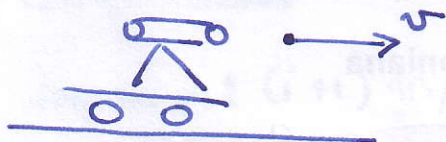


PROBLEMA #1

①



~~conservación~~

M = masa inicial (plataforma + balas)

m = masa de una bala

v = velocidad de la bala

(a)

$$(M-m)v_x + mv = 0$$

↑ momentum inicial

$$v_x = -\frac{m}{M-m}v = -\frac{m}{M}\left(1 - \frac{m}{M}\right)^{-1}v$$

$$v_x = -\frac{m}{M}\left(1 + \frac{m}{M}\right)v$$

$$\leftarrow \frac{m}{M} = \frac{10^{-2}}{10^3} = 10^{-5} \quad \boxed{v_x = -2 \times 10^{-3} \text{ m/s}} \quad (2 \text{ pts})$$

(b) Sea M_i la masa de la plataforma + balas después de (i -ésimo disparo)

é-simo disparo

$$M_i = M - im = M(1 - i\epsilon)$$

Sea v_i la velocidad de la plataforma después del i -ésimo disparo

la plataforma
momentum del sistema es $M_i v_i$, la bala sale disparada
con velocidad v respecto a la plataforma
después del $(i+1)$ disparo el momentum es

$$-M_{i+1} v_{i+1} + m(v - v_i) = -M_i v_i$$

y obtenemos la recurrencia

$$v_{i+1} = \frac{M_i}{M_{i+1}} v_i + \frac{m}{M_i} (v - v_i) \quad (1. \text{ pto})$$

~~para $i=1, 2, \dots$~~

desde que sale la primera bala hasta que la plataforma alcanza
2 m/s obt siempre se cumple que $v - v_i \approx v$!!

Además
$$\frac{M_i}{M_{i+1}} = \frac{M(1-i\epsilon)}{M(1-(i+1)\epsilon)} \approx 1 - i\epsilon + (i+1)\epsilon = 1 + \epsilon$$

$$v_{i+1} = (1 + \epsilon) v_i + \epsilon v$$

$$v_2 = (1 + \epsilon) v_1 + \epsilon v$$

$$v_3 = (1 + \epsilon)^2 v_1 + (1 + \epsilon)\epsilon v + \epsilon v \approx (1 + 2\epsilon) v_1 + 2\epsilon v$$

$$v_4 = (1 + 3\epsilon) v_1 + 3\epsilon v$$

⋮

$$v_{N+1} = (1 + N\epsilon) v_1 + N\epsilon v$$

$$v_{N+1} \approx (N+1)\epsilon v$$

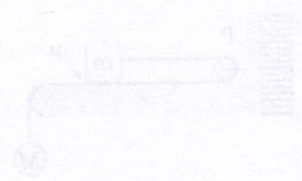
1 obtenemos $(N+1)\epsilon v = 2 \text{ m/s}$

$$N+1 \approx 10^{\sqrt{\frac{2}{200}}} = 10^{\frac{3}{2}}$$

$$N \approx 10^{\frac{3}{2}} \text{ balas}$$

(3 pts)

a razón de 10/s tenemos 100 segundos



ALTERNATIVA

$$(M - m) v_x + m v = 0$$

$$m (v - v_x) + M v_x = 0$$

$$m = \frac{-M v_x}{v - v_x} = M \left(\frac{2}{200 - 2} \right)$$

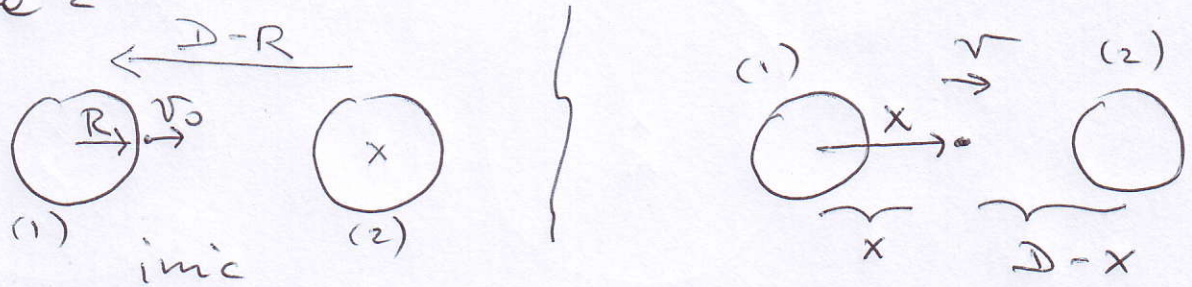
$$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ 200 & -2 \end{array} = M \left(\frac{1}{100 - 1} \right)$$

