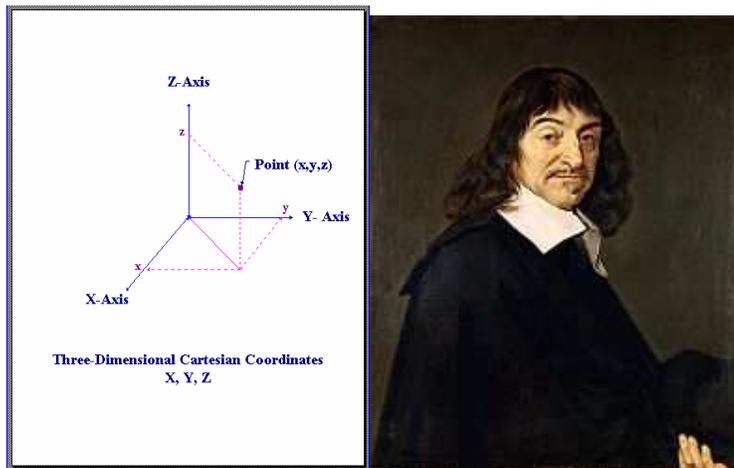


FI 1001-1: Clase 4 (Resumen)
CONTENIDOS

Coordenadas y vectores	1
Ejemplos A	3
1. Sumando vectores	3
2. Saltando entre coordenadas	3
Posición, desplazamiento, distancia y movimiento	3
Ejemplos B	6
1. Desplazamiento de un maratonista	6
2. Desplazamiento y distancia recorrida por un caracol	7
3. Las antípodas de Santiago de Chile están en Xi'an , China	7
Velocidad media	8
Ejemplos C	9
1. La velocidad media de un móvil	9
2. La velocidad media de un equipo de remeros	9
Lecturas	10

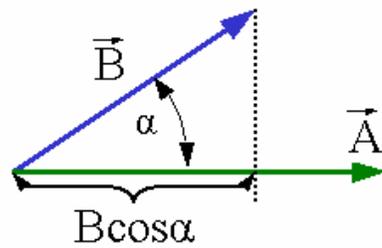
COORDENADAS Y VECTORES

Volviendo a los sistemas de coordenadas.



Comentario [LGK1]: Sorry for my English!

Si por ejemplo, consideramos coordenadas cartesianas: el que la direcciones x, y y z , caracterizadas por vectores unitarios (magnitud unitaria o igual a 1 y direcciones $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$), sean independientes significa que ninguno de ellos se puede expresar como una combinación de los demás. Otra manera de visualizar lo mismo es que todos tienen una proyección nula sobre los demás (“no dan sombra”). Esto matemáticamente se expresa con una operación vectorial llamada **producto punto** o **producto escalar**.



El vector B
"hace sombra"
sobre el vector A

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$$

Con esto podemos determinar las componentes cartesianas (o en otro sistema de coordenadas de un vector cualquiera):

	$R^2 = x^2 + y^2$ $\vec{R} = x\hat{i} + y\hat{j} = R\cos\theta\hat{i} + R\sin\theta\hat{j}$ $\vec{R} \cdot \hat{i} = R\cos\theta$ $\vec{R} \cdot \hat{j} = R\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = R\sin\theta$
--	--

EJEMPLOS A

1. Sumando vectores

Encuentra la suma de los vectores \vec{A} y \vec{B} que yacen en el plano XY y están dados por:

$$\vec{A} = 2.0\hat{x} + 2.0\hat{y} \text{ [m]}$$

$$\vec{B} = 2.0\hat{x} - 4.0\hat{y} \text{ [m]}$$

Usa primero un método algebraico y luego uno gráfico. ¿Cuáles son las componentes en coordenadas cartesianas de estos vectores?

2. Saltando entre coordenadas

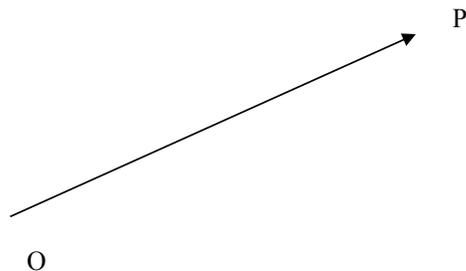
Las coordenadas polares de un punto son $r=5.50$ m y $\theta=240^\circ$. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas de este punto si el origen es coincidente?

