

NB. Los problemas 2 al 6 fueron extraídos del libro Introducción a la Mecánica del Profesor Nelson Zamorano.

7. SUMANDO VECTORES

Encuentra la suma de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que yacen en el plano XY y están dados por:

$$\vec{A} = 2.0\hat{x} + 2.0\hat{y} \text{ [m]}$$

$$\vec{B} = 2.0\hat{x} - 4.0\hat{y} \text{ [m]}$$

Usa primero un método algebraico y luego uno gráfico. ¿Cuáles son las componentes en coordenadas cartesianas de estos vectores?

8. SALTANDO ENTRE COORDENADAS

Las coordenadas polares de un punto son $r=5.50$ m y $\theta=240^\circ$. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas de este punto si el origen es coincidente?

9. ¿YA LLEGAMOS? (ARE WE THERE YET?)

Una familia parte desde el punto $\vec{A}$ y quiere llegar al punto $\vec{B}$, donde:

$$\vec{A} = 2.0\hat{x} + 2.0\hat{y} \text{ [m]}$$

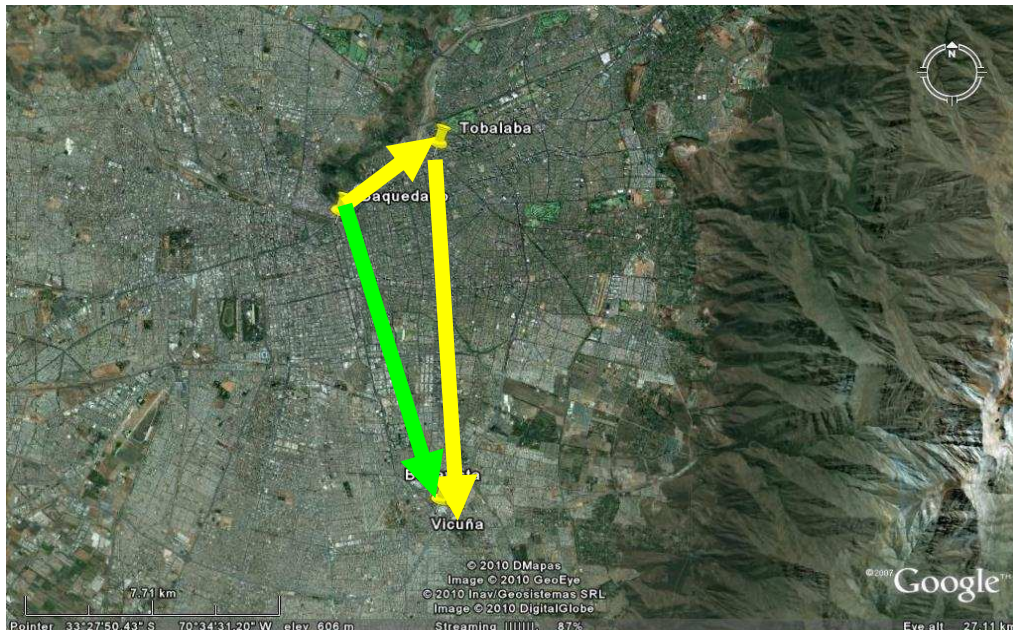
$$\vec{B} = 2.0\hat{x} - 4.0\hat{y} \text{ [m]}$$

En un punto $\vec{C}$ entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se ha recorrido una fracción f de la distancia entre los puntos inicial y final.

- Encuentra una expresión del vector $\vec{C}$ en términos de f
- ¿Cómo es cuando $f=0$?
- ¿Cómo es cuando $f=1$?

10. Un paseo por Santiago

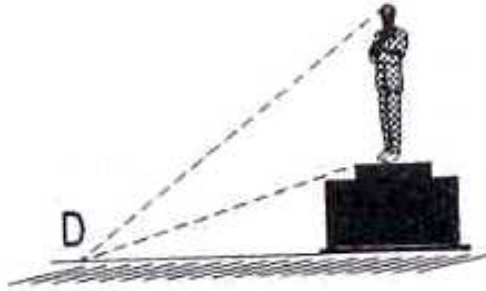
Juan y María salen a recorrer Santiago partiendo desde Plaza Baquedano (también conocida como Plaza Italia). Toman el metro en dirección al oriente y se bajan en la estación Tobalaba. Luego toman el metro hacia el sur oriente y se bajan en la estación Vicuña Mackenna. Otro día, toman el metro desde Baquedano hasta la estación Bellavista de la Florida. ¿Cuál recorrido es el más corto (distancia)? ¿Cuán diferente es primer viaje del segundo viaje en cuanto a los vectores que los describen?



