

# EM 737

## INTRODUCCION A LA ESTABILIDAD DE PEQUEÑA SEÑAL EN SISTEMAS DE POTENCIA

**LUIS S. VARGAS**  
Area de Energía  
Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad de Chile

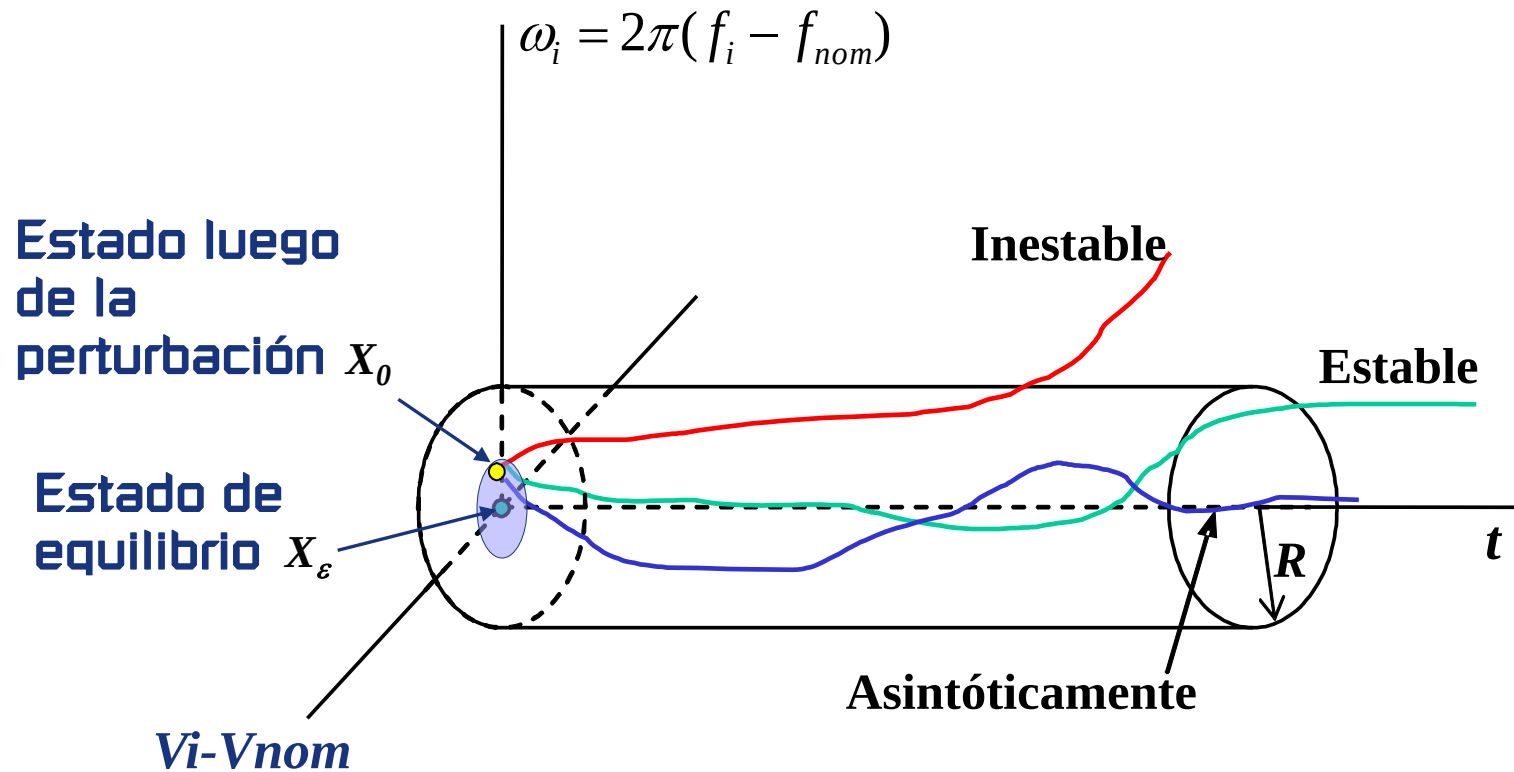


# INDICE

- **Introducción**
- **Estabilidad de pequeña señal**
- **Ejemplos de estabilidad de pequeña señal**
- **Análisis de estabilidad de pequeña señal**