$$\boxed{m \approx \frac{M}{100}} = \frac{1000}{100} = 10 \text{ kg.}$$

$$\frac{10 \text{ kg}}{0,01 \text{ kg}} \Rightarrow 1000 \text{ bolas.}$$

100 segundos

Problema 2



Cons. de energía $E = K + U_1 + U_2$ [1 pto]

inic) $E = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{Mm}{R} - G \frac{Mm}{D-R}$ [1 pto]

vieje) $E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{x} - G \frac{Mm}{D-x}$ [1 pto]

Igualar: $\frac{1}{2} m v_0^2 - G M m \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{D-R} \right) = \frac{1}{2} m v^2 - G M m \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x} \right)$

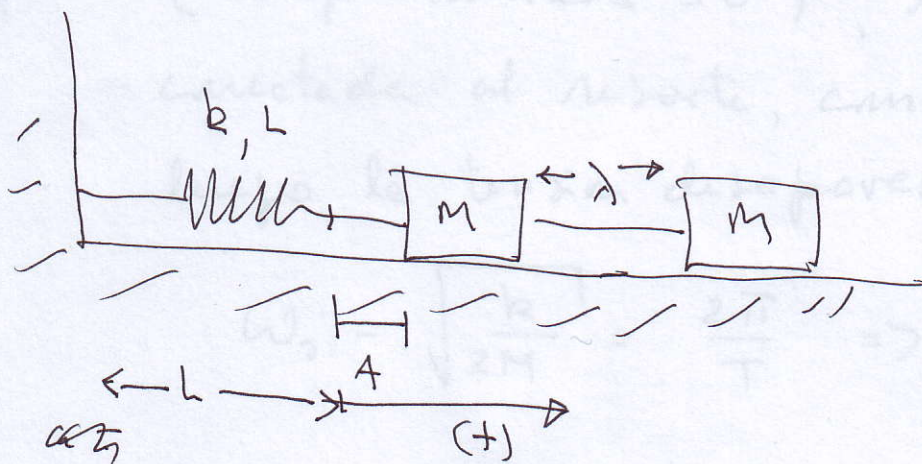
Despejar: $v_0^2 = v^2 + 2GM \left(\frac{D}{R(D-R)} - \frac{D}{x(D-x)} \right)$

Veloc. mínima cuando $v = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} x = D/2 \end{array} \right\} \rightarrow$ [2 pto]
 máximo en el punto medio $x = D/2$

$$v_0^2 = 2GM \left(\frac{D}{R(D-R)} - \frac{4}{D} \right)$$

álgebra 1 pto.

Problema #3 (OSC. ARMÓNICO) NZ



a. - Veamos: DCL de la 1^{era} masa

2pts

$$1) \quad -kA + T = Ma$$

$$2) \quad -T = Ma$$

La aceleración debe ser la misma en ambas masas o se corte la cuerda.

$$1) + 2) \Rightarrow -kA = 2MA$$

$$a = -\left(\frac{k}{2M}\right) \cdot A = -\omega_0^2 A.$$

$$\Rightarrow -T = +M \cdot a = -M \frac{k}{2M} A = -\frac{kA}{2}.$$

(Conviene Decirle a los Est. que resuelvan

Haciendo un DCL. Si no todos pondrán

$$T = kA. !$$

b. - Al pasar el resorte por el pto ~~neutro~~ neutro
1pto. (desplazamiento = 0), la primera masa,
conectada al resorte, comienza a frenarse
luego la tensión desaparece.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{2M}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2M}{k}}$$

como esto corresponde a $\frac{1}{4}$ del período

$$\Rightarrow \tau_0 = \frac{1}{4} T = \frac{1}{8\pi} \sqrt{\frac{2M}{k}} //$$

c) Al desconectarse las masas, el período
2ptor de la masa ligada al resorte es

$$T' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M}{k}}$$

puesto que la masa
del sistema es M
(no $2M$).

$$\tau' = \frac{1}{4} T' = \frac{1}{8\pi} \sqrt{\frac{M}{k}}$$

En este instante el resorte alcanza su máxima
compresión y está instantáneamente en reposo.

