

EM 737

INTRODUCCION A LA ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS DE POTENCIA

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile



INDICE

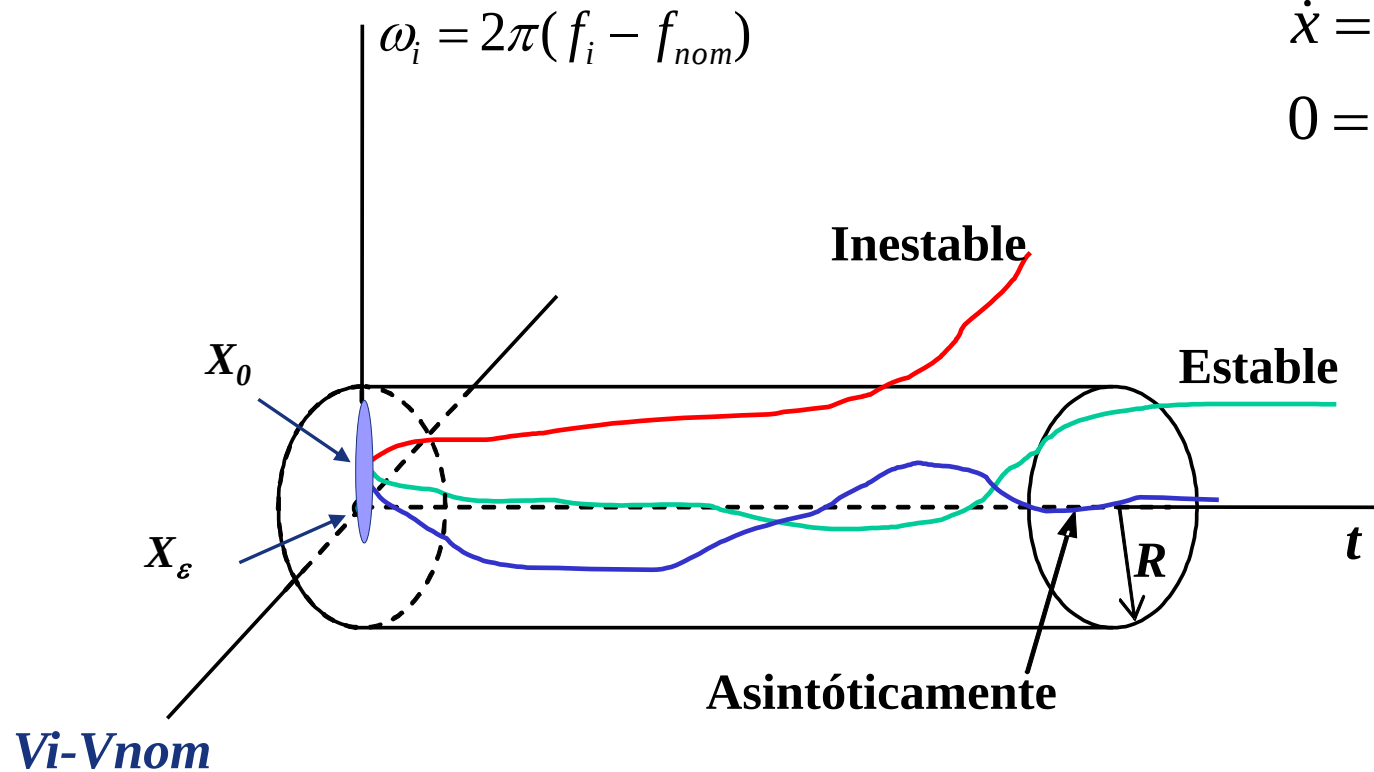
- Introducción
- Estabilidad Transitoria
- La función de Lyapunov
- Integración Directa