NB. Una buena herramienta para estimar las distancias es Google Earth. Pero no es la única.

11. PROBLEMA 2. ÁNGULOS Y DISTANCIAS

Desde un punto D, un observador divisa una estatua con su pedestal. Conoce la altura de la estatua y la del pedestal, que son 5 y 4 metros respectivamente. El ángulo de elevación de la cabeza de la estatua con respecto al piso es el doble del ángulo que subtiende el pedestal. A partir de estos datos, calcule a qué distancia se encuentra este observador. Plantear el problema (ecuaciones) (3 puntos). Resolver el álgebra y la aritmética (3 puntos)



NB. Puede ser útil conocer las identidades trigonométricas:

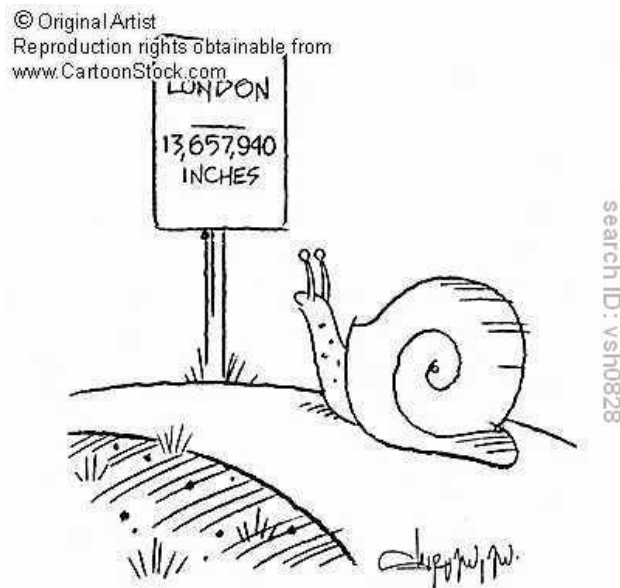
$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\text{sen}(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)$$

12. DESPLAZAMIENTO DE UN MARATONISTA

¿Cuál es el desplazamiento de un corredor de 400 m planos que sale de la meta a las 15 horas y regresa a la meta 15 minutos después? ¿Cuál es la distancia recorrida?

