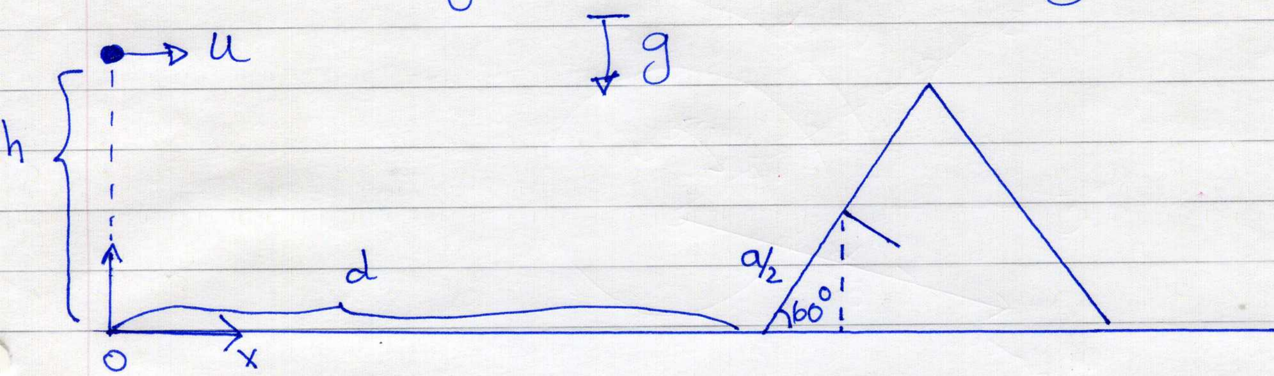
Pauta P2, C1 2010

La situación geométrica es como sigue:



Situando el sistema de referencia como se indica, tendremos que

① $x = u \cdot t$

② $v_x = u$

③ $y = h - \frac{1}{2} g t^2$

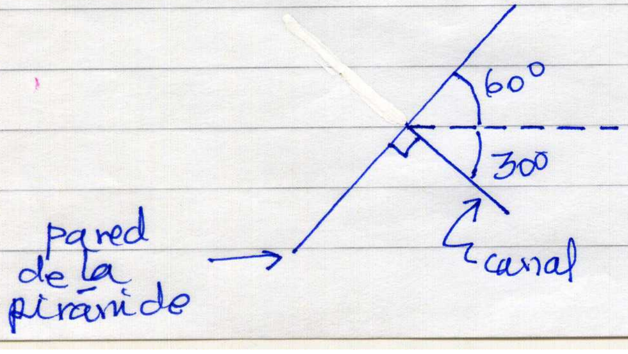
④ $v_y = -g t$

La entrada del canal secreto se encuentra en:

$$x_{canal} = d + \frac{a}{2} \underbrace{\cos 60°}_{1/2} = d + \frac{a}{4}$$

$$y_{canal} = \frac{a}{2} \underbrace{\operatorname{sen} 60°}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$

En el canal tendremos:

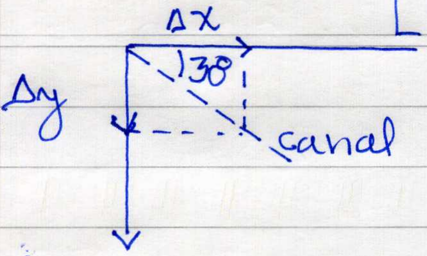


Como $\Delta y = v_y \Delta t$

$\Delta x = v_x \Delta t$

la condición para que la ofrenda llegue a la entrada, moviéndose en la dirección del canal es que:

[NB: Recordad que la velocidad indica la dirección instantánea del desplazamiento]



$$\underbrace{\tan 30^\circ}_{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{|\Delta y|}{\Delta x} = \frac{|v_y|}{v_x} \quad (5)$$

Sea t_e el instante en que la ofrenda llega a la entrada del canal; por (1) vemos que debe tenerse que:

$$x_{canal} = d + \frac{a}{4} = u \cdot t_e \quad (6)$$

y por (3) $y_{canal} = \frac{\sqrt{3}}{4} a = h - \frac{1}{2} g t_e^2$ (7)

Además, por (2), (4) y (5) evaluada en t_e $\Rightarrow$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{g t_e}{u} \Rightarrow t_e = \frac{u}{\sqrt{3} g}$$

Reemplazando t_e en (6) $\Rightarrow$ $d + \frac{a}{4} = \frac{u^2}{\sqrt{3} g} \Rightarrow$

$$\boxed{d = \frac{u^2}{\sqrt{3} g} - \frac{a}{4}} \quad \left(= \frac{u^2}{\tan 60^\circ g} - \frac{a}{2} \cos 60^\circ \right)$$

y, reemplazando t_e en (7) $\frac{\sqrt{3}}{4} a = h - \frac{1}{6} \frac{u^2}{g}$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{\sqrt{3}}{4} a + \frac{1}{6} \frac{u^2}{g}} \quad \left(= \frac{a}{2} \operatorname{sen} 60^\circ + \frac{1}{2g} u^2 \tan^2 30^\circ \right)$$