Introducción

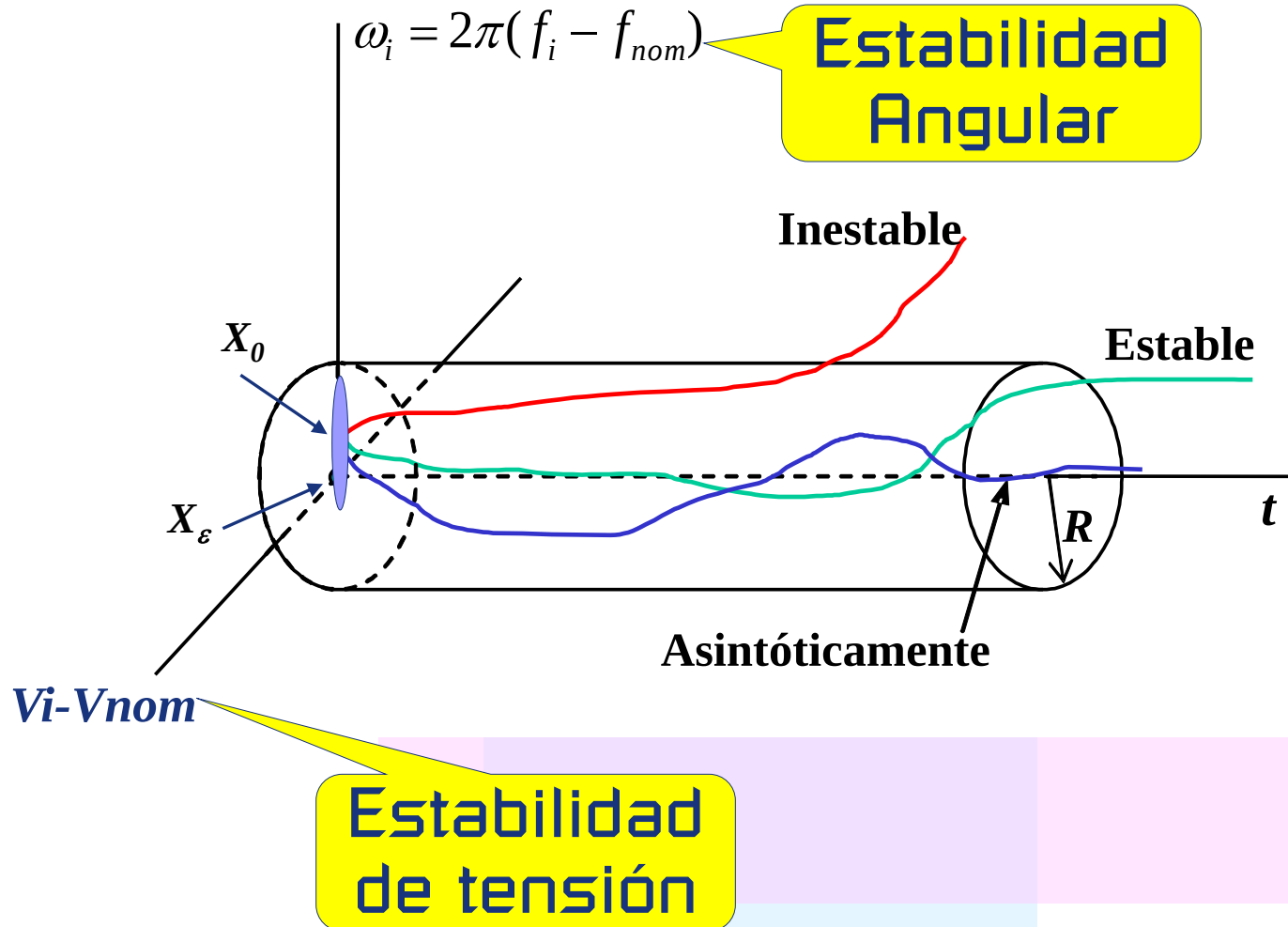
$$\dot{x} = f(x, y, p)$$

$$0 = g(x, y, p)$$





Introducción



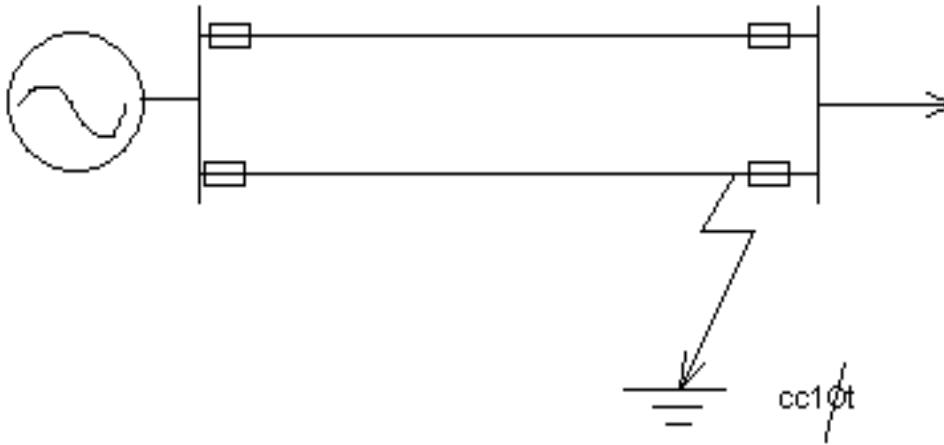


Estabilidad Angular

- Estabilidad Transitoria: Respuesta a Grandes perturbaciones en un horizonte de tiempo muy breve (pocos segundos)
 - Integración directa
 - Método de Lyapunov
- Estabilidad de pequeña señal. Respuesta a pequeñas perturbaciones en un horizonte de tiempo mayor (desde pocos segundos a minutos)
 - Análisis de pequeña señal.



Estabilidad Transitoria

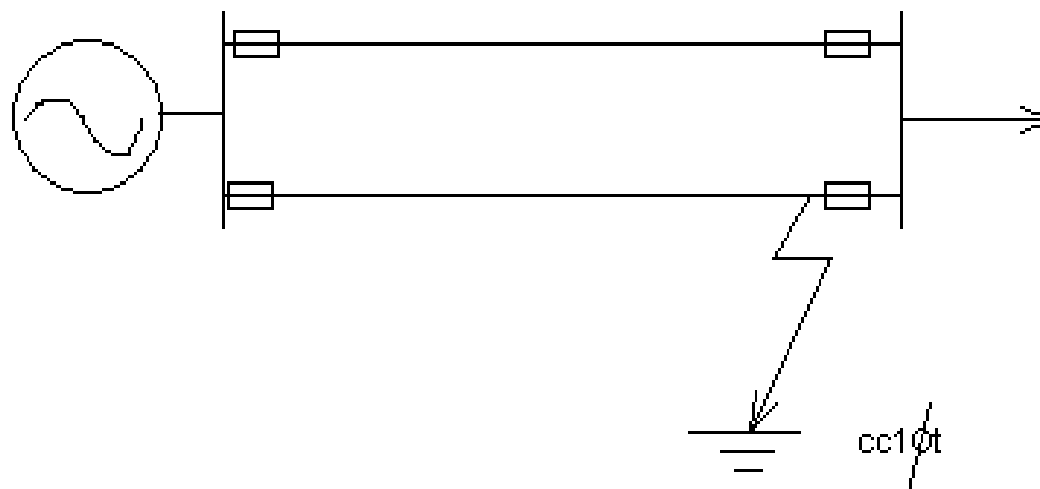


- Entre 1–2 s se puede establecer si el sistema es estable
- Perturbación típica:
 - Corto Circuito
 - Rechazo de grandes bloques de carga
 - Salida imprevista de generadores

□ Fase abiertas



Estabilidad Transitoria



1-3 segundos

No se puede controlar el sistema, sin embargo se puede usar el tiempo crítico (T_{cr}) de despeje de la falla para atenuar su efecto

T_{cr} es el tiempo máximo que el sistema puede soportar una falla sin perder el sincronismo.

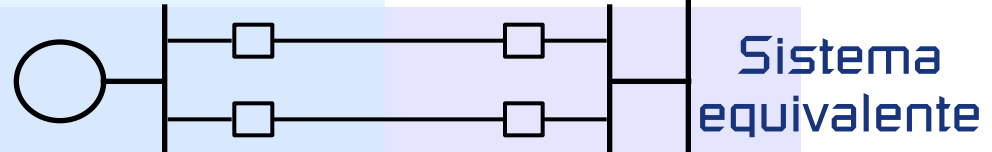
Con T_{cr} se especifican las protecciones.



