

Cinemática: Movimiento en dos dimensiones

Marcos Flores Carrasco

DFI-FCFM

Uchile

Formulas de cinemática en una dimensión con aceleración constante

$$a = \text{constante}$$

$$t_0 = 0$$

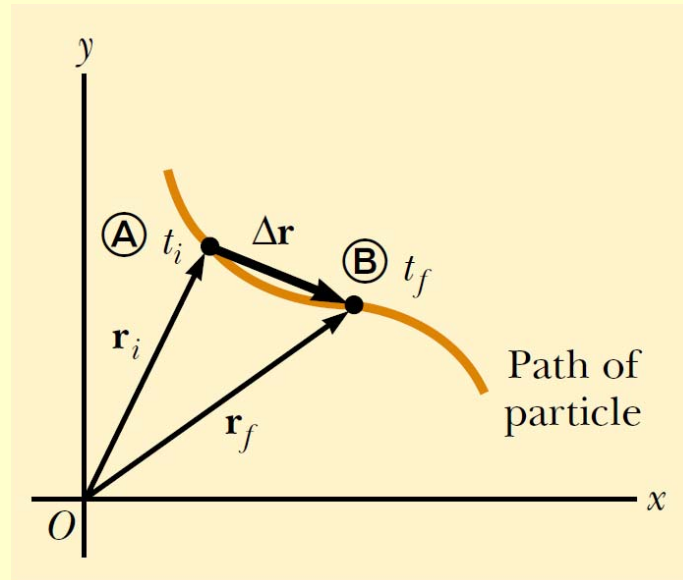
$$x = x_0 + \bar{v}t$$

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$2ad = v^2 - v_0^2$$

Cinemática en 2D



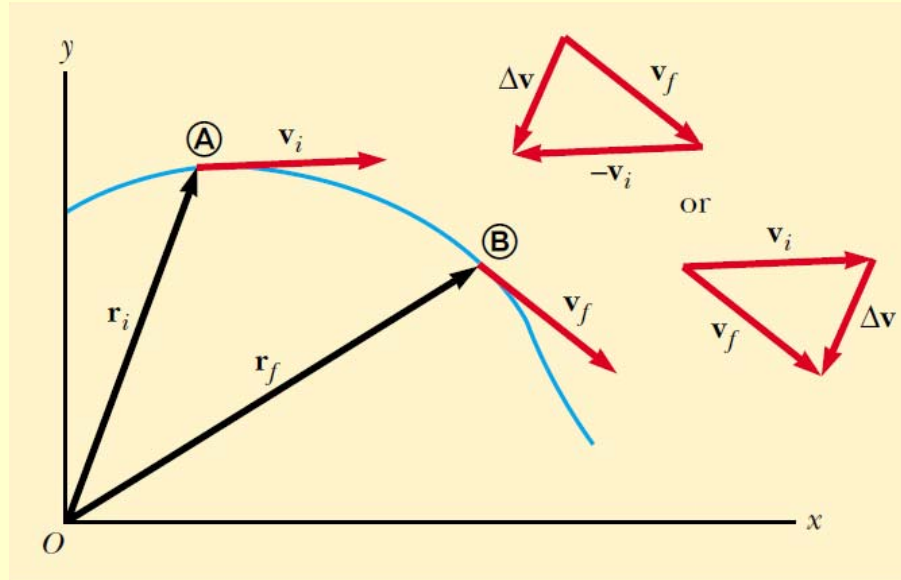
Posición

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} = (x(t), y(t))$$

Desplazamiento

$$\vec{d} = \Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = \vec{r}(t_f) - \vec{r}(t_i) = (x_f - x_i, y_f - y_i)$$

