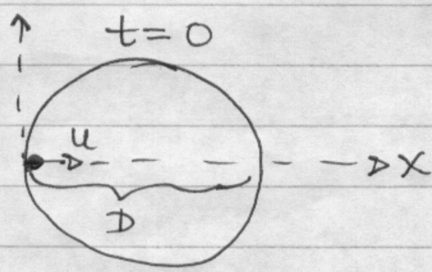
Pauta P3 - Examen FI-1001



Pongamos el sist. de referencia fijo a la mesa, como se indica.

Antes del 1er choque $u = \frac{D}{\tau} \Rightarrow$

$\tau = D/u$ = instante del 1er choque

choque elástico en $t = \tau \Rightarrow$

$$① \quad mu = m\tilde{u} + MV \qquad \text{(cons. mom. lineal)}$$
$$② \quad mu^2 = m\tilde{u}^2 + MV^2 \qquad \text{(cons. energía)}$$

$\tilde{u}$ = vel. de la bolita después del 1er choque
V = " " anillo después del 1er choque

De ①
$$③ \quad \tilde{u} = u - \left(\frac{M}{m}\right) V \Rightarrow \text{en } ②$$

$$mu^2 = m\left(u^2 + \left(\frac{M}{m}\right) V^2 - 2uV\left(\frac{M}{m}\right)\right) + MV^2$$

$$\cancel{mu^2} = \cancel{mu^2} + \left(\frac{M^2}{m} + M\right) V^2 - 2MuV$$

$$0 = \cancel{M}\left(1 + \frac{M}{m}\right) V^{\cancel{2}} - 2\cancel{M}u\cancel{V}$$

$$\Rightarrow V = \frac{2}{(1 + M/m)} u \Rightarrow \text{en } ③ \quad ④$$

$\Rightarrow$ argolla se mueve hacia la derecha

$$\tilde{u} = u - \left(\frac{M}{m}\right) V = u - \frac{2(M/m)}{(1+M/m)} u$$

$$\tilde{u} = \left(\frac{1 - M/m}{1+M/m}\right) \cdot u \quad (5)$$

NB: si $M/m < 1$ (argolla + liviana que bolita) $\Rightarrow \tilde{u} > 0$. Si $M/m > 1 \Rightarrow \tilde{u} < 0$

Si $M/m > 1$, en τ la bolita comienza a moverse a la izquierda; y lo opuesto si $\frac{M}{m} < 1$. La argolla siempre se mueve hacia la derecha (ver ecuación (4)).

La ecuación de la trayectoria del lado izquierdo (borde) de la argolla será:

$$x_a(t) = V(t-\tau) \qquad (t \geq \tau)$$

La ecuación de la trayectoria de la bolita será:

$$x_b(t) = D + \tilde{u}(t-\tau) \qquad (\tau \leq t \leq \tau^{2do\ choque})$$

donde τ^{2do} es el instante del 2^o choque

La bolita se encuentra (choca) con el lado izquierdo de la argolla, cuando:

$$x_a(\tau^{2do}) = x_b(\tau^{2do}) \Rightarrow$$

$$V(\tau^{2do} - \tau) = D + \tilde{u}(\tau^{2do} - \tau) \Rightarrow$$

$$(V - \tilde{u})(\tau^{2do} - \tau) = D$$

$$\Rightarrow \tau^{2do} = \left(\frac{D}{V - \tilde{u}}\right) + \tau = \frac{\overset{\tau}{D}}{u} + \tau = 2\tau \quad (7)$$

$$V - \tilde{u} = \frac{2u}{(1 + M/m)} - \frac{(1 - M/m)}{(1 + M/m)} u = \left(\frac{1 + M/m}{1 + \frac{M}{m}}\right) u = u$$

En ese instante la posición de la bolita será

$$x_b(\tau^{2do}) = D + \tilde{u}\frac{D}{u} = D + \frac{\left(1 - \frac{M}{m}\right)}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)} \cancel{u} \cdot \frac{D}{\cancel{u}}$$

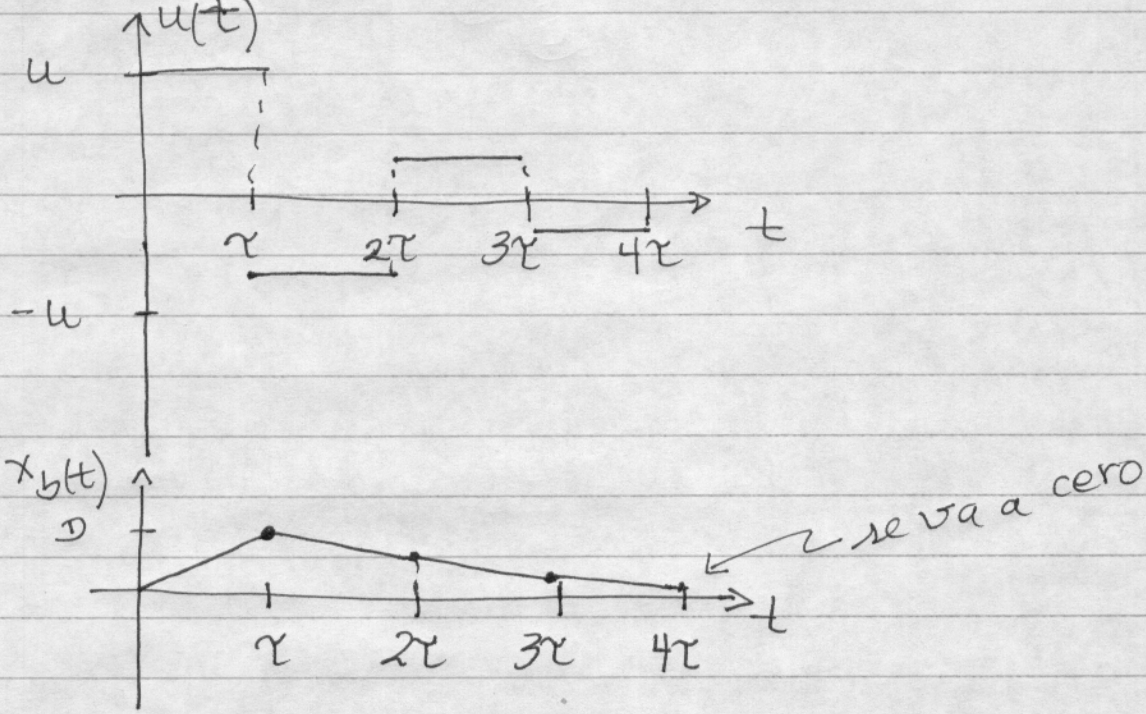
$$x_b(\tau^{2do}) = \frac{2D}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)} \quad (6)$$

$$\Rightarrow \text{si } \frac{M}{m} > 1; \; 1 + \frac{M}{m} > 2 \text{ y } x_b(\tau^{2do}) < D$$

$$\text{si } \frac{M}{m} < 1; \; 1 + \frac{M}{m} < \text{ y } x_b(\tau^{2do}) > D$$

De ⑤, ⑥ y ⑦ vemos que:

a) $\frac{M}{m} > 1$



b) $\frac{M}{m} < 1$