

FI 1001-1: Clase 3

CONTENIDOS

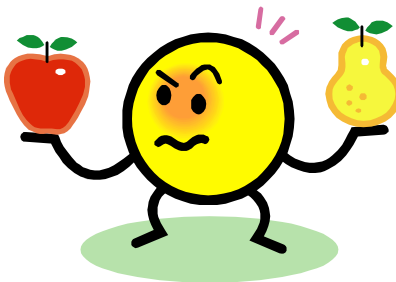
Anuncios.....	1
Repaso: Análisis dimensional.....	1
Ejemplos A.....	2
1. Cantidades y unidades: στάδιον.....	2
2. Cantidades y unidades: errores típicos.....	3
3. Velocidad final de caída libre con análisis dimensional.....	3
Lenguaje físico (Matemática: Vectores y coordenadas).....	3
Ejemplos B.....	5
1. Alcance visual.....	5
2. El radio de la Tierra según Eratóstenes.....	6
Ejercicios propuestos.....	7
1. Sumando vectores.....	7
2. Saltando entre coordenadas.....	7
3. ¿Ya llegamos? (Are we there yet?).....	7
4. Un paseo por Santiago.....	7
Lectura recomendada.....	8

ANUNCIOS

- Clases auxiliares
 - o A (Acha)-D(Donosó): Luis Millaquén, Sala QP
 - o E (Ekdahl)-M(Moya): Mauricio Quezada, Sala F11
 - o O (Orrego)-W (Wang): Fernando Feres, Sala F12
- Charla de Jaime Campos: G304 12:00 hrs
- Ejercicio 1: 6 de Abril (Herramientas cuantitativas y desplazamiento)

REPASO: ANÁLISIS DIMENSIONAL

Vimos que las **cantidades físicas son propiedades cuantificables** y que estas cantidades se miden en **unidades** adoptadas convencionalmente. También vimos que las igualdades entre cantidades físicas **deben** ser conmensurables (comparables y/o tener las mismas dimensiones).



En general, si una cantidad física C es función de otras, se puede escribir:

$$C=C(C_1, C_2, \dots, C_N)$$

Y más específicamente se podrá escribir una función del tipo:

$$[C] = k[C_1]^{\alpha_1}[C_2]^{\alpha_2}\dots[C_N]^{\alpha_N} = k \prod_{i=1}^{i=N} [C_i]^{\alpha_i}$$

donde k es una constante adimensional y α_i , $i=1,\dots,N$ son números racionales (expresables como razones entre enteros).

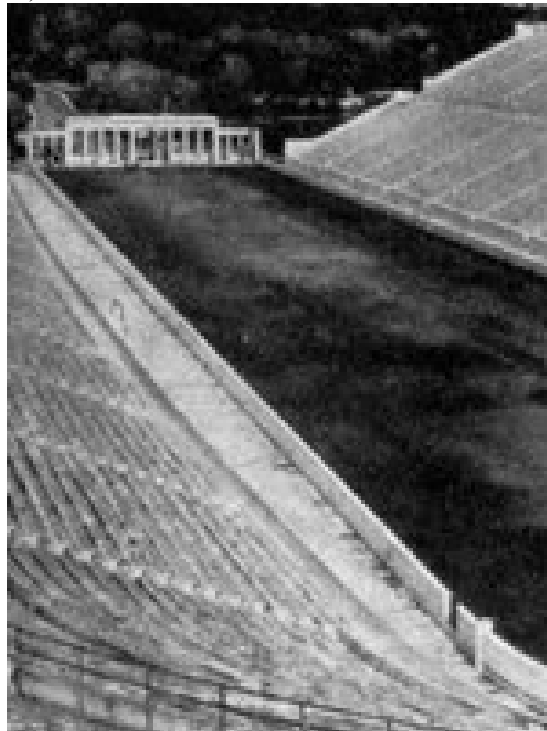
Como todas las cantidades mecánicas se pueden expresar en términos de dimensiones de distancia (L), tiempo (T) y masa (M), dependiendo de las dimensiones de las cantidades independientes C_i , $i=1,\dots,N$, se podrán escribir ecuaciones (igualdades) para los exponentes.

