

Cinemática:
Movimiento en dos
dimensiones

Marcos Flores Carrasco

DFI-FCFM

Uchile

Velocidad constante

Velocidad de una partícula es el cuociente entre el desplazamiento y el tiempo transcurrido durante dicho desplazamiento:

$$v = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

En un movimiento con velocidad constante v , la posición del móvil en un instante cualquiera esta dada por la expresión:

$$x(t) = x_0 + vt$$

Velocidad media

Distancia recorrida (concepto intuitivo): es la velocidad media por el tiempo total de viaje.

$$D = \bar{V} \times t$$

Velocidad media (concepto intuitivo): es el desplazamiento sobre el tiempo requerido para realizarlo

$$V = \frac{\sum_{k=1}^N V_k \times \Delta t_k}{\sum_{k=1}^N \Delta t_k}$$

Velocidad instantánea

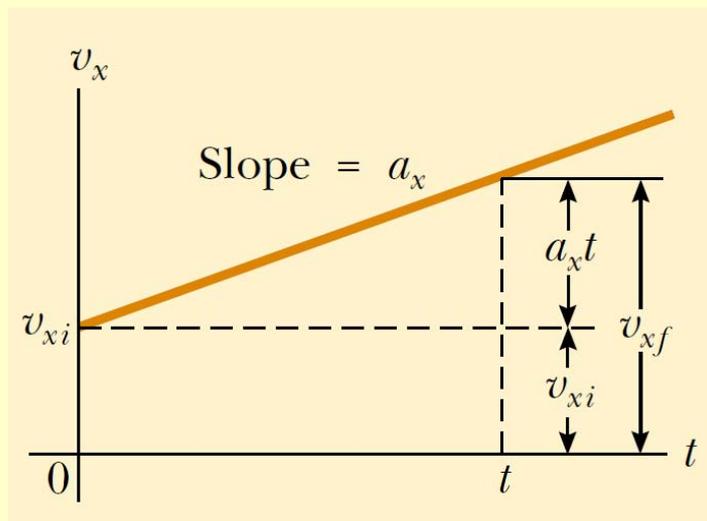
Velocidad instantánea: es el cociente entre el desplazamiento y el tiempo que toma para hacerlo, en el límite de intervalos de tiempo infinitesimales (pero distintos de cero).

$$v_0 \equiv v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$$

Aceleración

La aceleración se define como la razón entre el cambio de velocidad en el intervalo de tiempo sobre el cual ocurre.

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Formulas de cinemática en una dimensión con aceleración constante

