###### Guía #5 Sección 5 FI1001 N. Zamorano

###### 21 de Abril- 2010

Rotaciones y otros problemas de 2-Dimensiones

###### PROBLEMA # 1

Una mosca camina sobre un disco de radio **R a lo largo de una línea recta que une el borde con el centro del disco. El disco rota** con una velocidad angular ω0 **fija**.

La mosca viaja desde el borde del disco (radio R) hacia el centro de éste siguiendo la línea recta señalada:

1. Si la mosca avanza por la línea desde el borde con velocidad constante Vo, encuentre el valor de la razón **Vo/ω0 para que**  justo al dar el disco una vuelta completa, la mosca llegue al centro del disco.
2. Suponga ahora que la mosca parte del reposo con aceleración constante. ¿Cuál es el valor de la aceleración que le permite a la mosca llegar al centro en las mismas condiciones de la parte a)?

R

ωt

x = xo + vo t + at2 /2

v = vo + a t

v 2 - vo2 = 2 a (x – xo)

= R [ cos ω t, sen ω t ] , = R ω [-sen ω t, cos ω t ]

###### PROBLEMA # 2

Se tiene una guía rígida ACB fija, semicircular, de radio R y plano vertical, con su diámetro AB horizontal. Desde A se dispara un proyectil P con rapidez inicial Vo y un ángulo φ, tal que le permite pasar tangencialmente por C.

Simultáneamente con la salida del proyectil, parte desde A un móvil Q, desplazándose a lo largo de la guía, con velocidad Vo constante.

1. Calcular el ángulo φ del lanzamiento y el radio R.
2. Calcular el ángulo subtendido por el centro O de la guía, por los radios correspondientes a las posiciones de P y Q, en el instante en que P pasa por C.

**ω**

**g**

**R**

###### PROBLEMA # 3

Sobre un disco horizontal que gira con velocidad angular constante, se dejan caer

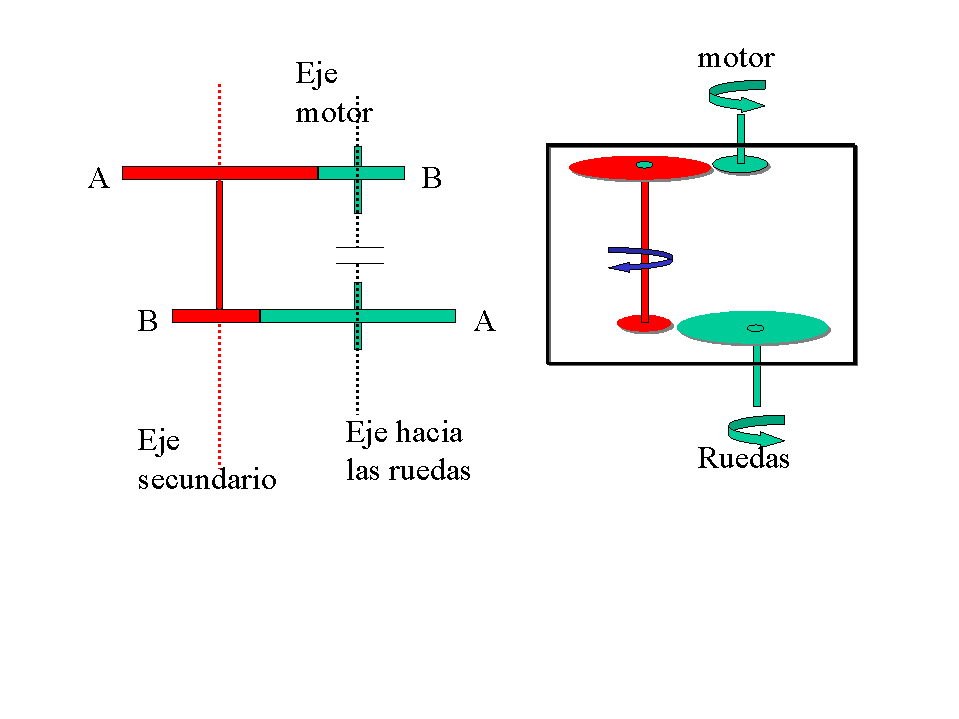
bolitas cada T segundos. En el disco hay N

agujeros distribuidos uniformemente.