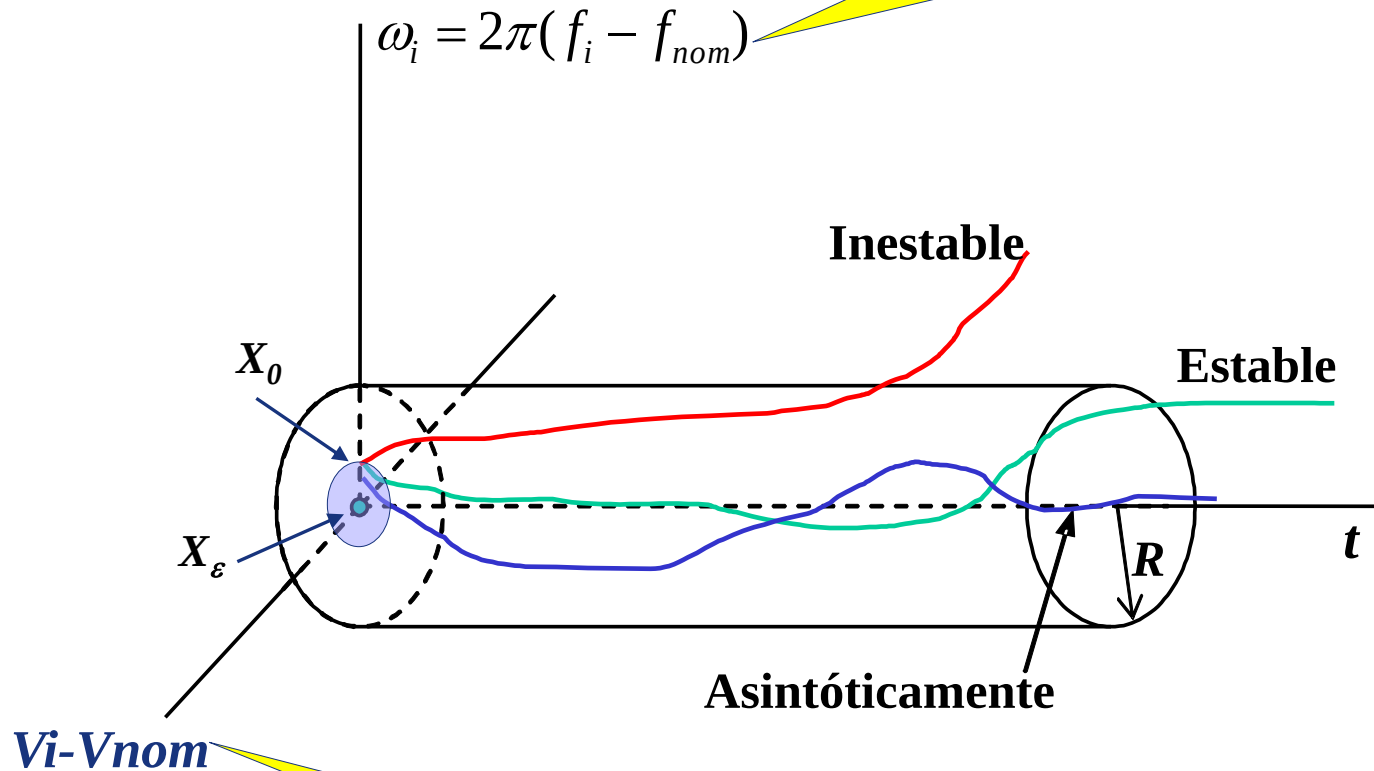


# ESTABILIDAD EN REDES ELECTRICAS





## Estabilidad Angular

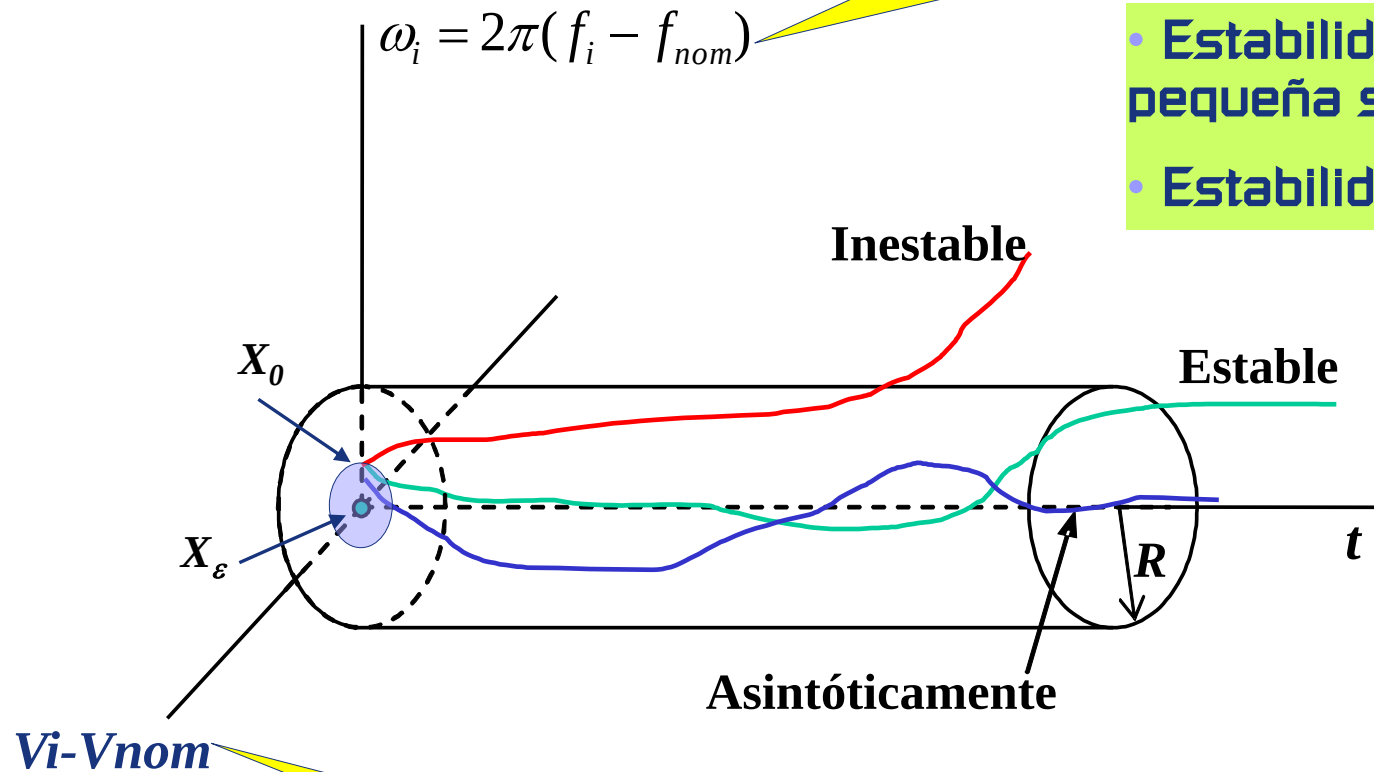


## Estabilidad de tensión



## Estabilidad Angular

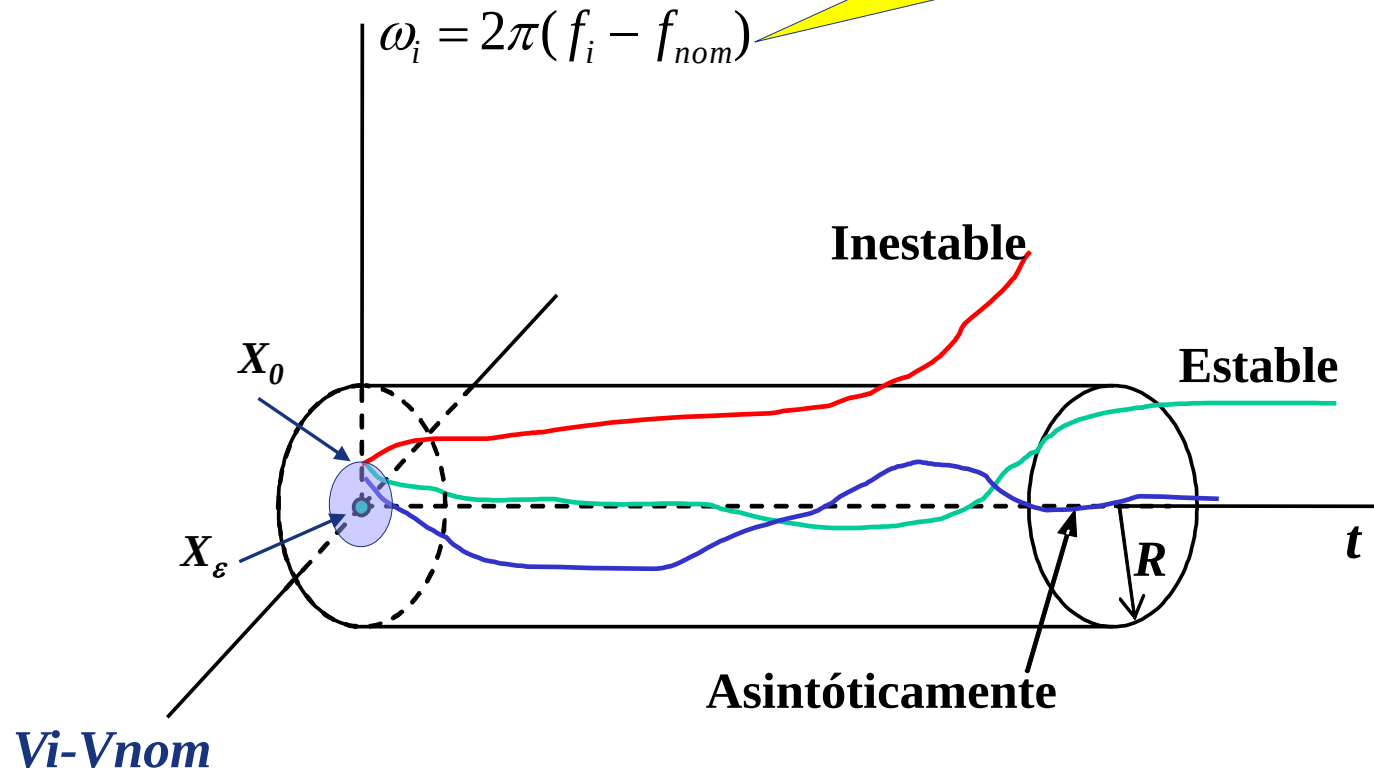