Cinemática en 2D



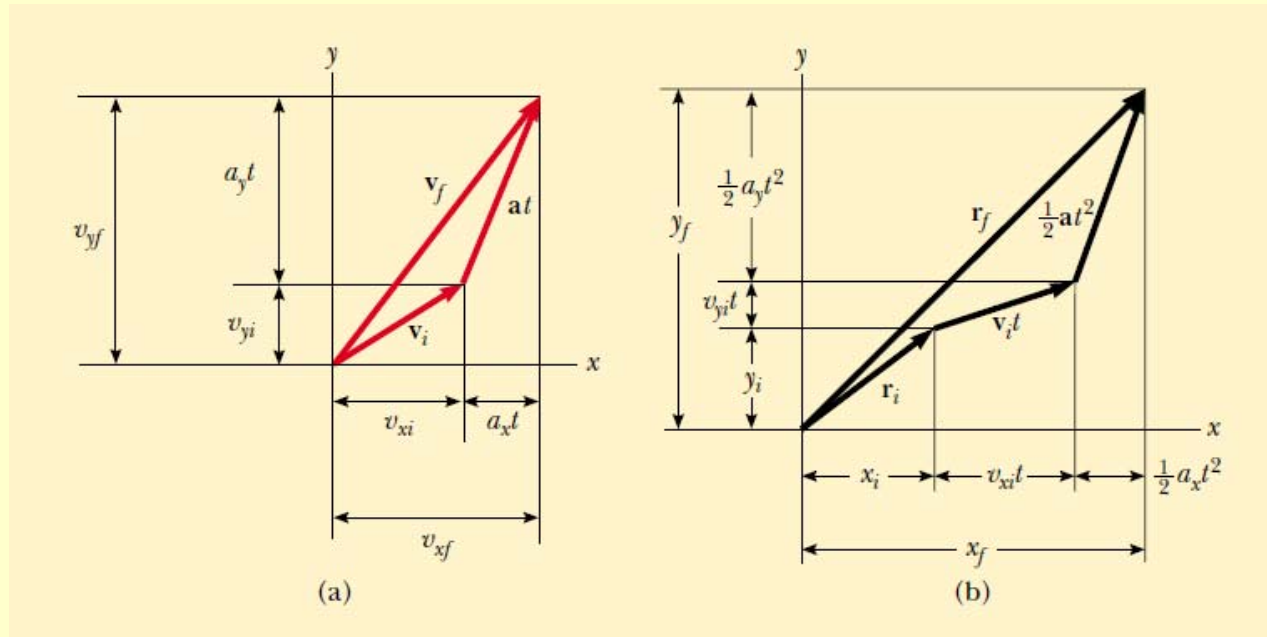
Velocidad

$$\vec{v}(t) = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j} = (v_x(t), v_y(t)) = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}\right)$$

Aceleración

$$\vec{a}(t) = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = a_x(t)\hat{i} + a_y(t)\hat{j} = (a_x(t), a_y(t)) = \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}, \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right)$$

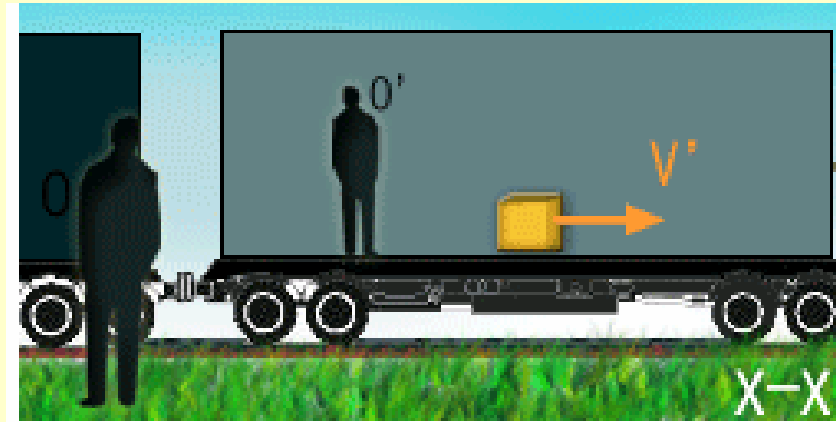
Cinemática en 2D



$$\vec{v}(t) = \vec{v}_o + \vec{a}t$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_o + \vec{v}_o t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