POSICIÓN, DESPLAZAMIENTO, DISTANCIA Y MOVIMIENTO

Para poder determinar la posición de un objeto en un punto P en el espacio hay que:

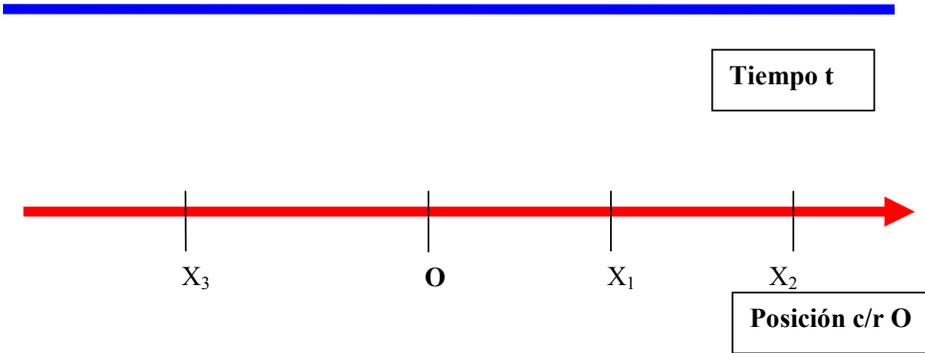
- Elegir un observatorio o punto de referencia (O)
- Identificar la distancia a la que se encuentra medida desde el punto de referencia O y el punto P
- Determinar en qué dirección se encuentra el punto P. Para eso, en el espacio euclidiano basta especificar tres direcciones independientes entre sí que sirven de referencia (sistema de coordenadas) para determinar unívocamente la posición respecto a u observatorio en el espacio.

La posición de P respecto O se define entonces por un vector $O\vec{P}$ que se define por una magnitud (tamaño de la flecha) y por una dirección que, a su vez, se puede expresar en algún sistema de coordenadas.



Se dice que P se mueve respecto de O si su posición (vector $O\vec{P}$) cambia en el tiempo. También se dice que conocemos el movimiento de P respecto de O si conocemos su (vector de) posición en cada instante de tiempo.

Por simplicidad, consideremos coordenadas cartesianas y sólo una dirección $\bar{x} = x\hat{x}$ (caso unidimensional, por brevedad 1-D).

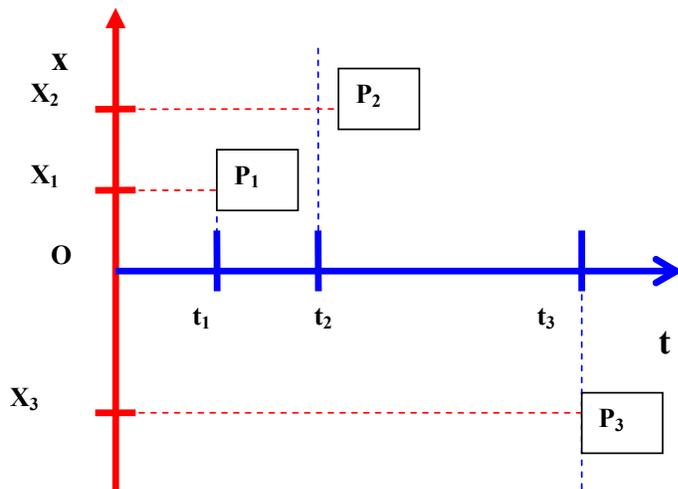


En el esquema anterior podremos determinar la posición de un punto P diciendo a qué distancia se encuentra P de un punto de referencia O, elegido arbitrariamente (!), a la izquierda o a la derecha de O. Paralelamente transcurre el tiempo t.