EJEMPLOS A

1. Cantidades y unidades: στάδιον

En la expresión siguiente determine la cantidad física, la unidad y el valor numérico:

“500 Estadios (στάδιον)”.



Panathinaiko Stadio ~El estadio de todos los atenienses (ca. 1906).
<http://www.stadia.gr/panathinaiko/panathinaiko.html>

NB. Un estadio ~200 m.

2. Cantidades y unidades: errores típicos

Identificar el o los errores del siguiente cálculo (¡Se trata de estimar o calcular una cantidad física!)

La distancia D recorrida por una hormiga que se mueve con una rapidez constante v de 5 [m/s] en un intervalo de tiempo Δt de cinco minutos es:

$$D = v * \Delta t = 5 \times 5 \times 60 = 1500$$

3. Velocidad final de caída libre con análisis dimensional

Si la rapidez final (v_f en m/s) de un objeto que parte del reposo a una altura dada (H en m) y que acelera por efecto de la gravedad (g en m/s^2) es una función:

$$v_f = v_f(H, g)$$

¿Cómo depende la rapidez final de H y g ? (Usar análisis dimensional).

LENGUAJE FÍSICO (MATEMÁTICA: VECTORES Y COORDENADAS)

Para poder determinar la posición de un objeto en un punto P en el espacio hay que:

- Elegir un observatorio o punto de referencia (O)
- Identificar la distancia a la que se encuentra medida desde el punto de referencia O y el punto P
- Determinar en qué dirección se encuentra el punto P . Para eso, en el espacio euclidiano basta especificar tres direcciones independientes entre sí que sirven de referencia (sistema de coordenadas) para determinar unívocamente la posición respecto a u observatorio en el espacio.

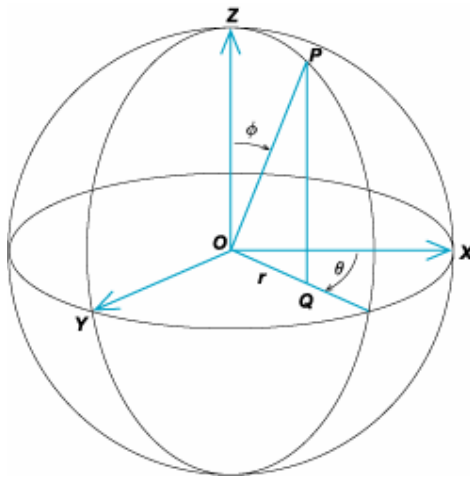
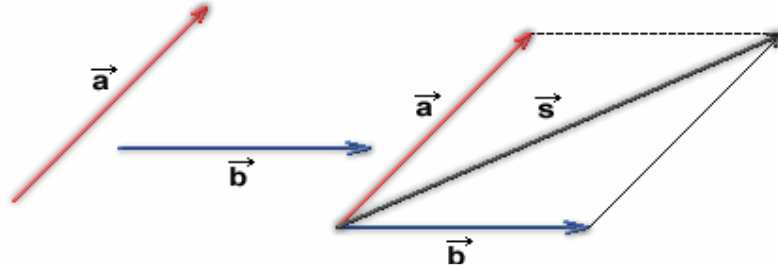


Ilustración de los sistemas de coordenadas cartesianas (x, y, z) y esféricas (ϕ, θ, r).

