Pauta Ejercicio 1 FI1001-4 Introducción a la Física Newtoniana
 Semestre Otoño 2010
 Prof. N. Mujica
 Profs. Auxs. E. Quintana, N. Rivas, G. Castillo

P1

(a) Supongamos que $f(\kappa, \rho) = \kappa^\beta \rho^\gamma$, realizando un análisis dimensional se tiene que:

$$\begin{aligned} [R_0] &= [C][\kappa^\beta \rho^\gamma][m_c^\alpha] \\ MT^{-1} &= 1 \cdot [\kappa]^\beta [\rho]^\gamma [m_c]^\alpha \\ MT^{-1} &= (MT^{-1}L^{-d})^\beta (ML^{-3})^\gamma M^\alpha \\ M^1 T^{-1} L^0 &= M^{\beta+\gamma+\alpha} \cdot T^{-\beta} \cdot L^{-d\beta-3\gamma} \end{aligned}$$

Igualando término con término:

$$\begin{aligned} M: \quad & \beta + \gamma + \alpha = 1 \\ T: \quad & -\beta = -1 \\ L: \quad & -d\beta - 3\gamma = 0 \end{aligned}$$

Despejando se obtiene que:

$$\beta = 1, \quad \gamma = -\frac{d}{3}, \quad \alpha = \frac{d}{3}$$

Así:

$$f(\kappa, \rho) = \kappa \rho^{-\frac{d}{3}}$$

Finalmente como $C \approx 1$, se tiene que:

$$R_0 = \kappa \left(\frac{m_c}{\rho} \right)^{\frac{d}{3}} = \kappa \left(\frac{m_c}{\rho} \right)^\alpha$$

(b) Si $\frac{2}{3} < \alpha < 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} < \frac{d}{3} < 1 \Leftrightarrow 2 < d < 3$

Usando solo esta información podríamos decir que la geometría de los sistemas respiratorios es un estado intermedio entre lo superficial y lo volumétrico. Los sistemas respiratorios tienen una geometría fractal.

(c)

$$\begin{aligned} R_0 &= \kappa \left(\frac{m_c}{\rho} \right)^{\frac{d}{3}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-2} \cdot \left(\frac{2000 \text{ kg}}{1000 \text{ kg/m}^3} \right)^{\frac{2}{3}} \\ R_0 &= 2 \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1} = 2^{\frac{5}{3}} \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1} = \sqrt[3]{32} \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1} \end{aligned}$$

Usando aproximaciones se tiene que:

$$\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{27 \left(1 + \frac{5}{27}\right)} = 3 \cdot \left(1 + \frac{5}{27}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{27}\right) = 3.18$$

Finalmente:

$$R_0 \approx 3.18 \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1}$$

■