Todo lo anterior se puede escribir como una tabla del tipo:

Tiempo (t): medido en segundos	Posición x en metros a la izquierda (-) o la derecha (+) de O
$t=t_1=16$ hrs	$x=x_1=3$ m a la derecha de O
$t=t_2=16$ hrs 3 minutos	$x=x_2=6$ m a la derecha de O
$t=t_3=16$ hrs 45 minutos	$x=x_3=7$ m a la izquierda de O
...	...
$t=t_n$	$x=x_n$

También se puede construir un gráfico de la posición x versus el tiempo t:



NB.

1) Hemos elegido arbitraria y convencionalmente indicar con un signo menos (-) el estar a la izquierda del origen y con un signo más (+) estar a la derecha del origen.

2) Hemos supuesto que el tiempo es siempre una cantidad positiva (¿Tendrá sentido considerar tiempos negativos?)

Al cambio de posición de un objeto desde una posición inicial (x_i) a una posición final (x_f) se le llama **desplazamiento** y se define como:

$$\bar{D} = \bar{x}_f - \bar{x}_i$$

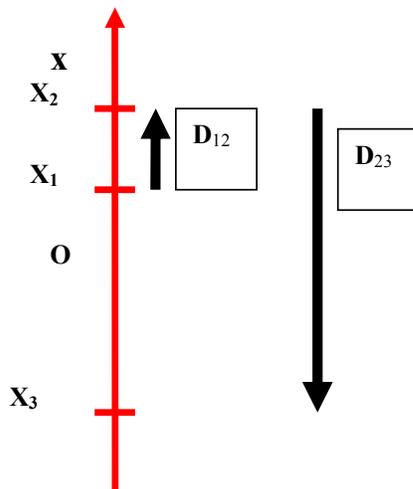
En el ejemplo anterior, entre el instante t_1 y t_2 , el objeto se mueve desde la posición x_1 a la x_2 , esto es, desde el punto a una distancia x_1 a la derecha del punto de referencia hasta la posición dada por la distancia x_2 a la derecha del punto de referencia. Vectorialmente esto se escribe de manera más breve como:

$$\bar{D}_{12} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = (x_2 - x_1)\hat{x}$$

Entre el instante t_2 y t_3 el desplazamiento es:

$$\bar{D}_{23} = \bar{x}_3 - \bar{x}_2 = (-x_3 - x_2)\hat{x} = -(x_3 + x_2)\hat{x}$$

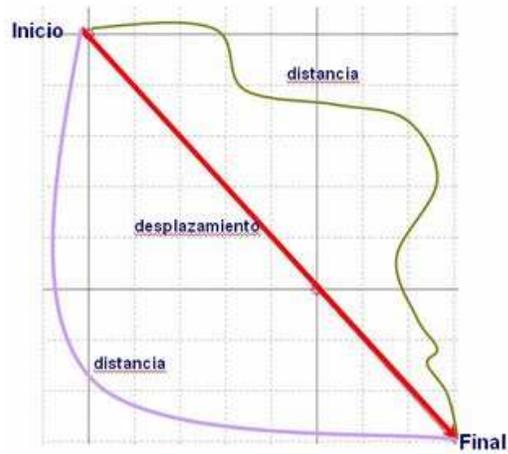
Gráficamente:



NB. Como el desplazamiento es un vector se debe determinar su magnitud y su dirección.

La **distancia** se refiere a cuanto espacio recorre un objeto durante su movimiento. Por ser una medida de longitud, la distancia se expresa en unidades de metro según el Sistema Internacional de Medidas. Al expresar la distancia, por ser una cantidad escalar, basta con mencionar la magnitud y la unidad. Imagina que comienzas a caminar siguiendo la trayectoria: ocho metros al norte, doce metros al este y finalmente

ocho metros al sur. Luego del recorrido, la distancia total recorrida será de 28 metros. El número 28 representa la magnitud de la distancia recorrida.



