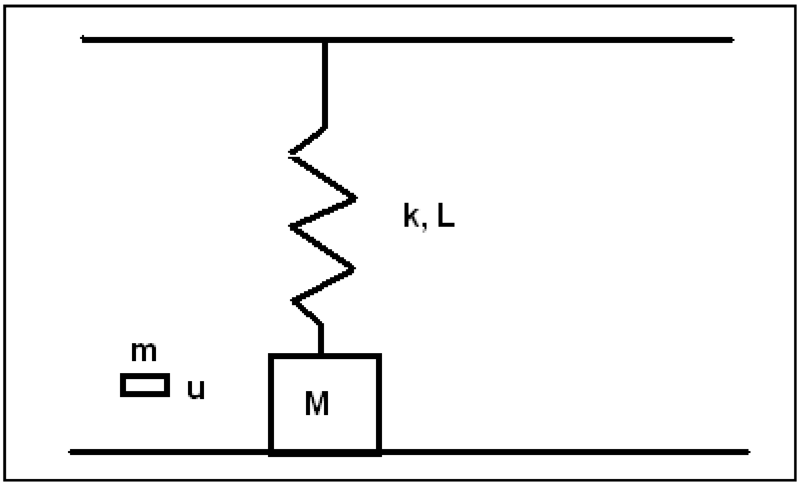
En la figura se muestra un bloque de masa M, amarrada al punto P mediante un resorte ideal y posando sobre una superficie horizontal resbaladiza. El resorte es de constante elástica K y largo natural L. En el esquema el resorte está vertical y sin elongación. Una bala de masa m es disparada horizontalmente y se incrusta en el bloque.

- Determine la rapidez máxima de la bala a fin de que el bloque nunca pierda contacto con la superficie.
- Describa el movimiento subsecuente.



El choque:

Es un choque perfectamente inelástico, donde las velocidades iniciales son:

$$Masa\, m;\ \ u\,\hat{\imath}$$

$$Masa\, M;\ \ 0\,\hat{\imath}$$

Como la bala queda incrustada en el bloque, las velocidades finales coinciden, la llamaremos v^*. Luego, por conservación del momentum entre el instante inmediatamente previo y el instante inmediatamente posterior al choque:

$$(m \cdot u + M \cdot 0) = m \cdot v^* + M \cdot v^*$$
$$v^* = \frac{m \cdot u}{(M+m)}$$

Después del choque:

- **Conservación de la energía:**

  Aplicamos conservación de la energía entre el instante inmediatamente **después** del choque y el instante en el que el conjunto bloque-bala se detiene por primera vez.

  Tenemos:

  $$0 = \Delta E_C + \Delta E_{PE} + \Delta E_{PG} - W_{NC}$$

  Como no hay roce: $W_{NC} = 0$

  Como el conjunto no se eleva: $\Delta E_{PG} = 0$

  Por otro lado, la velocidad inicial después del choque es v^*, y la velocidad en el momento que se detiene es nula. Luego:

  $$\Delta E_C = E_{CF} - E_{CI} = 0 - \frac{1}{2}(M+m)\cdot(v^*)^2$$

  La elongación inicial es nula y la elongación final es desconocida (cuando hablo de elongación, es con respecto al largo natural), la llamaremos Δx.

  $$E_{PE} = E_{PEF} - E_{PEI} = \frac{1}{2}(k)\cdot(\Delta x)^2 - 0$$

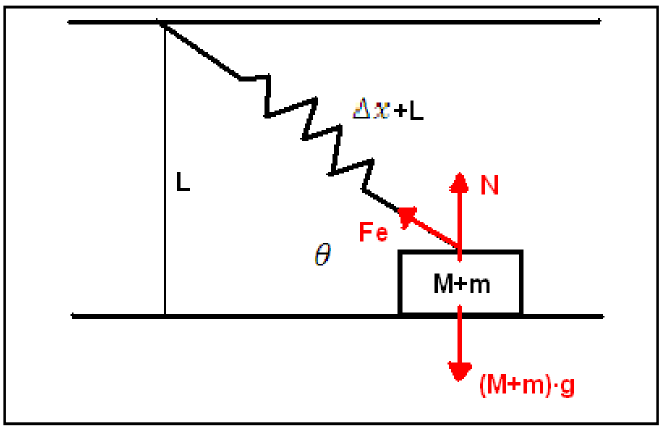
  Aplicando la fórmula de conservación de energía:

  $$\frac{1}{2}(M+m)\cdot(v^*)^2 = \frac{1}{2}(k)\cdot(\Delta x)^2$$

  $$m^2\cdot\frac{u^2}{M+m} = k\cdot(\Delta x)^2$$

- **Condición sobre la Normal:**

  En el lugar de mayor elongación:



Es importante notar las relaciones geométricas. Si definimos θ como el ángulo entre el resorte y la horizontal. Tenemos:

$$\sin(\theta) = \frac{L}{L + \Delta x}$$

Por otro lado, haciendo suma de fuerzas:

$$F_y = Fe \cdot \sin(\theta) + N - (M + m) \cdot g$$

La condición límite de “no levantamiento” es $F_y = 0$ y $N = 0$. Luego:

$$\begin{aligned}
&Fe \cdot \sin(\theta) = (M + m) \cdot g \\
&k \cdot \Delta x \cdot \frac{L}{L + \Delta x} = (M + m) \cdot g \\
&k \cdot \Delta x \cdot L = (M + m) \cdot g \cdot L + (M + m) \cdot g \cdot \Delta x \\
&\Delta x = \frac{(M + m) \cdot g \cdot L}{k \cdot L - (M + m) \cdot g}
\end{aligned}$$

Reemplazando en la ecuación que obtuvimos de conservación de energía:

$$\begin{aligned}
&m^2 \cdot \frac{u^2}{M + m} = k \cdot (\Delta x)^2 \\
&u = \frac{\Delta x}{m} \cdot \sqrt{k(M + m)} \\
&u = \frac{(M + m) \cdot g \cdot L}{m \cdot (k \cdot L - (M + m) \cdot g)} \sqrt{k(M + m)}
\end{aligned}$$

El movimiento subsecuente, como no hay roce y la masa no se levanta, será MAS (Movimiento armónico simple):