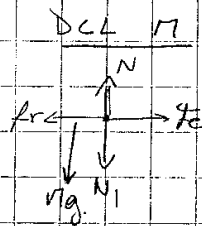
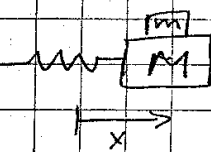
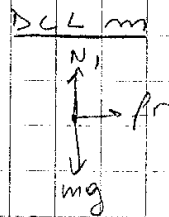


Guía n° 7

Problema 3



$$\text{eje } x: -kx - fr = M \cdot a$$



$$\text{eje } x: fr = m \cdot a$$

$$\text{eje } y: N_1 = m \cdot g$$

Uniendo ambas

$$\Rightarrow -kx = ma = M a \Rightarrow -kx = a(m+M) \Rightarrow a + \frac{k}{m+M} x = 0$$

La masa grande se mueve en un MAS con $\omega^2 = \frac{k}{m+M}$

$$\text{Por otro lado sabemos que } fr \leq \mu N_1 \Rightarrow ma \leq \mu N_1$$

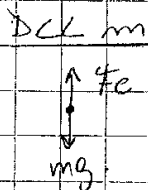
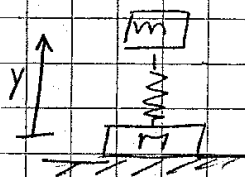
$$\Rightarrow ma \leq \mu m g \Rightarrow a \leq \mu g$$

Pero la aceleración es variable, así que para que la masa no despegue la aceleración SIEMPRE debe ser menor que μg .

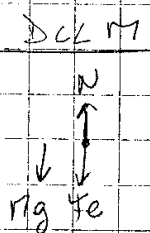
En un MAS la aceleración es $-A\omega^2 \cos(\omega t + \phi)$, por lo que alcanza su valor máximo en $A\omega^2$

$$\Rightarrow A\omega^2 \leq \mu g \Rightarrow A \leq \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{\mu g (m+M)}{k}$$

Problema 4



$$\text{eje } y: -k(y-l_0) - mg = m a$$



$$k(y-l_0) - Mg + N = M a$$

En la posición de equilibrio $a=0$ (condición de equilibrio, SIEMPRE)

Nuestras ecuaciones se transforman en

$$\Rightarrow -k(y-l_0) = mg$$

$$k(y-l_0) - 17g + N = 0$$

Reemplazando la fuerza elástica:

$$\Rightarrow -mg - 17g + N = 0$$

$$\Rightarrow N = g(m+M)$$

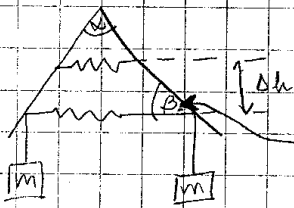
De la primera ecuación podemos despejar la posición de equilibrio

$$-k(y-l_0) = mg$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{k} = l_0 - y$$

$$\Rightarrow \text{Se acorta } \frac{mg}{k}$$

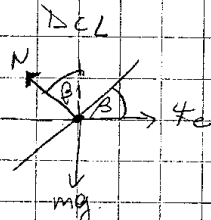
Problema 6.



Para simplificar notación nos daremos ángulo β

$$\beta = \frac{\pi - \alpha}{2}$$

Como el problema es simétrico nos basta con analizar una sola masa.



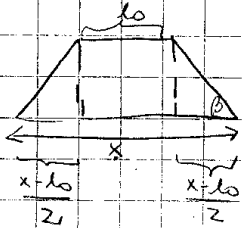
$$\text{eje } y: N \cos \beta = mg$$

$$\text{eje } x: k(x-l_0) = N \sin \beta$$

Donde x es el estiramiento total del resorte.