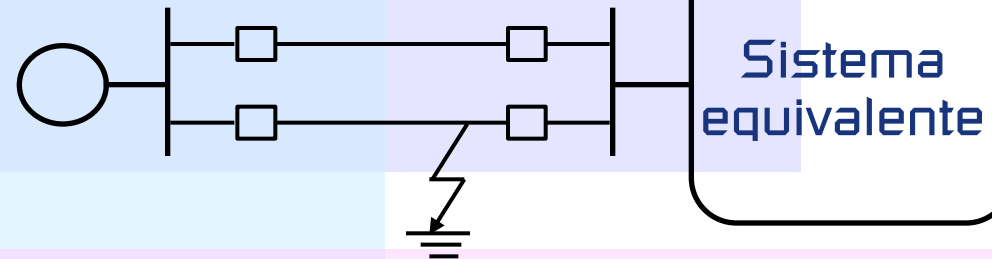
Estabilidad Transitoria

Existen tres ventanas de cálculo:

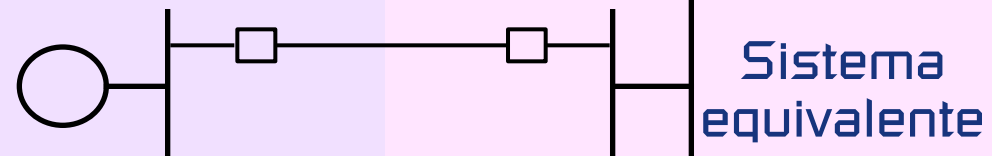
- Prefalla $\dot{x} = f_1(x, y, p)$
 $0 = g_1(x, y, p)$



- Falla $\dot{x} = f_2(x, y, p)$
 $0 = g_2(x, y, p)$



- Post Falla $\dot{x} = f_3(x, y, p)$
 $0 = g_3(x, y, p)$





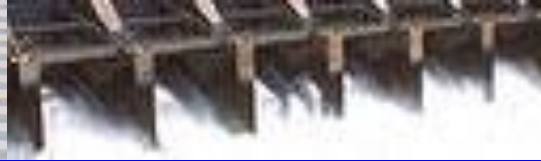
2do Método de Lyapunov - La Función de Lyapunov

Una función escalar $V(x)$ continua y con derivadas de primer orden continuas, es definida positiva (o negativa) en un entorno $N(0)$ si se cumple que:

1. $V(0) = 0$
2. $V(x) > 0$ (< 0) $\forall x \in N(0), x \neq 0$

Una función escalar $V(x)$ continua y con derivadas de primer orden continuas, es semi definida positiva (o negativa) en un entorno $N(0)$ si se cumple que:

1. $V(0) = 0$
2. $V(x) \geq 0$ (≤ 0) $\forall x \in N(0), x \neq 0$



2do Método de Lyapunov

Si al considerar un entorno $N(0)$ del origen $x = 0$ existe una función escalar real $V(x)$ continua y con primeras derivadas parciales continuas tal que en $N(0)$

- V *es definida positiva*
- $\dot{V}$ *es definida negativa*

Entonces la solución de la ecuación $\dot{x} = f(x)$ *es asintóticamente estable.*

Si al considerar un entorno $N(0)$ del origen $x = 0$ existe una función escalar real $V(x)$ continua y con primeras derivadas parciales continuas tal que en $N(0)$

- V *es definida positiva*
- $\dot{V}$ *es semidefinida negativa*

Entonces la solución de la ecuación $\dot{x} = f(x)$ *es estable.*



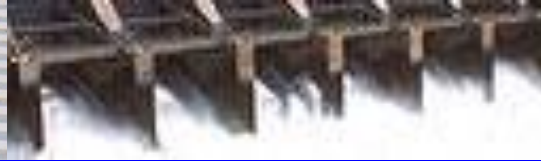
2do Método de Lyapunov

Si x es el conjunto de variables de estado del sistema, entonces la derivada temporal de $V(x)$ se puede escribir como el producto interno entre la derivada del estado y el gradiente de V :

$$\frac{dV(x)}{dt} = \dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \langle \dot{x}, V(x) \rangle$$