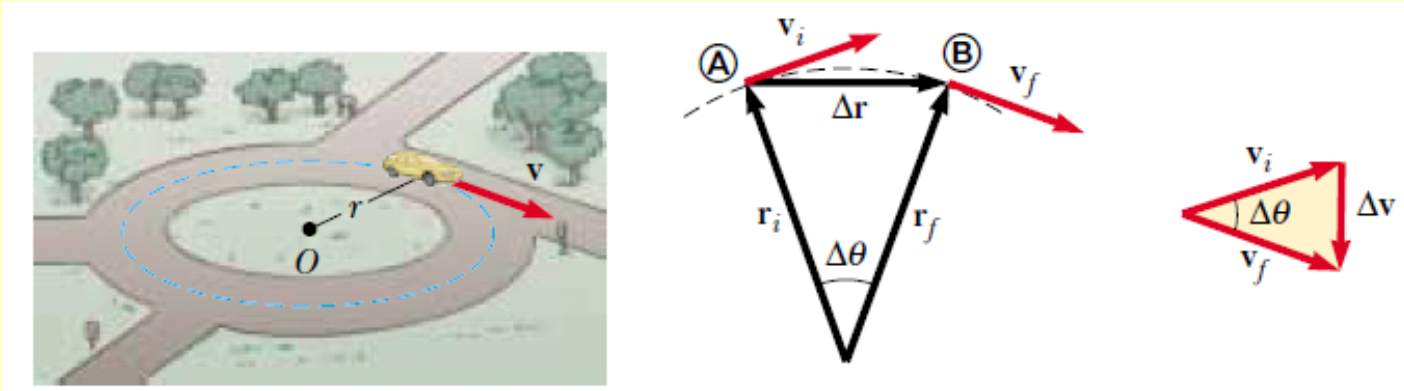
Velocidad relativa y el principio de superposición



Características importantes:

- Se debe definir un origen al situar el vector posición.
- Se debe indicar claramente el sistema de referencia al hablar de velocidad.
- La velocidad es posible escribirla como un asuma vectorial. Esta adición de velocidades en forma independiente se denomina principio de superposición.

Movimiento circular uniforme

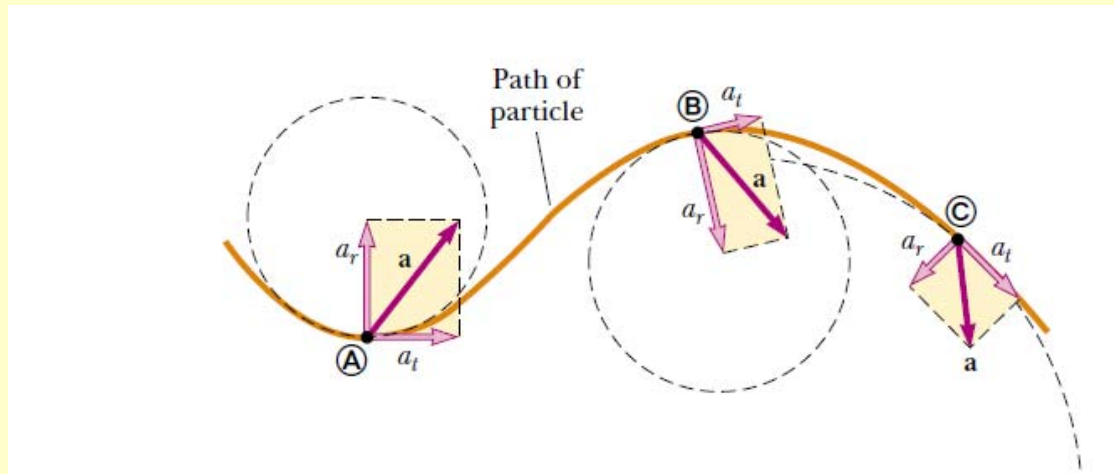


Una partícula que describe una trayectoria circular de radio r , sufre una aceleración llamada aceleración centrípeta a_c ejercida hacia el centro debido al cambio de dirección de la velocidad v , y es de la forma:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$\left(v = \frac{2\pi r}{T} \right) \left(\omega = \frac{2\pi}{T} \right)$$

