Pauta Ejercicio 3

1. Para la masa 1 tenemos que
$$y_1(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$
Si golpea la mesa en τ_1, luego
$$\tau_1 = (\frac{2h_1}{g})^{\frac{1}{2}}$$
Para la segunda masa
$$y(t) = h_1 + h_2 - \frac{1}{2}gt^2$$
Si golpea la mesa en τ_2, entonces
$$\tau_2 = (\frac{2(h1 + h2)}{g})^{\frac{1}{2}}$$
EL intervalo entre golpes es $\tau_1 - \tau_2$, y queremos que esto sea igual a τ_1. Así
$$\tau_2 - \tau_1 = \tau_1$$
$$\tau_2 = 2\tau 1$$
$$(\frac{2(h_1 + h_2)}{g})^{\frac{1}{2}} = 2(\frac{2h_1}{g})^{\frac{1}{2}}$$
$$\frac{2(h_1 + h_2)}{g} = 4\frac{2h_1}{g}$$
$$h_2 = 4h_1 - h_1 = 3h_1$$

2. Para la tercera partícula
$$\tau 3 = (\frac{2(h_1 + h_2 + h_3)}{g})^{\frac{1}{2}}$$
y para que la frecuencia de golpes sea constante
$$\tau_3 - \tau_2 = \tau_1 \Longrightarrow \tau_3 = \tau_1 + \tau_2 = 3\tau_1$$
$$(\frac{2(h_1 + h_2 + h_3)}{g})^{\frac{1}{2}} = 3(\frac{2h_1}{g})^{\frac{1}{2}}$$
$$h_1 + h_2 + h_3 = 9h_1$$
Finalmente
$$h_3 = 9h_1 - h_1 - h_2 = 5h_1$$

3. Cuando el hilo se corta todas las masas experimentan caída libre de manera simultánea. Entonces, la situación es totalmente análoga a lo hecho en 1 y 2, el hilo que las ata no juega ningún rol (una vez que se corta). Para calcular la distancia entre dos partículas cualquiera notamos de 1 y 2 que h_{j+1} es justamente la distancia entre la partícula j y la $j+1$, con $j = 1...N-1$ Ahora de 1 y 2 se puede deducir que

$$\tau_j = j\tau_1$$

Esto es bastante intuitivo; el instante de cada golpe después del primer golpe es un multiplo del primer golpe, de que modo que la frecuencia de golpes es fija. Luego vemos que

$$\tau_{j+1} = (j+1)\tau$$

$$\tau_j = j\tau 1$$

Pero

$$\tau_{j+1} = (\frac{2(h_1 + h_2 + ... + h_{j+1})}{g})^{\frac{1}{2}} = (j+1)\tau_1$$

$$\tau_j = (\frac{2(h_1 + h_2 + ... + h_j)}{g})^{\frac{1}{2}} = j\tau_1$$

Elevando al cuadrado y restando ambos terminos queda que

$$\tau_{j+1}^2 - \tau_j^2 = 2\Sigma_{i=1}^{j+1} h_i - 2\Sigma_{i=1}^{j} h_i = (j+1)^2 - j^2\tau_1^2$$

Entonces

$$h_{j+1} = \frac{g}{2}(2j+1)\tau_1^2 = \frac{g}{2}(2j+1)\tau_1^2\frac{2h_1}{g}$$

Por lo que

$$h_{j+1} = (2j+1)h_1$$