Pero $\dot{x} = f(x)$ luego

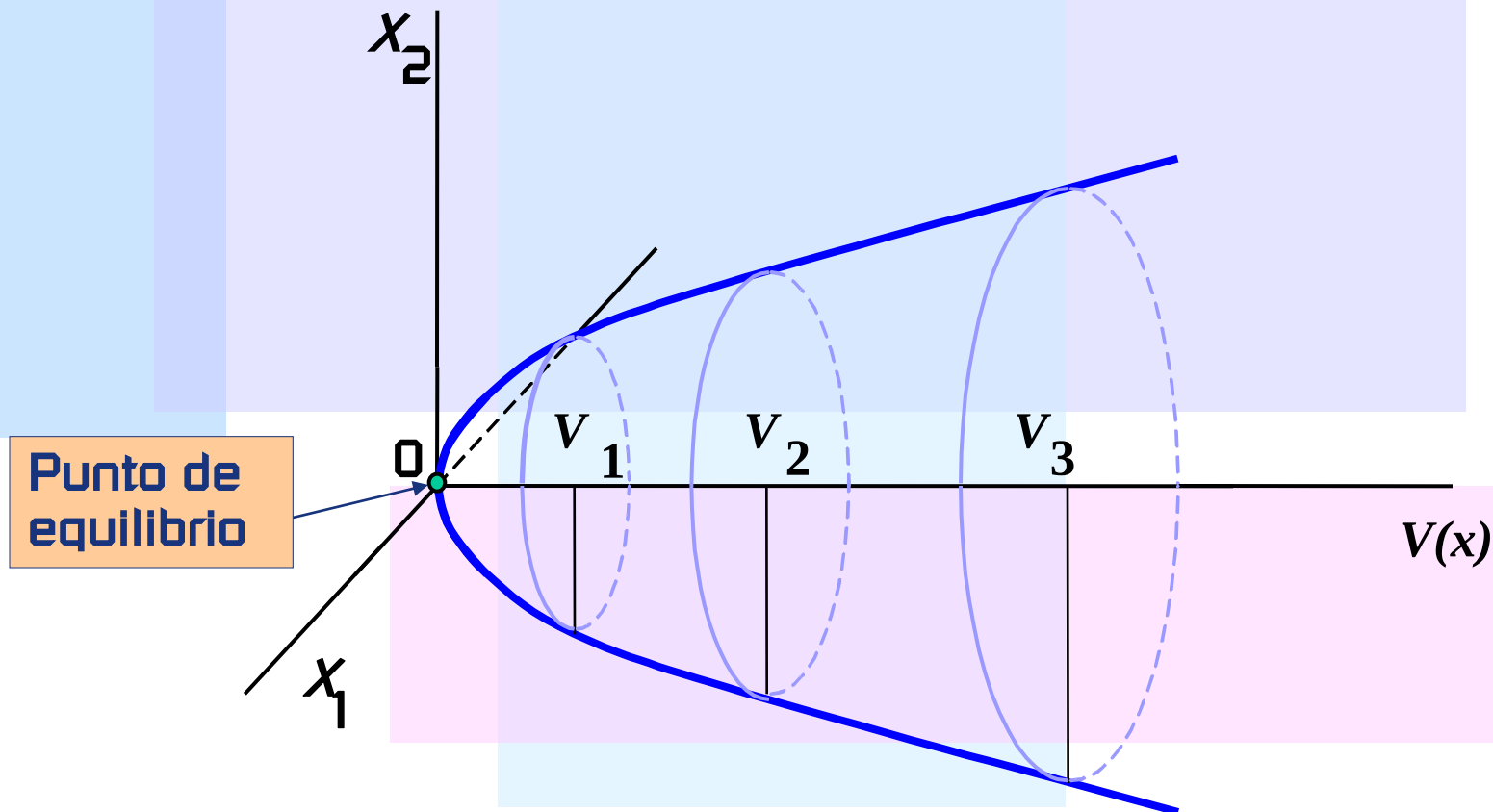
$$\frac{dV(x)}{dt} = \langle f(x), V(x) \rangle$$