- Estabilidad de pequeña señal
- Estabilidad Transitoria



## Estabilidad de tensión



# Estabilidad Angular

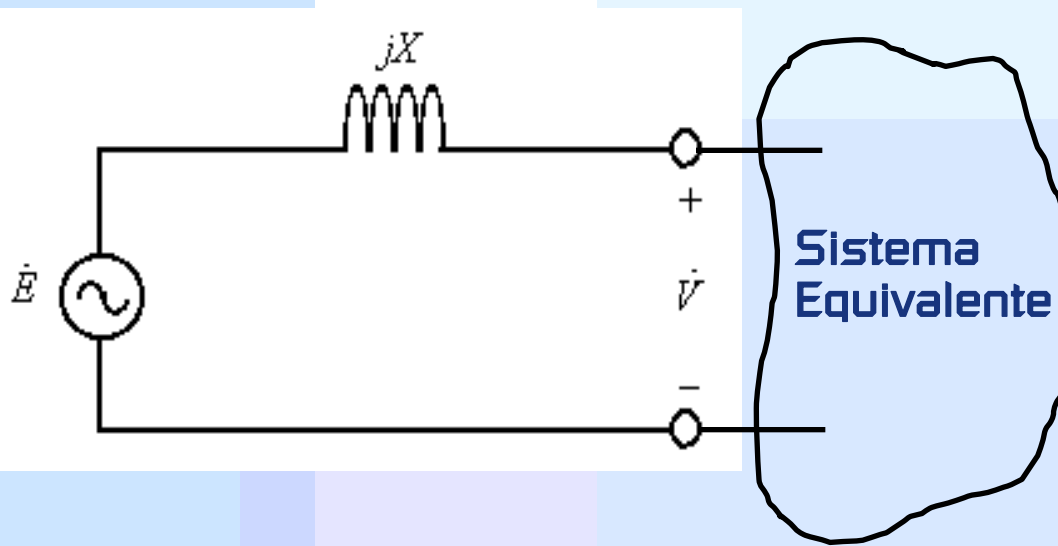


Estabilidad de pequeña señal:

- Perturbaciones pequeñas
- Pueden analizarse mediante teoría de pequeña perturbación



# Estabilidad de pequeña señal



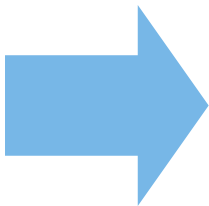
$$M \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - \frac{V_g \cdot V}{X_e} \cdot \sin(\delta)$$

Supondremos:

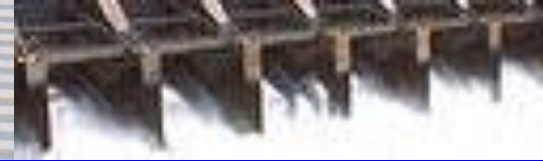
- $V$  constante
- $E$  fem interna de la máquina
- $P_m$  constante

Pequeña perturbación

$$\delta = \delta_0 + \Delta\delta$$



$$M \cdot \frac{d^2(\delta_0 + \Delta\delta)}{dt^2} = P_m - \frac{V_g \cdot V}{X_e} \cdot \sin(\delta_0 + \Delta\delta)$$



# Estabilidad de pequeña señal

$$M \cdot \frac{d^2 \delta_0}{dt^2} + M \cdot \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} = P_m - \frac{V_g \cdot V}{X_e} \cdot (\sin \delta_0 \cdot \cos \Delta \delta + \sin \Delta \delta \cdot \cos \delta_0)$$

$\Delta \delta$  **pequeño**  $\rightarrow \cos \Delta \delta \cong 1, \quad \sin \Delta \delta \cong \Delta \delta$

$$M \frac{d^2 \delta_0}{dt^2} + M \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} = P_m - \frac{V_g V}{X_e} (\sin \delta_0 + \cos \delta_0 \Delta \delta)$$

$$M \cdot \frac{d^2 \delta_0}{dt^2} = 0$$

$$P_m - \frac{V_g \cdot V}{X_e} \cdot \sin(\delta_0) = 0$$

$$M \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + \frac{V_g V}{X_e} \cos \delta_0 \Delta \delta = 0$$





# Estabilidad de pequeña señal

$$M \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + \frac{V_g V}{X_e} \cos \delta_0 \Delta \delta = 0 \quad \Delta \delta^0, \dot{\Delta \delta}^0 \quad \text{CI}$$

**Definiendo**

$$K = \frac{V_g V}{X_e} \cos \delta_0$$

**Coeficiente de sincronización**

$$\omega_0^2 = \frac{K}{M}$$

**Frecuencia de Resonancia**

**Podemos escribir**

$$\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + \omega_0^2 \Delta \delta = 0$$



# Estabilidad de pequeña señal

$$\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + \omega_0^2 \Delta \delta = 0 \quad \Delta \delta^0, \dot{\Delta \delta}^0 \quad \text{CI}$$

Ecuación típica de MAS. Solución estable:

$$\Delta \delta(t) = \Delta \delta_0 \cos \omega_0 t + \frac{\dot{\Delta \delta}_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t$$

Valores típicos de sistemas eléctricos sitúan

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{V_g V \cos \delta_0}{MX_e}}$$

entre 1 y 2 Hz.



# Estabilidad de pequeña señal

Incorporando la amortiguación de los enrollados mediante el término  $K_D$  tenemos

$$M \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + K_D \Delta \dot{\delta} + K_s \Delta \delta = 0 \quad \Delta \delta^0, \Delta \dot{\delta}^0 \quad \text{CI}$$