1. Calcular w mínimo para que las bolitas pasen sin chocar con el disco.
2. ¿ Con qué velocidad angular debe girar el disco para que las bolitas

pasen hoyo por medio?

###### PROBLEMA # 4



a) En la figura aparece el sistema de engranajes de la caja de cambios de un motor. Sie motor gira a N RPM, calcule cual el valor de las RPM a la salida de la caja de cambio en función de la razon entre los radios de los engranajes: RA / RB = 5/2.

1. b) Suponga que a) corresponde a la primera marcha en un auto. Si se mantiene la razón entre los
2. engranajes de entrada a la caja de cambio, pero se cambia aquella que va a las ruedas de forma que

RB' /RA' = 3/4, encuentre ahora cual es la relación entre las RPM del motor y aquella del eje que va a las ruedas.

###### PROBLEMA # 5

Si los radios de la rueda de una bicicleta, del piñón de la cadena correspondiente al pedal y del engranaje de la rueda son: Rrueda > Rpiñón> Rengranaje , Encuentre en función de estos valores, cuánto debe pedalear un ciclista para que con esta combinación pueda tener una rapidez de Vo m/s. Utilice la expresión encontrada para el caso en que la razón entre los radios es: 7/2/1 y Vo= 10 m/s.

P

R ω

θ

###### PROBLEMA # 6

Un disco de radio R gira con velocidad angular ω . Una hormiga viaja abrazada al borde de este disco.

1. Para qué valor del ángulo θ debe soltarse esta hormiga para caer justo en el punto simétrico (con

respecto a la vertical) del disco. (Ojo: no necesita encontrar el valor del ángulo sino sólo una expresión para el valor del coseno o seno de dicho ángulo)

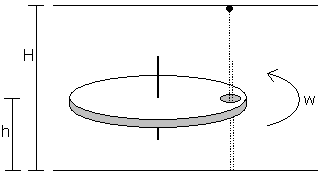
1. Qué valores límites puede tomar la velocidad angular ω para que exista una solución. Suponga que el radio R del disco es constante y dado de modo que no se puede variar al igual que la aceleración de gravedad g.
2. Suponga que la hormiga dejó una marca en el punto P donde estuvo abrazada al disco. Suponiendo que se cumplen las condiciones anteriores ¿Es posible que después de su salto acrobático, aterrice en el mismo punto P donde dejó la marca? Para contestar esto calcule: (1 punto) ¿Cuánto se demora la hormiga en llegar al punto simétrico de aterrizaje de la hormiga? (1 punto) ¿Cuánto se demora la hormiga voladora en llegar al mismo punto? (2 puntos) Igualando ambos tiempos encuentre la condición para que esto ocurra y discuta este valor (existe o no…, qué pasa si ω crece indefinidamente o tiende a cero…)

P

P

###### PROBLEMA # 7

Un disco gira con N RPM y se ubica a una altura h sobre el piso, con 0 < h < H. El disco posee un agujero por el cual cabe una esfera dada. En un determinado instante, la esfera se suelta desde la superficie ubicada a una altura H sobre el piso, de modo que ésta cruza el disco a través de la ranura en su caída. Al rebotar, pasa nuevamente por el mismo agujero al subir.



g

Calcule la velocidad angular del disco en radianes por segundo, en función del valor N dado.

Encuentre el valor mínimo de w y la altura h, para que esto suceda.

Si h permanece fijo, ¿Cuántas soluciones posibles existen si w puede variar?

Si w permanece fijo, ¿Cuántas soluciones posibles existen si h varía?