$$\frac{\lambda}{z'} = 2\pi \lambda \sqrt{\frac{k}{M}}$$

la velocidad del sistema es

Energía
potencial
inicial

$$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (2M) v_0^2$$

Energía Cinética
para el largo
natural del
resorte

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{1}{2M} k A^2 = \omega_0^2 A^2$$

$$v_0 = \frac{\lambda}{z'} = 2\pi \lambda \sqrt{\frac{k}{M}}$$

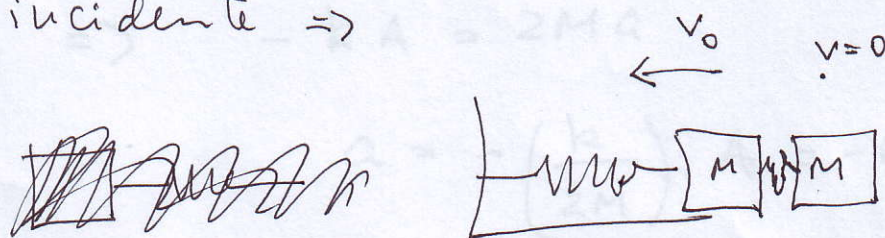
↓

$$\sqrt{\frac{k}{2M}} A = 2\pi \lambda \sqrt{\frac{k}{M}} \Rightarrow \lambda = \frac{A}{\sqrt{2} \cdot 2\pi}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{A}{\sqrt{2} \cdot 2\pi}$$

d =
 $\frac{1}{2}$ pto

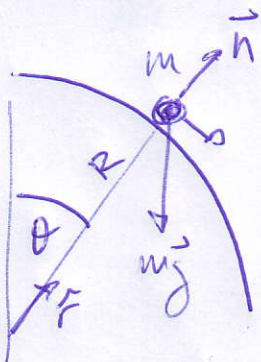
Como son masas iguales una queda en reposo y la otra adquiere la velocidad de la incidente $\Rightarrow$



e =
 $\frac{1}{2}$ pto

La masa sigue comprimiendo al resorte hacia la izquierda. Retorna y choca con la masa en reposo, ahora aquella atada al resorte se queda inmóvil por un instante y luego sigue a la otra masa. Cuando alcanza el largo natural comienza a frenar a la otra masa.

Problema 4:

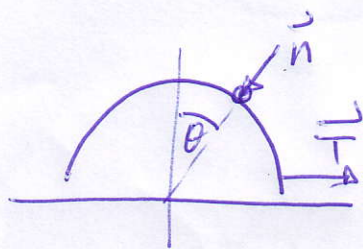


Aplicando Newton para la masa m

$$\vec{n} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Considerando solo la parte radial

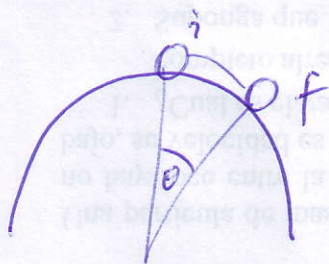
$$n = mg \cos \theta - m \frac{v^2}{R} \quad (1) \quad 2 \text{ pts}$$



aplicando Newton para la semiesfera

$$T = n \sin \theta \quad (2) \quad 1 \text{ pts}$$

Por conservación de la energía



$$mgz = m \frac{v^2}{2} + mgR \cos \theta$$

$$v^2 = 2gR(1 - \cos \theta) \quad (3) \quad 1 \text{ pts}$$

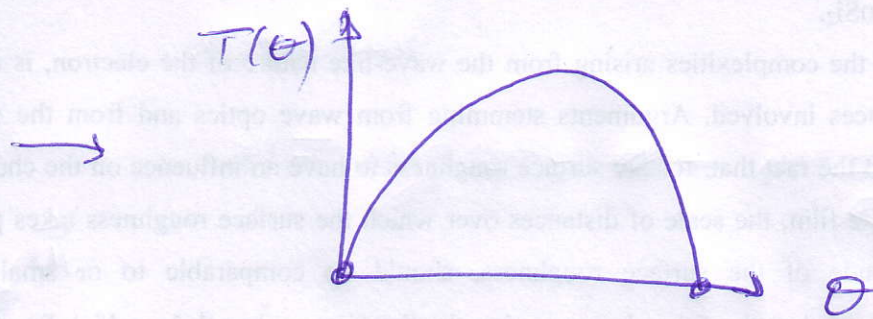
Así obtenemos

$$T(\theta) = mg \sin \theta (3 \cos \theta - 2) \quad 1 \text{ pts}$$

la tensión presenta dos polos:

$$\sin \theta = 0$$

$$7 \quad 3 \cos \theta = 2$$



1 pto