$K_D$  Coeficiente de amortiguación

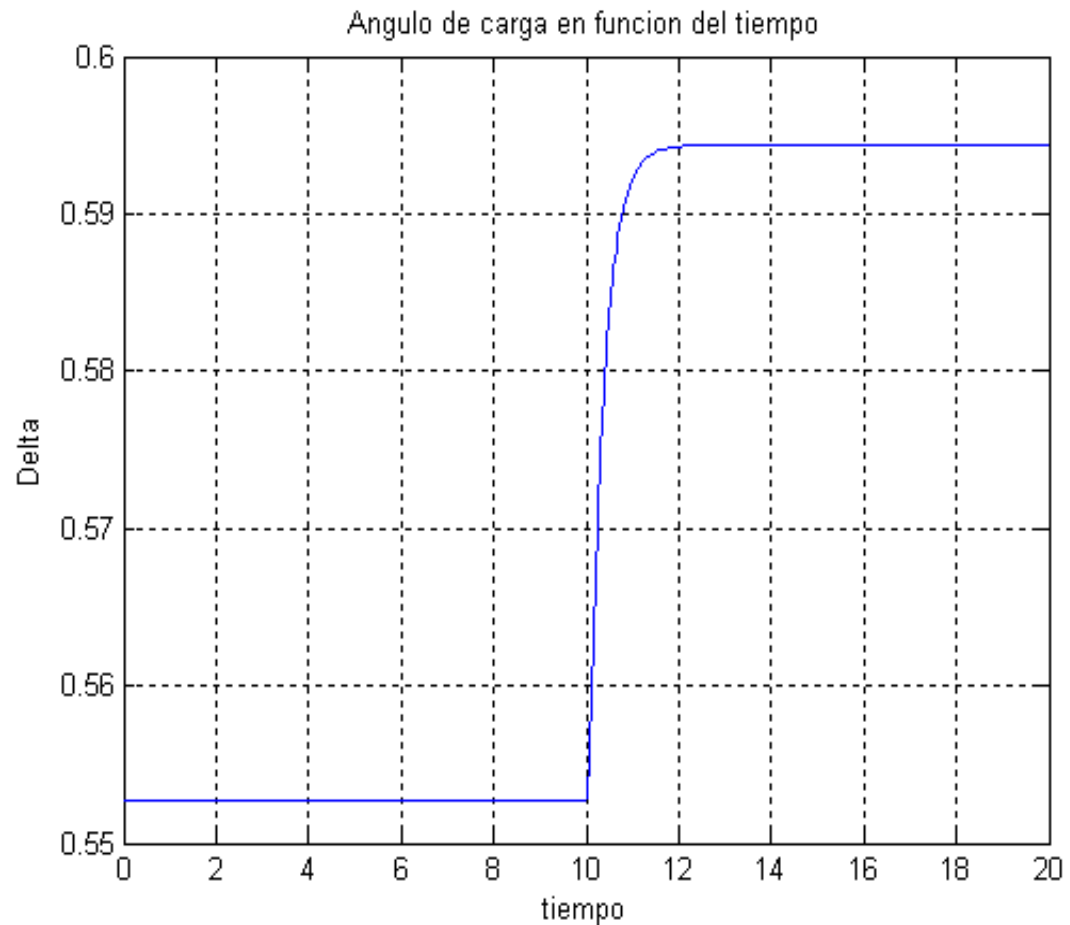
La ecuación característica tiene la forma canónica

$$\frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \Delta \dot{\delta} + \omega_0^2 \Delta \delta = 0$$