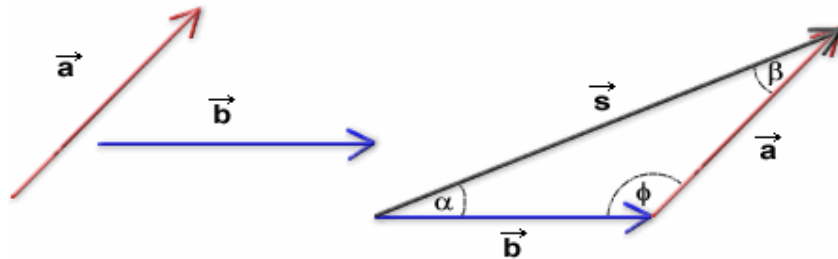
La posición de P respecto O se define entonces por un vector $\vec{OP}$ que se define por una magnitud (tamaño de la flecha) y por una dirección que, a su vez, se puede expresar en algún sistema de coordenadas.

Los **vectores** son entes matemáticos que tienen **magnitud y dirección** y que se pueden sumar por la **ley del paralelogramo** o sus equivalentes.



Así como se suman vectores, también se restan: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-1 * \vec{b})$ (El vector $-\vec{b}$ va en la dirección contraria al vector $\vec{b}$).

Un equivalente de la ley del paralelogramo es la ley del triángulo:

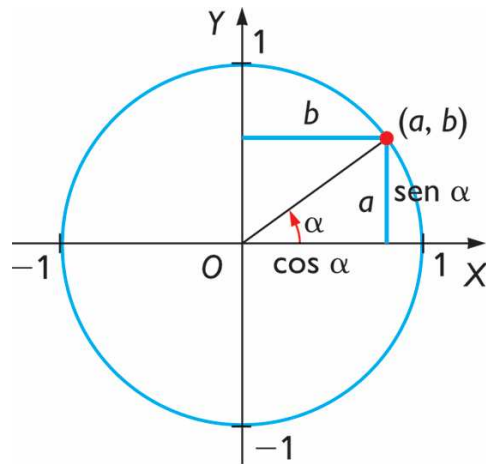


Se dice que la **magnitud** de un vector es una **cantidad escalar** (basta un número para determinarla).

Algunas propiedades útiles:

- La suma de vectores es conmutativa: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$
- La multiplicación de un vector por un escalar es distributiva:
 $\alpha(\vec{A} + \vec{B}) = \alpha\vec{B} + \alpha\vec{A}$

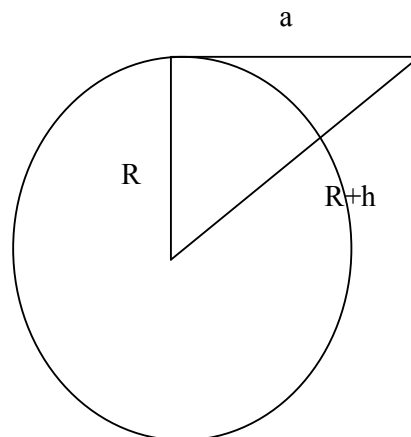
Efectivamente, las operaciones vectoriales y trigonométricas están intrínsecamente relacionadas pues en torno a un triángulo rectángulo se definen las relaciones geométricas:



EJEMPLOS B

1. Alcance visual

Estimar el alcance visual máximo para un observador que está a una altura h sobre el suelo suponiendo una tierra esférica y de radio R .