2do Método de Lyapunov

Consideremos que el sistema $\dot{x} = f(x)$ cumple $0 = f(x=0)$

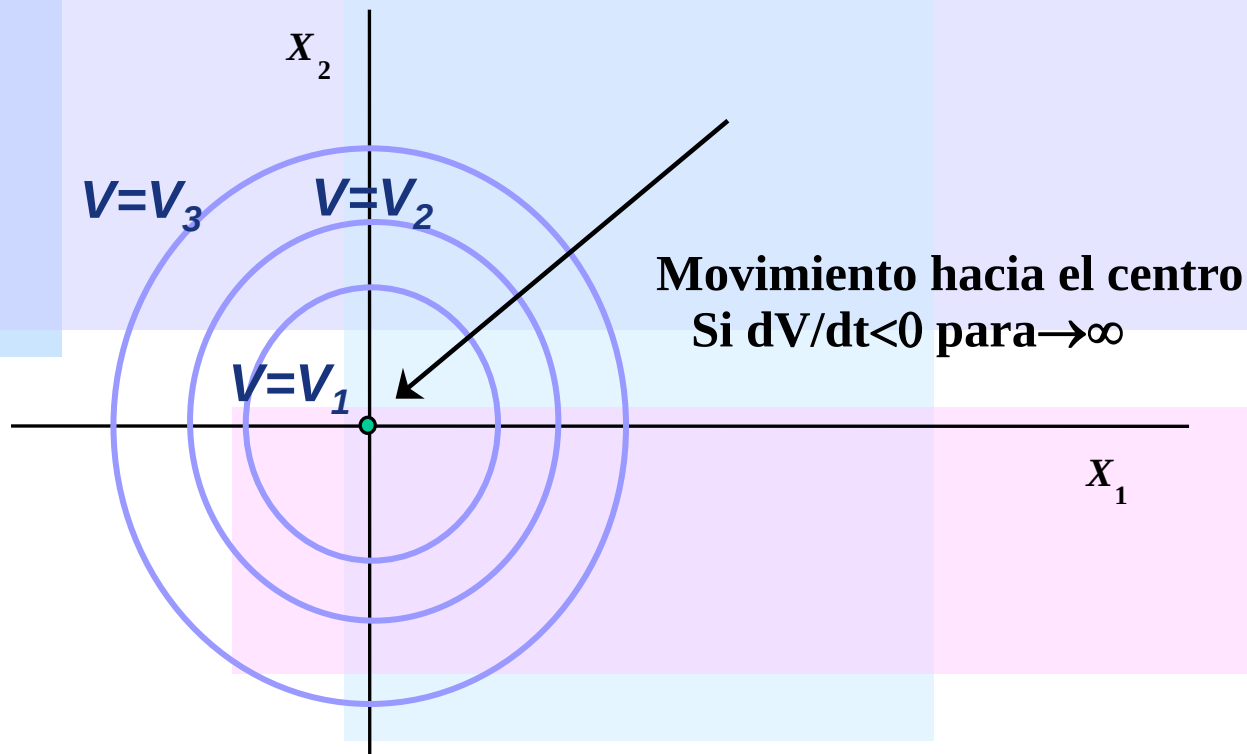
y que existe una Función de Lyapunov de la forma





2do Método de Lyapunov

Si la derivada temporal de V es negativa, ello significa que, a medida que avanza el tiempo, V debe decrecer en valor. Pero, dada la forma que tiene V , este movimiento de decrecimiento sólo puede darse cuando se cambia de un círculo mayor a otro menor. Por lo tanto, cuando el tiempo t tiende a infinito, el estado x tiende al origen.