# Simulación Estabilidad de pequeña señal

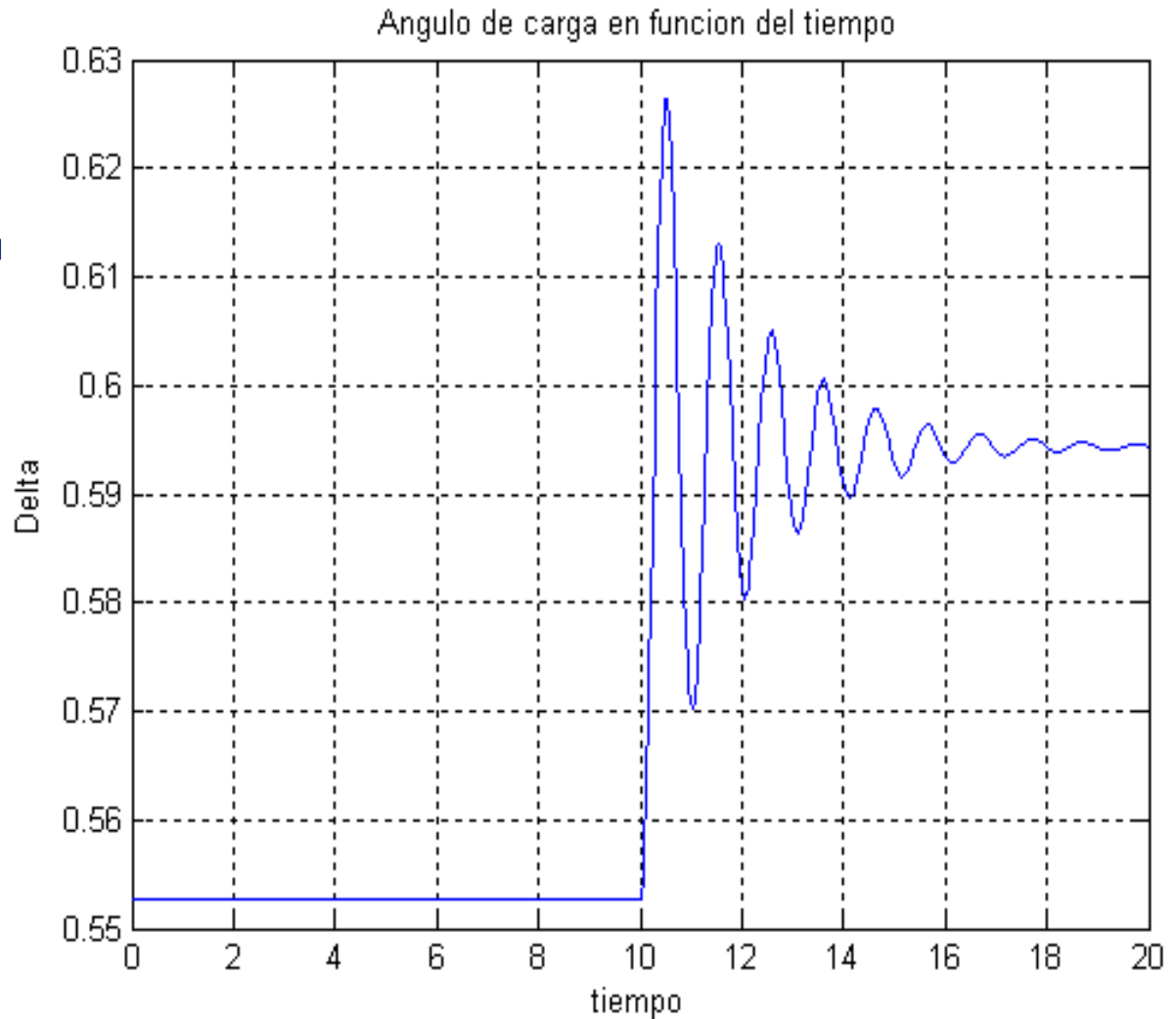
**Solución amortiguada  
Estable**





# Simulación Estabilidad de pequeña señal

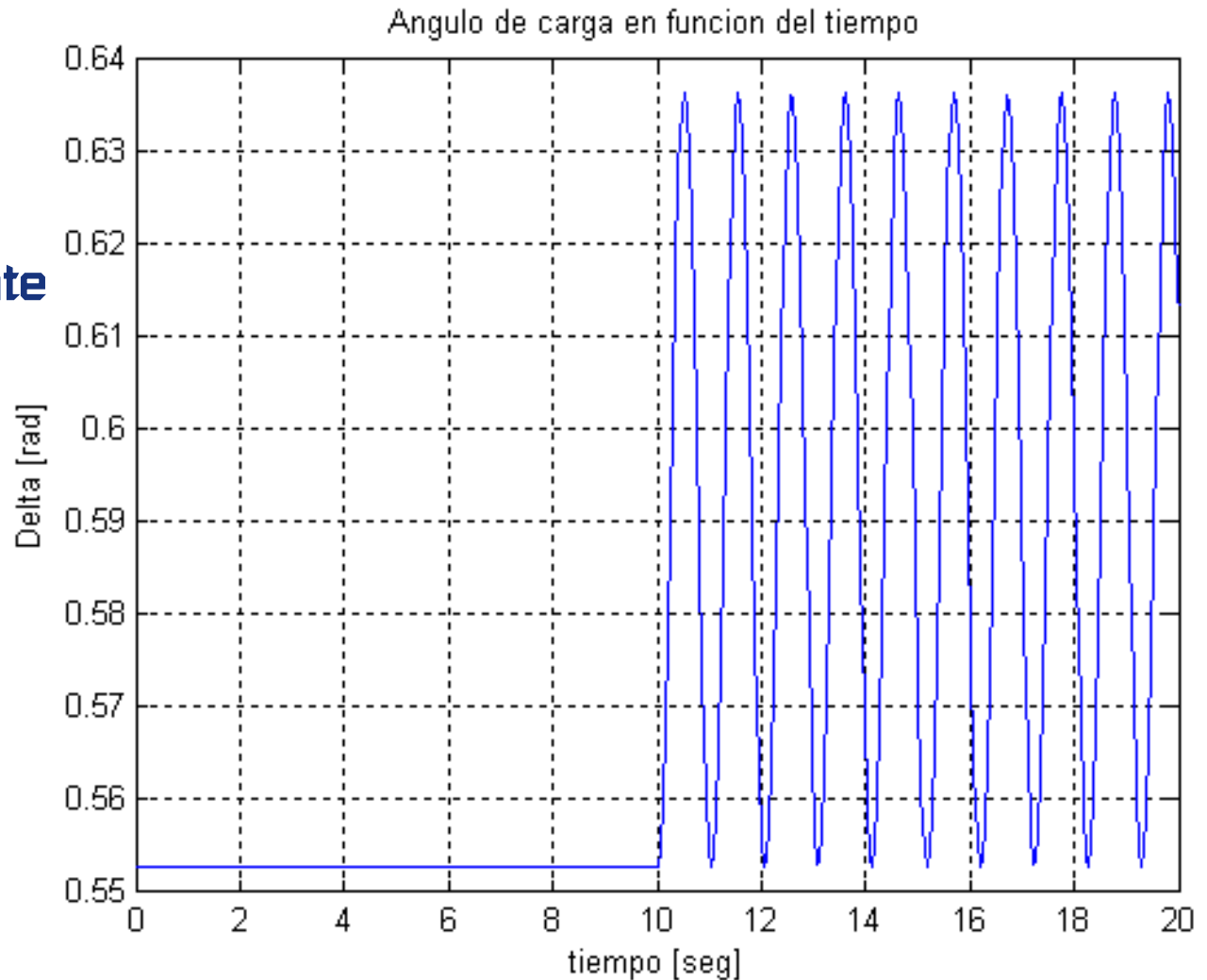
**Solución amortiguada  
Estable**

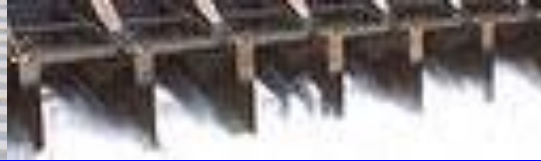




# Simulación Estabilidad de pequeña señal

**Solución Críticamente Estable**





# 1er Método de Lyapunov

## Caso sistemas lineales

$$\dot{x}(t) = Ax(t)$$

$$x(0) = x_0$$

$P(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$  Las raíces pueden ser todas distintas o pueden existir raíces múltiples.