13. DESPLAZAMIENTO Y DISTANCIA RECORRIDA POR UN CARACOL

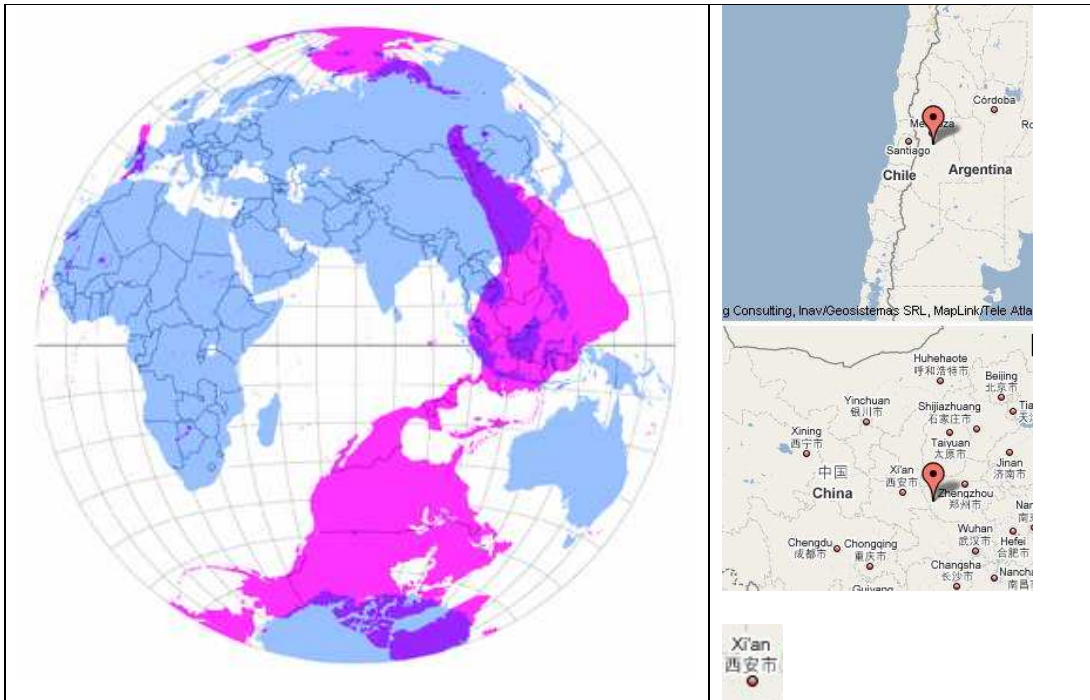


En un soleado día de primavera, un caracol se desplaza 6 m al norte de su posición inicial y luego a la derecha (hacia el este) una distancia de 5 m. Si el caracol sigue moviéndose, ¿qué distancia deberá recorrer mínimamente el caracol de modo que su desplazamiento total sea nulo? ¿Cuál es la distancia total recorrida por el caracol (suponiendo que toma el camino óptimo)?

NB. Los caracoles se mueven más o menos 1 mm por segundo.

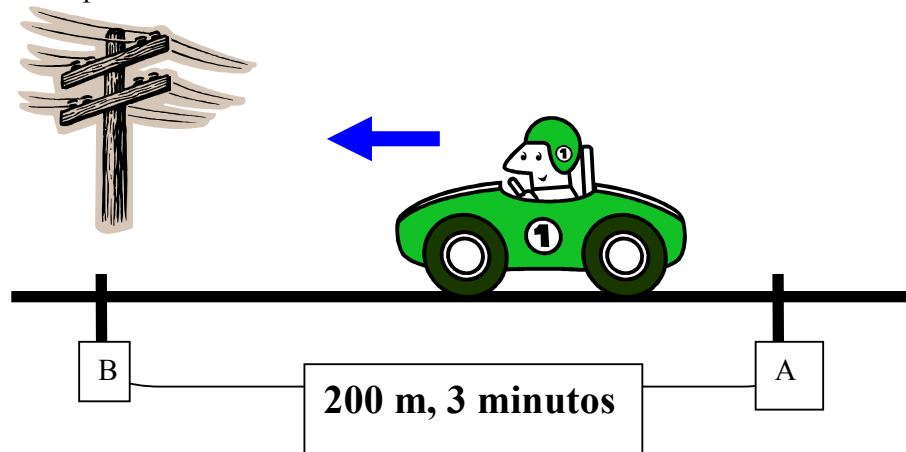
14. LAS ANTÍPODAS DE SANTIAGO DE CHILE ESTÁN EN XI'AN, CHINA

El lugar diametralmente opuesto a Santiago de Chile en la tierra (antípodas) está cerca de un lugar llamado Xi'an en China. Sabiendo que el radio de la tierra es aproximadamente 6300 km, estima la distancia que se debería recorrer para llegar desde Santiago a Xi'an. Describe el desplazamiento si el movimiento se describe desde Santiago. ¿Cómo se vería el desplazamiento visto desde el centro de la tierra?



15. LA VELOCIDAD MEDIA DE UN MÓVIL.

Si entre el punto A y el B un móvil se desplaza 200 m hacia la izquierda del poste y en eso demora 3 minutos, ¿cuál es la velocidad media del móvil en km por hora? ¿Cuál será la velocidad media del móvil si en la posición B permanece 10 minutos y decide regresar al punto A?