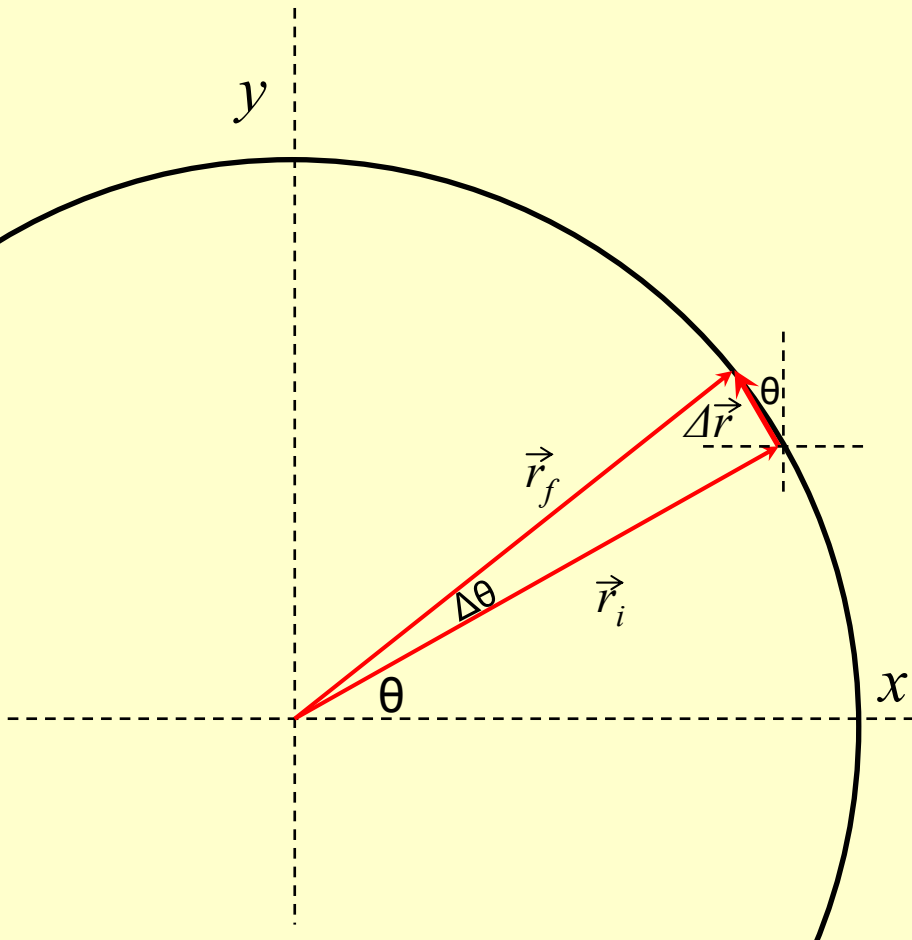
Movimiento circular uniforme



Ahora si la partícula describe una trayectoria curvilínea suave tal que la velocidad cambia de magnitud y sentido, el vector aceleración se expresa de la forma

$$\vec{a}(t) = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \hat{\theta} - \frac{v^2}{r} \hat{r}$$

Parametrización del movimiento



Posición

$$\vec{r}(t) = r \cos(\omega t) \hat{i} + r \sin(\omega t) \hat{j}$$

Velocidad instantánea

$$\vec{v}(t) = -r\omega \sin(\omega t) \hat{i} + r\omega \cos(\omega t) \hat{j}$$

Aceleración radial

$$\vec{a}(t) = -r\omega^2 \cos(\omega t) \hat{i} - r\omega^2 \sin(\omega t) \hat{j}$$