Ref. <http://timesolar.googlepages.com/distanciadesplazamiento>

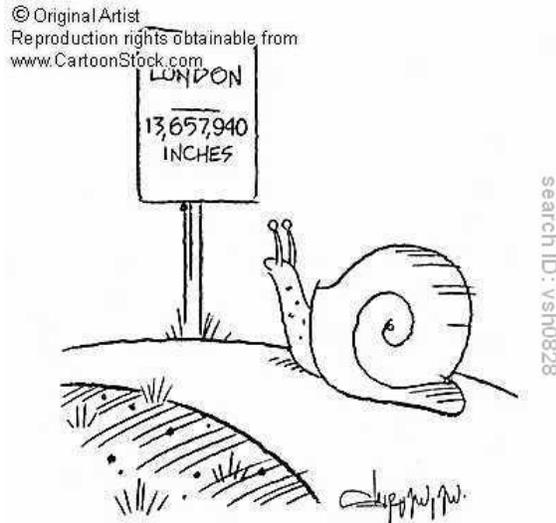
EJEMPLOS B

1. Desplazamiento de un maratonista



¿Cuál es el desplazamiento de un corredor de 400 m planos que sale de la meta a las 15 horas y regresa a la meta 15 minutos después? ¿Cuál es la distancia recorrida?

2. Desplazamiento y distancia recorrida por un caracol

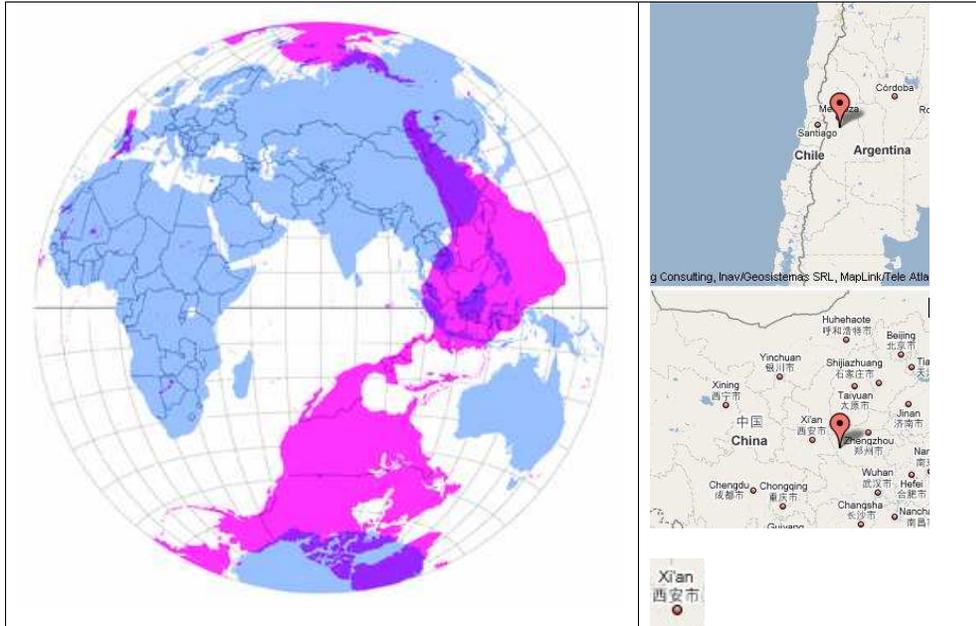


En un soleado día de primavera, un caracol se desplaza 6 m al norte de su posición inicial y luego a la derecha (hacia el este) una distancia de 5 m. Si el caracol sigue moviéndose, ¿qué distancia deberá recorrer mínimamente el caracol de modo que su desplazamiento total sea nulo? ¿Cuál es la distancia total recorrida por el caracol (suponiendo que toma el camino óptimo)?

NB. Los caracoles se mueven más o menos 1 mm por segundo.

3. Las antípodas de Santiago de Chile están en Xi'an , China

El lugar diametralmente opuesto a Santiago de Chile en la tierra (antípodas) está cerca de un lugar llamado Xi'an en China. Sabiendo que el radio de la tierra es aproximadamente 6300 km, estima la distancia que se debería recorrer para llegar desde Santiago a Xi'an. Describe el desplazamiento si el movimiento se describe desde Santiago. ¿Cómo se vería el desplazamiento visto desde el centro de la tierra?