$$a = \text{constante}$$

$$t_0 = 0$$

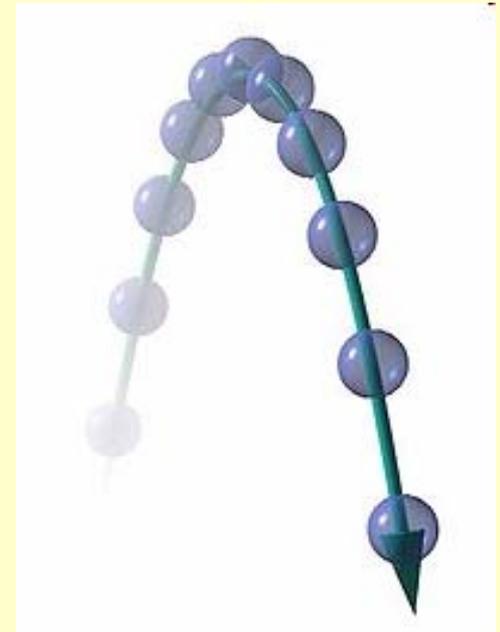
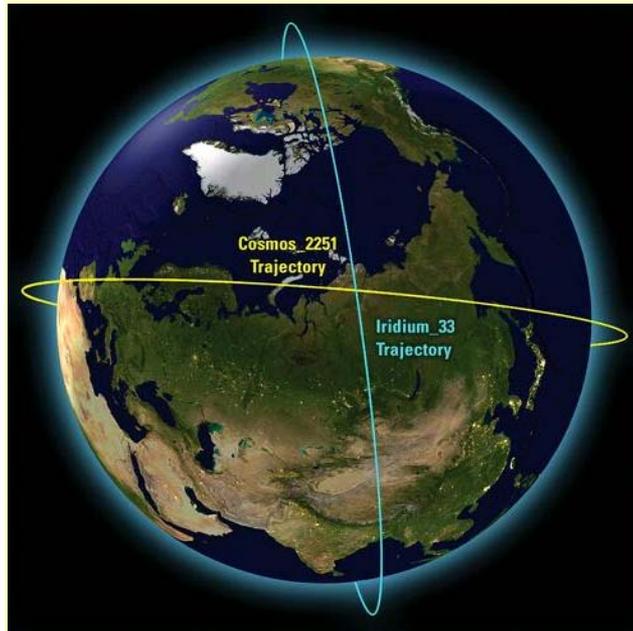
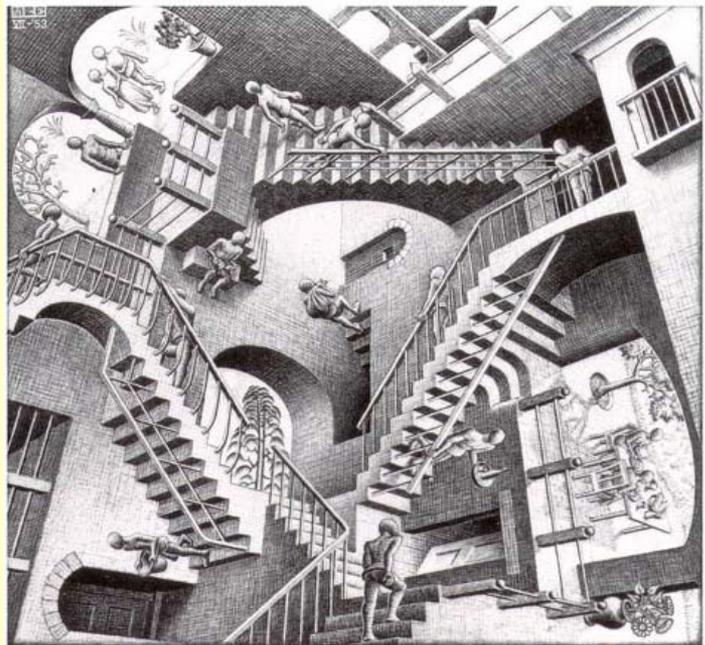
$$x = x_0 + \bar{v}t$$