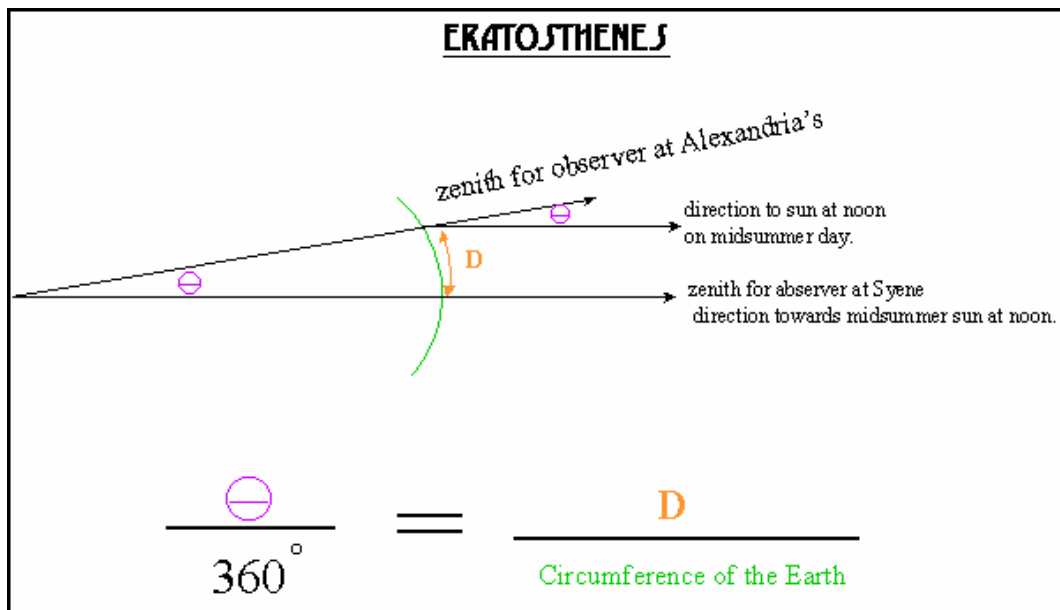
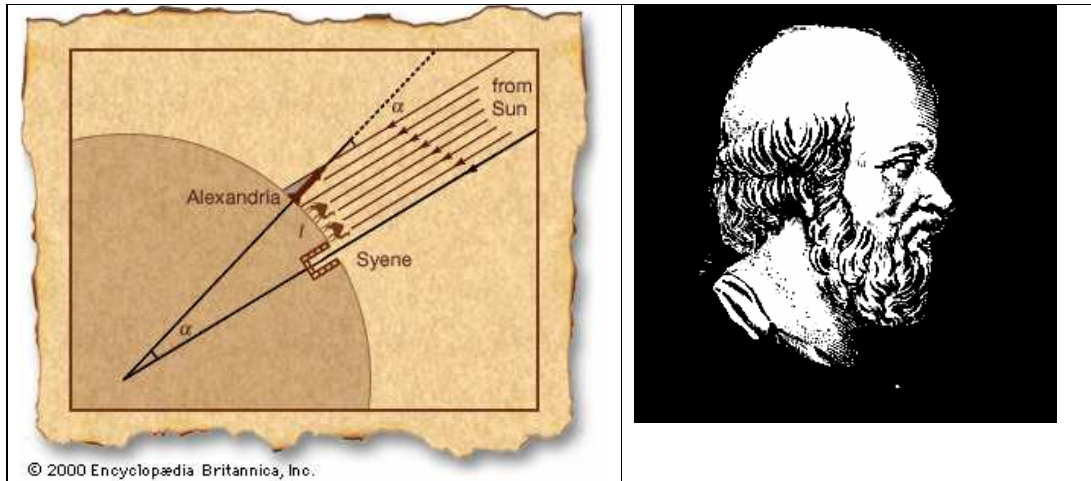


Estimar el alcance visual para las siguientes situaciones:

- Altura de una persona (~ 2 m)
- Tope del Cerro San Cristóbal en Santiago (300 m sobre el nivel medio de Santiago)
- Tope del Cerro Manquehue en Santiago (700 m sobre el nivel medio de Santiago)

2. El radio de la Tierra según Eratóstenes

Con todo esto ya se puede estimar el radio de nuestro planeta, tal como lo hizo Eratóstenes por el 300 AC.



EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sumando vectores

Encuentra la suma de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que yacen en el plano XY y están dados por:

$$\vec{A} = 2.0\hat{x} + 2.0\hat{y} [\text{m}]$$

$$\vec{B} = 2.0\hat{x} - 4.0\hat{y} [\text{m}]$$

Usa primero un método algebraico y luego uno gráfico. ¿Cuáles son las componentes en coordenadas cartesianas de estos vectores?