Dividiendo ambas ecuaciones se obtiene: $\tan \beta = \frac{k(x-l_0)}{mg}$

Mirando con detenimiento el dibujo:



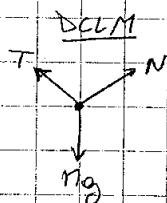
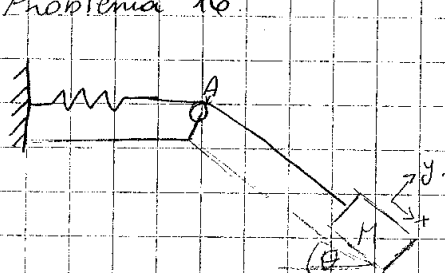
$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{\Delta h}{\frac{x-l_0}{2}}$$

$$\Rightarrow x-l_0 = \frac{2\Delta h}{\tan \beta}$$

Reemplazando en lo anterior

$$\tan \beta = \frac{k}{mg} \cdot \frac{2\Delta h}{\tan \beta} \Rightarrow \Delta h = \frac{\tan^2 \beta \cdot mg}{2k} = \frac{\tan^2 \left(\frac{\pi - \alpha}{2} \right) mg}{2k}$$

Problema 16



Analizando el punto A (que no tiene masa) se tiene que $T = \overline{F}_e$

$$\begin{aligned} \text{eje } x: Mg \sin \theta - T &= m \cdot a \\ \text{eje } y: Mg \cos \theta &= N \end{aligned}$$

Reemplazando la tensión:

$$\Rightarrow Mg \sin \theta - k(x - l_0) = m \cdot a$$

Por el equilibrio $\Rightarrow a = 0$

$$\Rightarrow Mg \sin \theta = k(x - l_0) \Rightarrow \frac{Mg \sin \theta}{k} + l_0 = x \quad \leftarrow \text{Ea es la pos de equilibrio.}$$

Si miramos nuestra ecuación notamos que es parecida a la de MAS, pero con algunos términos extra, para resolver esto hacemos un cambio de variable de la siguiente forma:

$$\tilde{x} = x - \text{pos eq} = x - l_0 - \frac{Mg \sin \theta}{k} \quad \text{Este cambio lo que hace es poner el origen de mi sistema en el punto de equilibrio}$$

Reemplazando...

$$\Rightarrow Mg \sin \theta - k \left(\tilde{x} + l_0 + \frac{Mg \sin \theta}{k} - l_0 \right) = m \cdot a$$

$$\Rightarrow -k\tilde{x} = m \cdot a \Rightarrow a + \frac{k}{m} \tilde{x} = 0$$

Es un MAS con $\omega^2 = k/m$, por lo que su solución es $\tilde{x} = A \cos(\omega t + \varphi)$. Para despejar las 2 constantes debemos utilizar las condiciones iniciales del problema. Nos dicen que parte desde la posición de equilibrio, lo que en nuestro nuevo sistema corresponde al origen:

$$\tilde{x}(0) = 0 = A \cos(\varphi) \Rightarrow \varphi = \pi/2$$

$$v(0) = -v_0 = -A \omega \sin(\varphi) = -A \omega \Rightarrow A = v_0 / \omega$$

Luego la ecuación que rige mi movimiento es:

$$x(t) = \frac{V_0}{\omega} \cos(\omega t + \pi/2)$$

La amplitud de oscilación buscada es $\frac{V_0}{\omega} = \frac{V_0 m}{k}$

Para que la cuerda no se rompa suponemos $T > 0$. De la ecuación del eje x se tiene que:

$$mg \sin \theta - ma = T.$$

$$\Rightarrow mg \sin \theta + \frac{V_0}{\omega} \omega^2 \cos(\omega t + \pi/2) = T > 0$$

↖ es lo que buscamos

Esta condición es válida para toda aceleración, por lo que busquemos el caso en el que se alcanza el valor mínimo ($\cos(\omega t + \pi/2) = -1$)

$$\Rightarrow mg \sin \theta - V_0 \omega > 0$$

$$\frac{mg \sin \theta}{k/m} > V_0 \rightarrow \text{la máxima rapidez es } \frac{mg \sin \theta}{k}$$