

Pauta Pregunta 2

Control Recuperativo

Nicolás Mujica, Gustavo Castillo, Eugenio Quintana, Nicolás Rivas

6 de Septiembre, 2009

P2

a

Considere un lápiz pasta corriente:

1

Estime el volumen de tinta contenido en él.

Calculamos el volumen como $A \times h$, donde A es el área basal y h la altura del cilindro que contiene la tinta. Consideramos como correcto $h = 10 \pm 2$ cm, y el radio de la base como $r = 0.25 \pm 0.5$ cm, esto entrega un rango dado por:

$$V = (8 \times \pi \times (0.2)^2, 12 \times \pi \times (0.3)^2) \sim (1 \text{ cm}^3, 3.4 \text{ cm}^3) = (1 \times 10^{-6} \text{ mts}^3, 3.4 \times 10^{-6} \text{ mts}^3)$$

2

Para una lectura sencilla el espesor del trazo de tinta que deja el lápiz debe ser mayor que la longitud de onda de la luz visible que es de unos 5000 Å ($1\text{Å} = 10^{-10}\text{m}$). ¿Cuál es la longitud de trazo máximo que un lápiz podría rendir?

El espesor del trazo es lo que sobresale la tinta del papel, lo llamamos h . Tenemos que igualar el volumen ocupado en hacer un trazo recto de longitud l y de ancho w con el volumen en el cilindro de tinta, esto es, para el caso de menor volumen:

$$5000\text{Å} \times l \times w = 1 \text{ cm}^3$$

Ahora, el ancho del trazo del lápiz lo podemos estimar en el rango (0.05, 0.2) cm. Por lo tanto:

$$5 \times 10^{-5} \times 0.05 \times l \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm}^3$$

despejando obtenemos $l = 400000 \text{ cm} = 4 \text{ kms}$, que está dentro del orden de magnitud de lo que en la próxima pregunta nos dicen que es lo correcto.

3

En general el rendimiento de los lápices es de unos 2 – 3 km, ¿Cuál es el orden de magnitud del espesor del trazo?

Ahora debemos hacer lo contrario, es decir conociendo l estimamos h , esto es:

$$h \times 0.1 \times 2 \times 10^5 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm}^3$$

de donde obtenemos $h = 5 \times 10^{-5} \text{ cm}$, en el mismo orden de magnitud que lo que nos dicen en la parte 2.

Nota

En la corrección cada sección equivale a 1.5 puntos. La respuesta se considera correcta si la estimación de las cantidades es razonable, incluyendo los argumentos que se dan para obtener ese valor, y si el resultado final está dentro del orden de magnitud de lo correcto. Por ejemplo, si al calcular el volumen obtuvimos el valor más alto aceptado, entonces es razonable estimar el ancho del trazo como el mayor aceptado, para obtener el resultado que sabemos tiene que darnos.

b

Un bloque de hielo de masa m es soltado desde una altura h en un plano inclinado. Considerando la aceleración de gravedad g , y que no existe roce entre el plano y el bloque, determine la rapidez final v en función de los datos del problema mediante análisis dimensional.

Las variables relevantes al problema son h , m , v y g . Así postulamos que:

$$v = f(m, h, g)$$

para encontrar esta función hacemos análisis dimensional:

$$L \times T^{-1} = m^\alpha h^\beta g^\gamma = M^\alpha \times L^\beta \times L^\gamma \times T^{-2\gamma}$$

igualando coeficientes obtenemos de inmediato que $\alpha = 0$. Para las distancias tenemos $1 = \beta + \gamma$, y en los tiempos $-1 = -2\gamma$, es decir $\gamma = 1/2$, por lo que $\beta = 1/2$. Por lo tanto reemplazando tenemos que:

$$v = C\sqrt{gh}$$

donde C es una constante no determinable mediante análisis dimensional. En este caso, por cinemática, sabemos que $C = \sqrt{2}$.

Nota

Este problema equivale a 1.5 puntos, para ello el resultado y el desarrollo del análisis dimensional deben estar correcto. Esto implica que llegar al resultado mediante cinemática no se considera válido, salvo para argumentar el valor de C , aunque el resultado correcto puede incluir C como variable indeterminada.