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

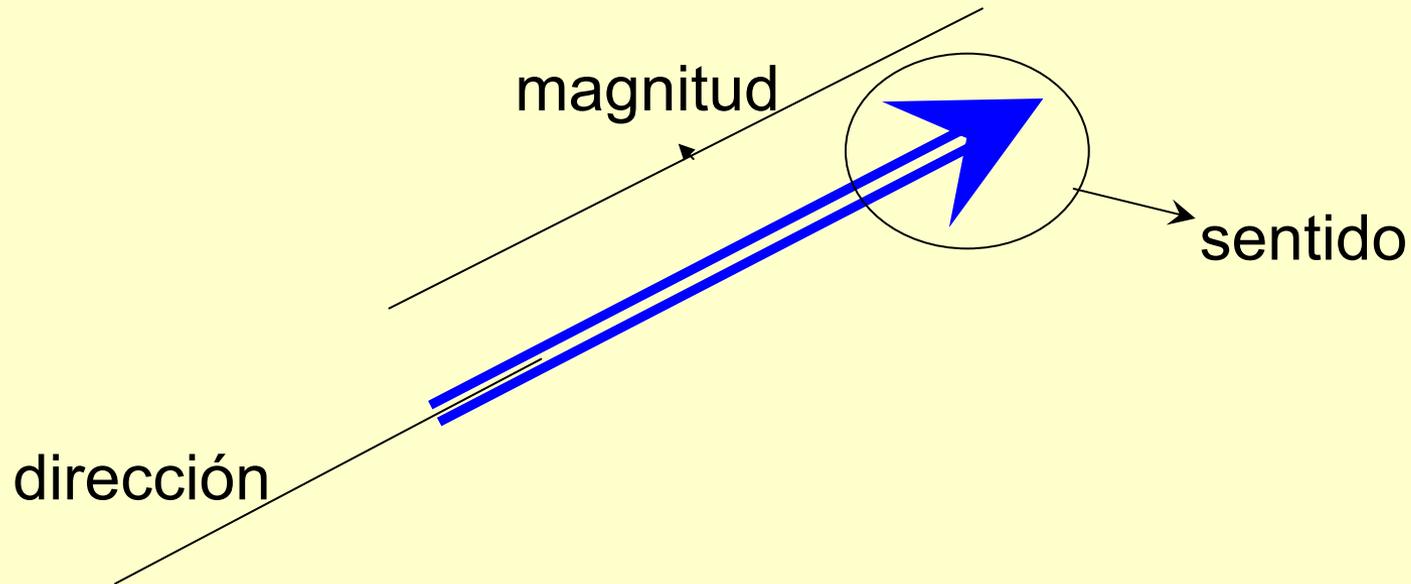
$$2ad = v^2 - v_0^2$$

El mundo real!

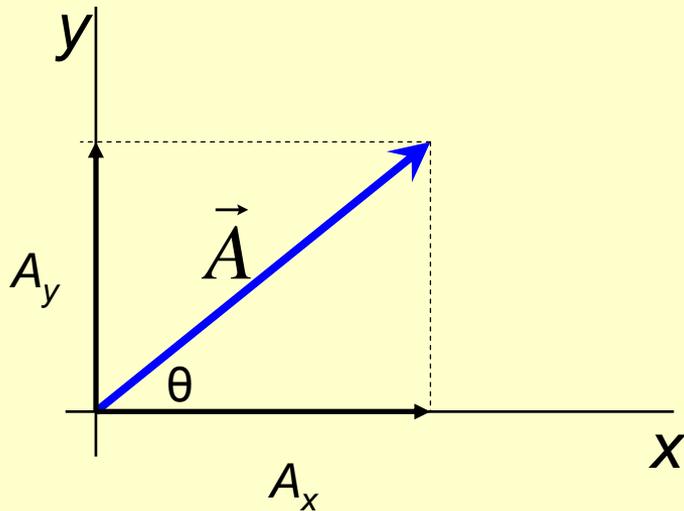


Vectores

Una cantidad vectorial queda totalmente determinada solo cuando se conoce su magnitud, dirección y sentido



Componentes de un vector



Las componentes cartesianas del vector

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$

Magnitud, dirección y sentido

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

Escritura de un vector

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} = (A_x, A_y)$$

Vectores posición, velocidad y aceleración

Posición

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} = (x(t), y(t))$$

Desplazamiento

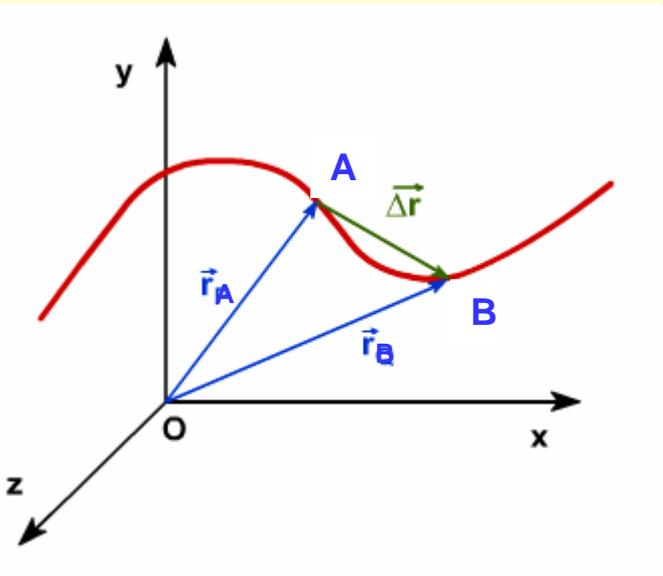
$$\vec{d} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \vec{r}(t_B) - \vec{r}(t_A) = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

Velocidad

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j} = (v_x(t), v_y(t)) = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}\right)$$

Aceleración

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\hat{i} + a_y(t)\hat{j} = (a_x(t), a_y(t)) = \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}, \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right)$$



Ejemplo: lanzamiento parabólico

Un cañón dispara una bala desde el borde de un barranco, de altura $h=100\text{m}$, con una rapidez $v=100\text{km/hr}$, con un Angulo de 30° sobre la horizontal. Determine

- la distancia l sobre la horizontal a la cual cae la bala.
- El tiempo que tarda en este recorrido
- La altura máxima alcanzada