VELOCIDAD MEDIA

Vimos que el desplazamiento es el cambio de posición de un objeto desde una posición inicial (\vec{x}_i) a una posición final (\vec{x}_f) y se define operacionalmente como:

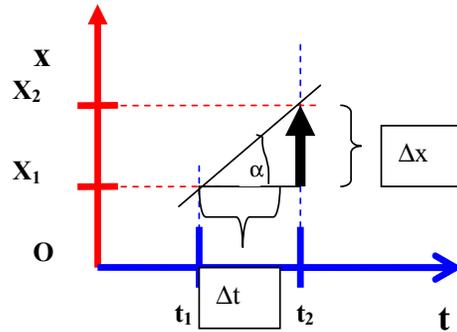
$$\vec{D} = \vec{x}_f - \vec{x}_i \equiv \Delta\vec{x}$$

Para un desplazamiento dado se puede definir la tasa en que cambia la posición en el tiempo transcurrido entre un instante inicial t_i y uno final t_f . A esta tasa se la define como **velocidad media** y corresponde a:

$$\vec{V}_{\text{media}} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i} \equiv \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

La velocidad media es un vector para el cual hay que especificar magnitud y dirección. Su dirección es la misma que la del desplazamiento (paralelo al desplazamiento).

La velocidad media sólo informa acerca de la tasa de cambio de la posición (magnitud y dirección) para un intervalo de tiempo dado. Dentro de ese intervalo la tasa de cambio puede haber variado.



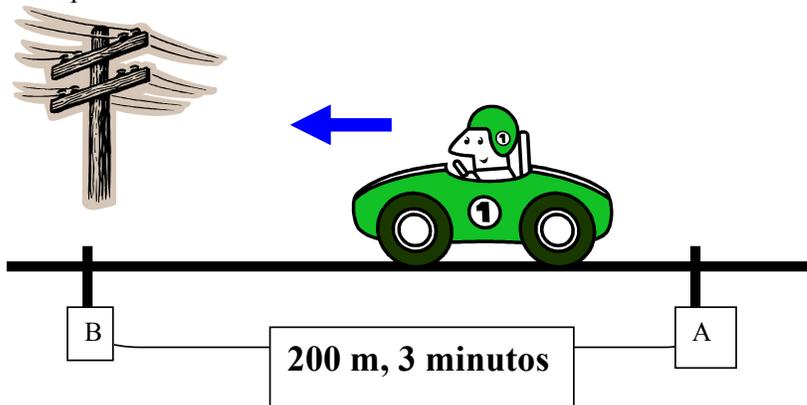
$$|\bar{v}_{\text{media}}| = \left| \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} \right| = \tan(\alpha)$$

Gráficamente, la velocidad media se visualiza como el vector cuya magnitud es directamente proporcional a la magnitud del desplazamiento e inversamente proporcional al tiempo transcurrido durante dicho desplazamiento.

EJEMPLOS C

1. La velocidad media de un móvil.

Si entre el punto A y el B un móvil se desplaza 200 m hacia la izquierda del poste y en eso demora 3 minutos, ¿cuál es la velocidad media del móvil en km por hora? ¿Cuál será la velocidad media del móvil si en la posición B permanece 10 minutos y decide regresar al punto A?



2. La velocidad media de un equipo de remeros

En el río Valdivia se tienen dos canoas de un remero cada una que conforman un equipo. Si entre la partida y la meta de una “cancha” de 1000 m, la primera canoa demora 5 minutos y la segunda 10 minutos, ¿cuál es la velocidad media del equipo? Encuentra una expresión general para la velocidad del equipo en términos de la

velocidad media de cada integrante del equipo. ¿Cómo cambian los resultados si se consideran N competidores, con $N > 2$?



LECTURAS

Con mucha atención:

Zamorano, Capítulo II.3.2 (Velocidad media)

Serway & Jett, Capítulo 3 (Vectores y desplazamiento)

Para aprender más:

Feynman, Capítulos 5 y 8 (Tiempo, distancia, velocidad)