1. Un perrito nuevo está atado a un cilindro de radio R, mediante una cuerda de

largo L < πR. En sus ansias de lograr su libertad, este perrito parte corriendo desde el punto más alejado del cilindro (R+L), con rapidez constante Vo , con respecto al piso, manteniendo siempre la cuerda tirante. Corre hasta que choca con el manto del cilindro. ¿Cuánto demoró?

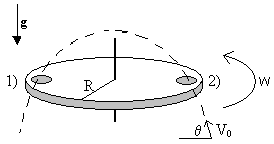
Nota: no se espera una solución exacta a este problema (tampoco está

prohibida). No use matemáticas que no conoce (integrales complicadas, por

ejemplo). Use ingenio y buenas aproximaciones…Por ejemplo una cota inferior

y una superior y después mejorarlas.

###### PROBLEMA # 8



Un disco gira con velocidad **ω** y posee un solo agujero ubicado a una distancia **d** del centro del disco. En cierto instante y justo debajo del disco, se lanza una pelota de modo que al elevarse, atraviesa el disco cuando el agujero pasa por la posición señalada con el número 2. Se desea que en su caída cruce a través

del disco cuando el agujero se encuentra en la posición

señalada con 1, en el lado opuesto al punto de

lanzamiento. Calcule V0 y θ para que esto sea posible.

###### PROBLEMA # 9

*a*0

*x*

y

A

Dos personas comienzan una carrera desde elpunto A, de modo que una de ellas viaja en línea recta desde el punto A hasta B con *aceleración constante* ao y partiendo del reposo, y la otra lo hace describiendo una circunferencia de radio R, moviéndose con *rapidez constante*. Si ambas llegan al mismo tiempo al punto B, determinar la velocidad angular ωo de la segunda persona.

###### PROBLEMA # 10

En el gráfico se representa el movimiento angular de dos móviles A y B

t

ωw

T

A

B

respectivamente. Inicialmente ambos móviles se

encuentran en la misma posición. El móvil A se

mueve con rapidez constante ωA igual a 4 π/T, (línea horizontal en el gráfico) en tanto que B acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular igual a 6π/T en t =T. Desde ese instante B frena uniformemente.

1. Determine la separación angular entre A y B en t =T.
2. Determine la aceleración mínima de frenado de B para que éste se encuentre con A en el momento de detenerse.
3. Determine el desplazamiento angular de B en el instante en que parte hasta que se detiene.
4. Dibuje en un solo gráfico las posiciones de A y B a través del tiempo.

###### PROBLEMA # 11

Para levantar una barra se emplea el siguiente sistema: una cadena está fija en uno de sus extremos y en el otro es recogida mediante un motor que la enrolla con una velocidad constante Vo. Para evitar el desgaste premturo se instala una polea de radio r en el extremo de la barra que se pretende levantar.

Vo

¿Cuál es el valor con que se levanta la puerta?

¿Cuál es el valor de la velocidad angular de la polea inferior?

Suponga que el motor no parte con una velocidad Vo, sino de cero y con una aceleración constante alcanza la velocidad Vo cuando la barra está a media altura:

Cuál es el valor de la aceleración que se aplica a la cuerda?

¿Cuál es el valor de la velocidad angular de la polea inferior

###### PROBLEMA # 12

Cuando los jugadores de béisbol devuelven la pelota a la cancha, normalmente le permiten dar un bote porque opinan que de este modo la pelota llega antes a su destino. Suponga que después del bote la pelota rebota con el mismo ángulo θo con el que fue lanzada inicialmente (ver figura), pero pierde la mitad de su rapidez (módulo de la velocidad). A continuación se le pide compare los dos casos que se mencionan: lanzamiento directo y aquel con un solo bote intermedio. Suponga que en el lanzamiento directo, realizado con un ángulo inicial de 450  la pelota alcanza una distancia D: ¿con qué ángulo θo se debería lanzar la pelota para que alcance la misma distancia D con un solo bote intermedio? En ambos casos la rapidez inicial es la misma.