2. Saltando entre coordenadas

Las coordenadas polares de un punto son $r=5.50 \text{ m}$ y $\theta=240^\circ$. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas de este punto si el origen es coincidente?

3. ¿Ya llegamos? (Are we there yet?)

Una familia parte desde el punto $\vec{A}$ y quiere llegar al punto $\vec{B}$, donde:

$$\vec{A} = 2.0\hat{x} + 2.0\hat{y} [\text{m}]$$

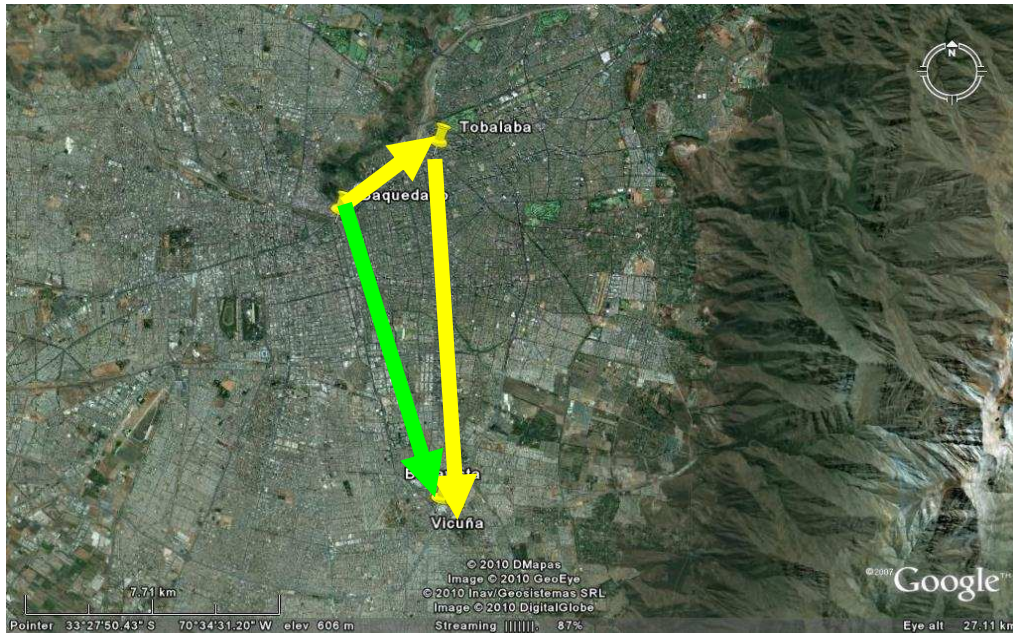
$$\vec{B} = 2.0\hat{x} - 4.0\hat{y} [\text{m}]$$

En un punto $\vec{C}$ entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se ha recorrido una fracción f de la distancia entre los puntos inicial y final.

- a) Encuentra una expresión del vector $\vec{C}$ en términos de f
- b) ¿Cómo es cuando $f=0$?
- c) ¿Cómo es cuando $f=1$?

4. Un paseo por Santiago

Juan y María salen a recorrer Santiago partiendo desde Plaza Baquedano (también conocida como Plaza Italia). Toman el metro en dirección al oriente y se bajan en la estación Tobalaba. Luego toman el metro hacia el sur oriente y se bajan en la estación Vicuña Mackenna. Otro día, toman el metro desde Baquedano hasta la estación Bellavista de la Florida. ¿Cuál recorrido es el más corto (distancia)? ¿Cuán diferente es primer viaje del segundo viaje en cuanto a los vectores que los describen?



NB. Una buena herramienta para estimar las distancias es Google Earth. Pero no es la única.

LECTURA RECOMENDADA

Capítulo 2 de Serway & Jett