$\forall i, \operatorname{Re}(\lambda_i) < 0 \Rightarrow$  Sistema asintóticamente estable

$\operatorname{Re}(\lambda_i) > 0 \Rightarrow$  Sistema inestable (para a lo menos un  $i$ )

$\operatorname{Re}(\lambda_i) = 0 \Rightarrow$  Sistema estable pero no asintóticamente estable

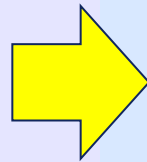


# 1er Método de Lyapunov

$$M \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + K_D \Delta \dot{\delta} + K_s \Delta \delta = 0$$

$$x_1 = \Delta \delta$$

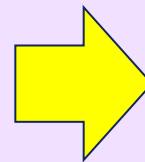
$$x_2 = \Delta \dot{\delta}$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_D/M & -K_s/M \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Debemos calcular los valores propios de A

$$P(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$$



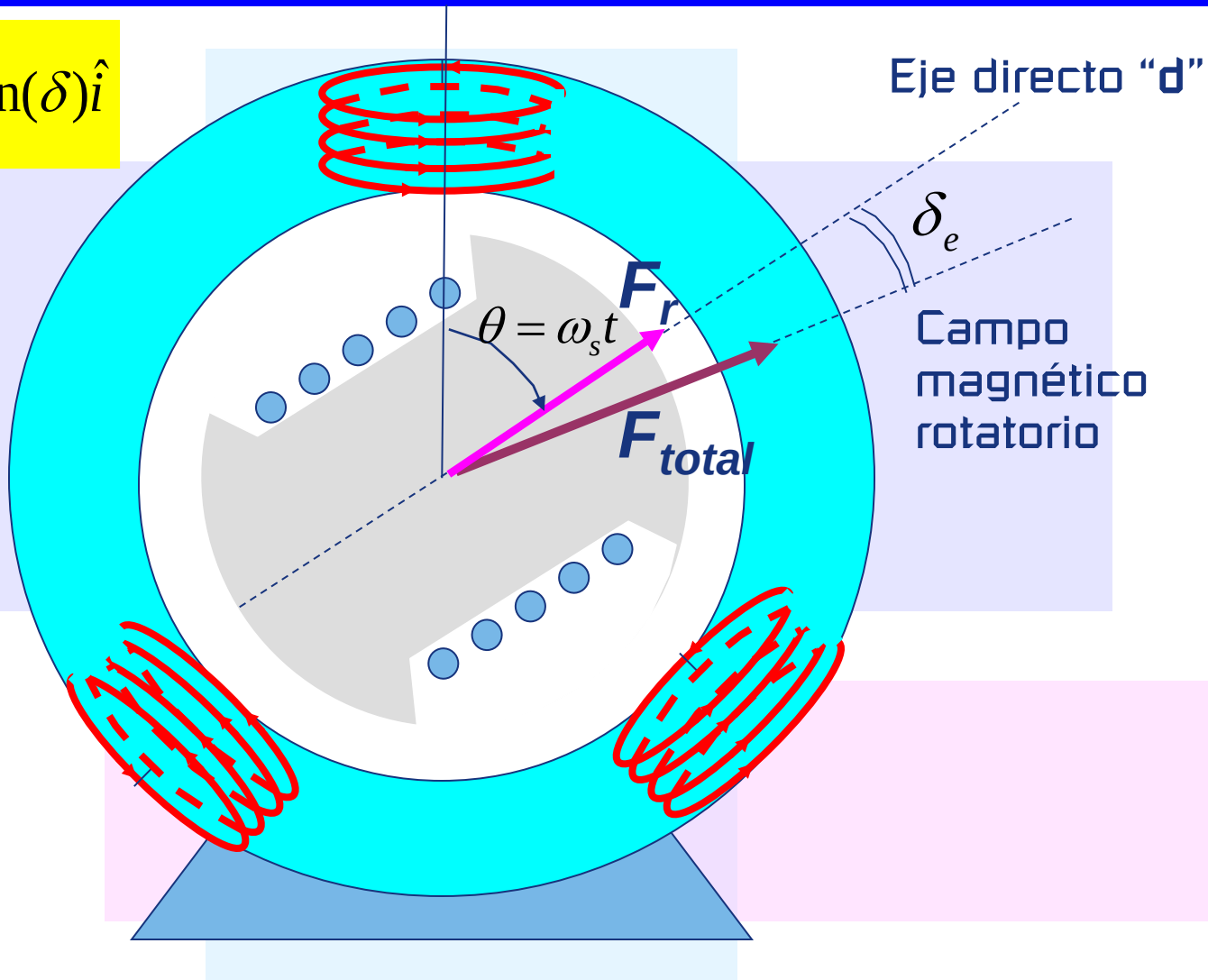
Comprobar que parte real de los valores propios de A son  $< 0$