D

Vo

Vo

θo

θo

###### PROBLEMA # 13

a) (2 ptos.) Un profesor viaja al interior de un ascensor que sube con velocidad constante. En un descuido, al

profesor se le escapan las llaves de su mano. Al tocar el piso del ascensor, las llaves se encuentran a la misma

altura que en el instante en que se desprendieron de la manos del profesor.

En un mismo gr´afico ilustre cualitativamente, la trayectoria de las llaves y la del piso del ascensor.

b) (2 ptos.) Una part´ıcula parte desde el reposo y se mueve en una dimensi´on con una aceleraci´on igual a la que

aparece en la Figura 1-Problema b. ¿Cu´al es el desplazamiento de la part´ıcula transcurrido N intervalos de

tiempo \_?

Figure 1: Problema b Problema c

c) (2 ptos.) En la Figura 1-Problema-c, aparece un proyectil que se dispara horizontalmente a 15 m/s. Cuando su

velocidad alcanza una magnitud de 25 m/s: ¿Qu´e distancia ha recorrido verticalmente?. En este problema use

g = 10 m/s2.

###### PROBLEMA # 14



a.- (2 ptos.) Un caracol se mueve con rapidez constante avanzando

hacia el centro de la espiral que aparece en la Figura adyacente.

Grafique, cualitativamente, el m´odulo de la aceleraci´on con

respecto al tiempo de esta trayectoria. Justifique brevemente su

gr´afico.

b.- (2 ptos.) Una pieza de artiller´ıa debe impactar un objetivo

que permanece a su mismo nivel y que se ubica a una distancia D

de ella. ¿Cu´al es la rapidez m´ınima con la cual se debe disparar el

proyectil para que alcance este objetivo?

c.- (2 ptos.) A mediod´ıa, los punteros de un reloj de pared coinciden.

Suponiendo que ambos punteros giran continua y suavemente, ¿Qu´e ´angulo debe recorrer el minutero para

volver a coincidir con el horario? ¿A qu´e hora ocurre esto?

###### PROBLEMA # 15

Pen´elope subi´o a la rueda gigante (vertical) que existe en Fantasilandia. La rueda tiene un radio R y gira con

velocidad angular constante !. Su hermana Alfonsina, se encuentra parada justo en el eje de la rueda y le pide a

Pen´elope que le haga llegar unas llaves. Pen´elope obedece y las suelta en el punto P, indicado en la Figura.

a.- Responda esta pregunta sin acompa˜nar ning´un c´alculo

expl´ıcito. S´olo justifique breve, pero claramente, su respuesta.

i.- (1 pto.) Si la rueda gira muy lentamente (! muy peque˜no),

¿alrededor de qu´e posici´on Pen´elope deber´ıa dejar caer las llaves

para tener una buena chance de alcanzar a su hermana? Para la

misma situaci´on, pero ahora con la rueda girando muy r´apidamente,

¿alrededor de qu´e posici´on Pen´elope deber´ıa soltar las llaves?

ii.- (1 pto.) Por otra parte, claramente en uno de estos casos las

llaves viajar´an dentro de la circunferencia de la rueda y en la otra,inicialmente se desplazar´an por fuera de ella. Indique cu´al es cu´al y

explique brevemente.

b.- (3 ptos.) Considere que Pen´elope suelta las llaves en el punto

P de la figura. Conociendo la velocidad angular ! de la rueda, su

radio R y la aceleraci´on de gravedad g, encuentre el valor del ´angulo

\_ ( o lo que es lo mismo, el valor de sen\_ ) para el cual las llaves llegan efectivamente a las manos de Alfonsina.

Conviene definir la cantidad adimensional \_ = !2 R/g, para simplificar las expresiones.

c.- (1 pto.) Con el resultado de la parte b.- , compruebe, ahora cuantitativamente, sus dos respuestas en el punto i.-

de la parte a.-.