16. LA VELOCIDAD MEDIA DE UN EQUIPO DE REMEROS

En el río Valdivia se tienen dos canoas de un remero cada una que conforman un equipo. Si entre la partida y la meta de una “cancha” de 1000 m, la primera canoa demora 5 minutos y la segunda 10 minutos, ¿cuál es la velocidad media del equipo? Encuentra una expresión general para la velocidad del equipo en términos de la velocidad media de cada integrante del equipo. ¿Cómo cambian los resultados si se consideran N competidores, con $N > 2$?



17. VELOCIDAD MEDIA Y GRÁFICOS

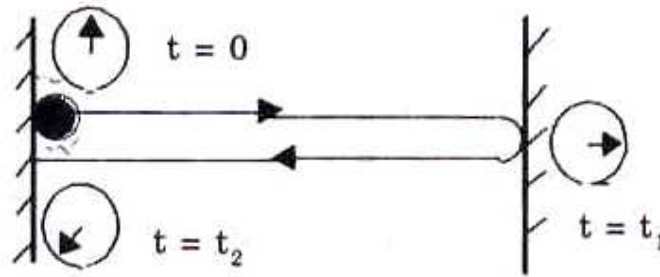
Un objeto se mueve con una velocidad constante $v_1 = 20$ m/s durante 20 s partiendo desde A, permanece en reposo por 20 s y continúa viaje en la misma dirección con una velocidad de 40 m/s durante otros 20 s, deteniéndose finalmente en un punto que denominamos B.

- Graficar la velocidad media de cada uno de los intervalos versus tiempo.
- Indique la forma del Gráfico desplazamiento versus tiempo, para este ejemplo.
- Calcule el valor de la velocidad media entre los puntos A y B de este problema.

18. PELOTA QUE REBOTA

Una pelota se lanza sobre una pared con una velocidad constante v_1 . Al chocar con la muralla se devuelve con una velocidad v_2 cuyo módulo (rapidez) es, αv_1 , donde $0 < \alpha < 1$. Si la distancia desde el punto de lanzamiento hasta la muralla es d , se pide:

- Calcular el tiempo que demora la pelota en ir y volver al punto de partida, como una función de α
- Graficar velocidad y rapidez versus el tiempo t

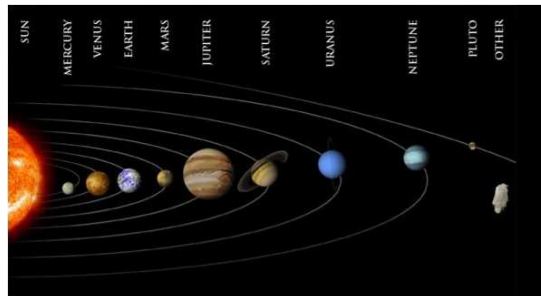


19. LAS DISTANCIAS JAMÁS SON NEGATIVAS.

Un objeto se mueve a una velocidad constante a lo largo de una recta, alejándose de un observador O. Otro objeto se también se mueve con velocidad constante pero acercándose al observador. Demuestra que si las velocidades tienen la misma magnitud, al cabo de un intervalo de tiempo dado habrán recorrido la misma distancia aún si en ese tiempo se hayan desplazado en direcciones contrarias.

20. DISTANCIA ENTRE EL SOL Y LA TIERRA

La luz proveniente del sol tarda aproximadamente 8 minutos en llegar a la tierra. La rapidez de la luz es aproximadamente 300 mil kilómetros por segundo. ¿A qué distancia está el sol de la tierra? ¿Cuánto demoraríamos en saber si el sol se apaga repentinamente?



21. OBJETOS QUE SE CRUZAN

Inicialmente dos autos están separados por una distancia $d = 20$ km. Uno de los autos se mueve a $v_1 = 80$ km/hr y el otro a $v_2 = 100$ km/hr.

- ¿En qué condiciones pueden chocar los vehículos? Grafica dichas condiciones.
- Escribe expresiones matemáticas que te permitan calcular cuándo y dónde chocan los vehículos



22. CONDICIONES DE UN CHOQUE

Dos locomotoras A y B, que se desplazan con rapidez v_A y v_B respectivamente, se acercan a un cruce perpendicular. Si se conoce la distancia de cada locomotora al cruce en el instante inicial, ¿qué condición deben cumplir las rapidez para que las locomotoras choquen?