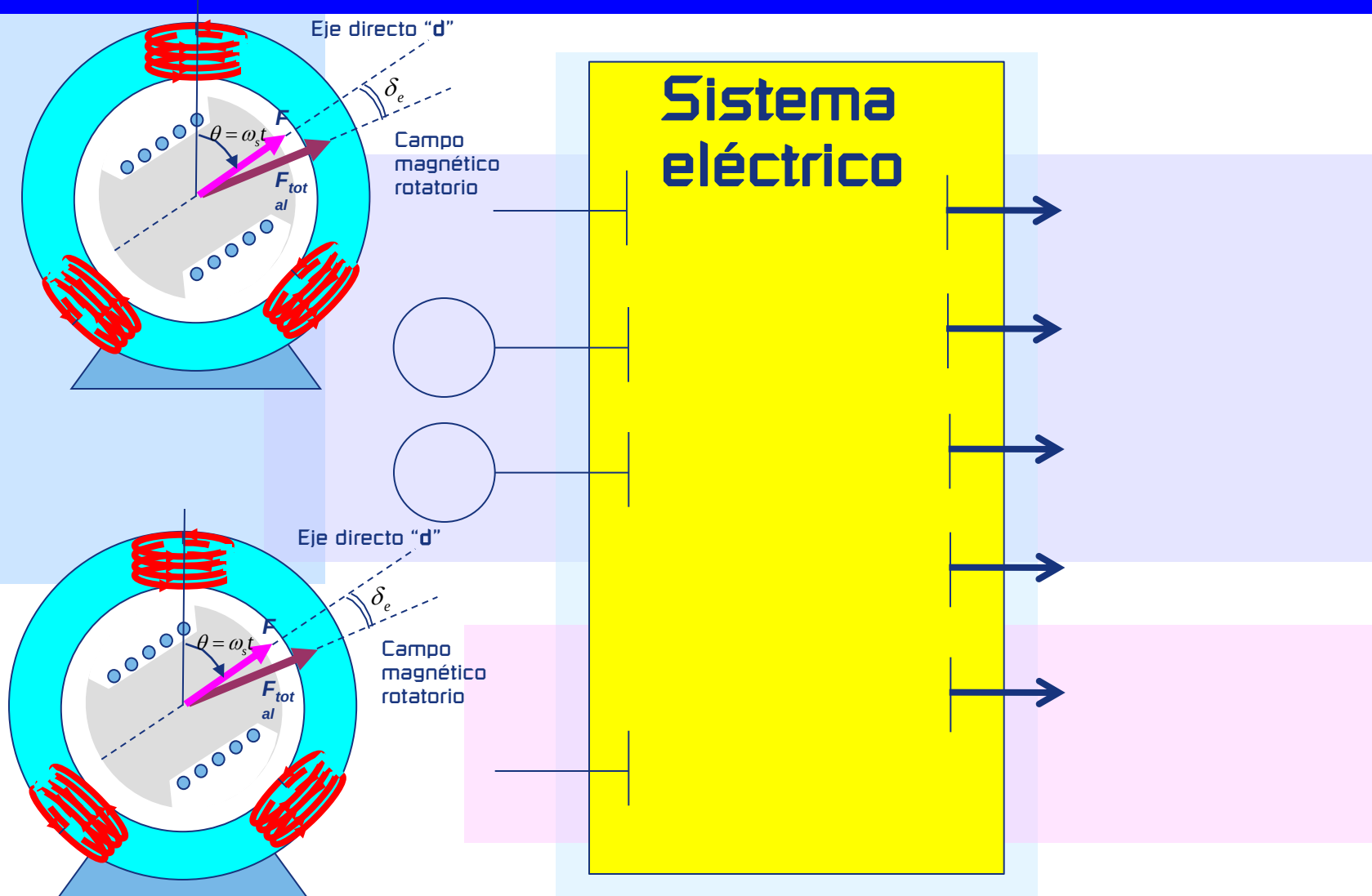
# 1er Método de Lyapunov

$$\therefore \vec{T} = -\frac{3}{2} BSI_m \sin(\delta) \hat{i}$$



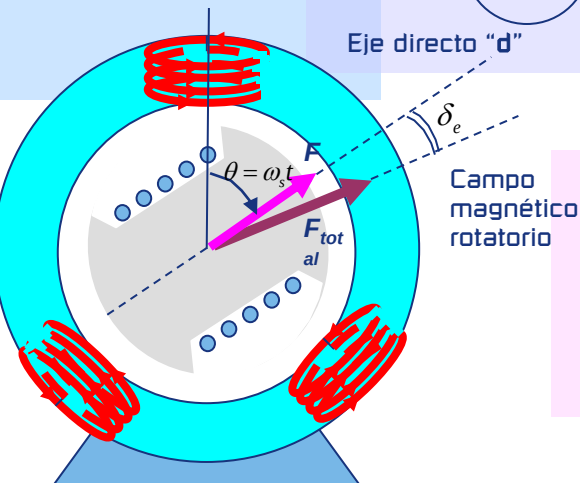
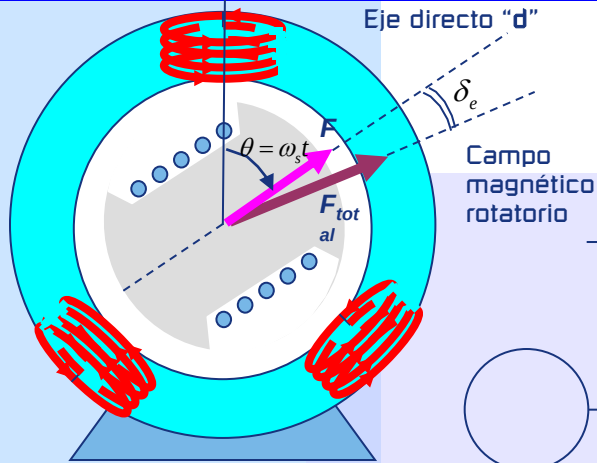


# 1er Método de Lyapunov





# 1er Método de Lyapunov



Sistema  
eléctrico

Barra libre  
Angulo 0

$$\dot{x} = Ax + By$$

$$0 = Cx + Dy$$

$$\dot{x} = [A + BD^{-1}C]x$$

$$\dot{x} = \hat{A}x$$

$$\det[\hat{A} - \lambda I] = 0$$

$$\text{Re } \lambda_i < 0?$$