Ejemplo

Consideremos un oscilador armónico descrito por $\ddot{x} = -kx$

Suponiendo $k=1$ podemos asignar las variables de estado $x_1 = x$ y $x_2 = \dot{x}$. Con esto podemos definir el sistema

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_1$$

El punto de equilibrio (único) de este sistema es el origen

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_1 = 0 \\ \dot{x}_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x_1 = x_2 = 0$$



Ejemplo

Consideremos la función de Lyapunov (dada por alguien...)

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2$$

1. Es $V(X)$ definida positiva?



Ejemplo

Consideremos la función de Lyapunov (dada por alguien...)

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2$$

1. Es $V(X)$ definida positiva?

$$V(x=0) = 0^2 + 0^2 = 0 \quad \checkmark$$



Ejemplo

Consideremos la función de Lyapunov (dada por alguien...)

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2$$

1. Es $V(x)$ definida positiva?

$$V(x=0) = 0^2 + 0^2 = 0 \quad \checkmark$$

$$V(x) > 0 \quad \forall (x_1, x_2) \neq (0,0) \quad \checkmark$$



Ejemplo

2. Es $\dot{V}(x)$ *semi* definida negativa?

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2 \Rightarrow \dot{V}(x) = 2x_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + 2x_2 \frac{\partial x_2}{\partial t}$$

$$\dot{V}(x) = 2x_1 \dot{x}_1 + 2x_2 \dot{x}_2$$

$$\dot{V}(x) = 2x_1 x_2 + 2x_2 (-x_1)$$

$$\therefore \dot{V}(x) = 0 \quad \forall (x_1, x_2)$$

$$\dot{V}(x=0) = 0$$



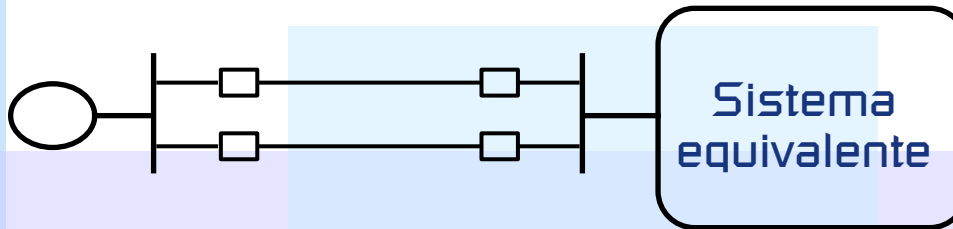
$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall (x_1, x_2) \neq (0,0)$$



Sistema es estable
en el origen



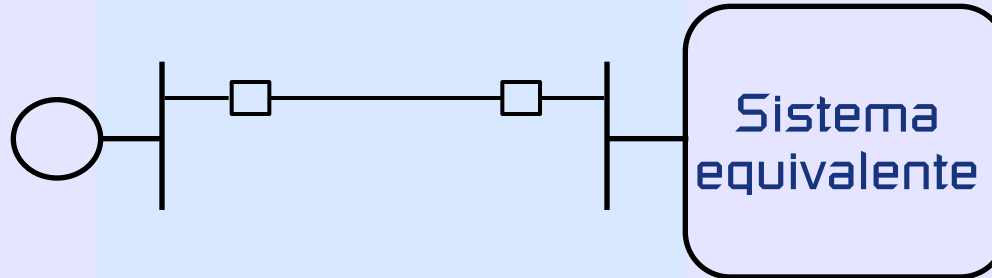
Funciones de Lyapunov en Sistemas Eléctricos



La función de Lyapunov se evalúa en la situación post-falla

$$\dot{x} = f_3(x, y, p)$$

$$0 = g_3(x, y, p)$$

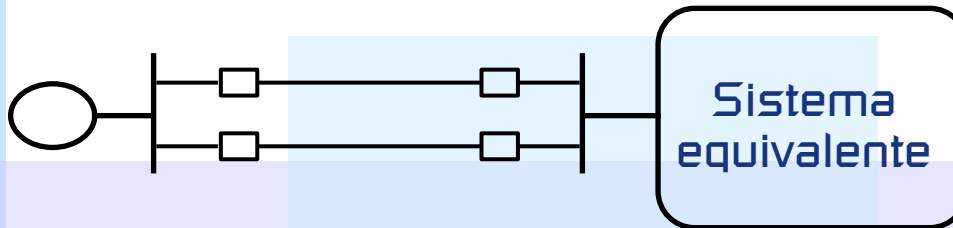


Supuestos:

- Existe una región de estabilidad post-falla
- Podemos calcular el punto de equilibrio post-falla



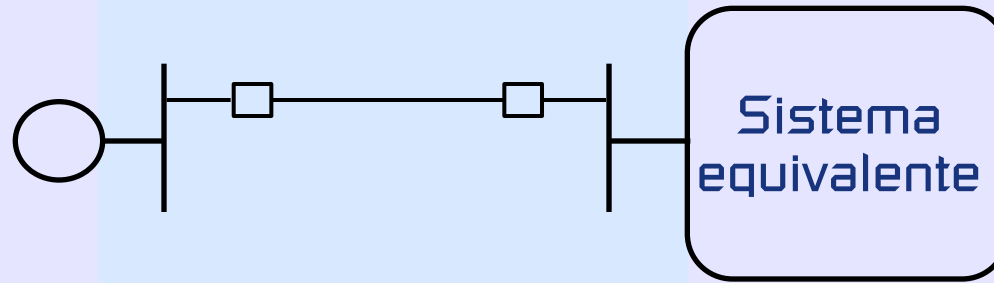
Funciones de Lyapunov en Sistemas Eléctricos



La función de Lyapunov se evalúa en la situación post-falla

$$\dot{x} = f_3(x, y, p)$$

$$0 = g_3(x, y, p)$$

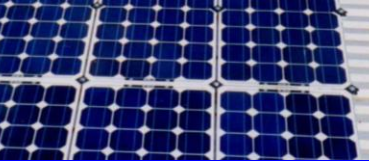


Ecuación de oscilación

$$M \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + D \frac{\partial \delta}{\partial t} = P_M - P_e$$

Potencia eléctrica $P_e = \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin \delta$ (suponemos que no hay resistencias)

Potencia mecánica constante P_M



Funciones de Lyapunov en Sistemas Eléctricos

Punto de equilibrio: $P_M - P_e = 0$

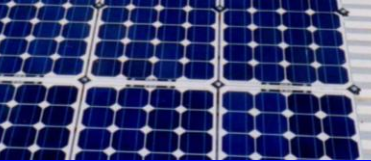
$$P_M - \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin \delta = 0 \Rightarrow \delta^e = \sin^{-1} \frac{P_M}{\frac{V_g V}{X_{eq}}}$$

Notar que también es un punto de equilibrio el ángulo

$$\delta^u = \pi - \delta^e = \pi - \sin^{-1} \frac{P_M}{\frac{V_g V}{X_{eq}}}$$

Pero es un punto de equilibrio inestable (hacer análisis de pequeña perturbación!). Por ello centraremos el análisis en torno a δ^e .

Notar que en el equilibrio se cumple $P_M - P_e = 0 \Rightarrow P_M = \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin \delta^e$



Funciones de Lyapunov en Sistemas Eléctricos

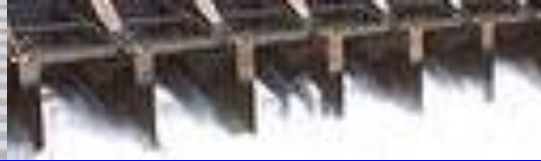
Llevemos el punto de equilibrio al origen mediante el cambio de variable $x = \delta - \delta^e$

La ecuación de oscilación queda $M \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + D \frac{\partial x}{\partial t} = P_M - \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin(x + \delta^e)$

$$\Rightarrow M \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + D \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin(\delta^e) - \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin(x + \delta^e)$$

Definiendo $x_1 = x = \delta - \delta^e$, $x_2 = \dot{x} = \dot{\delta} = \omega$ podemos escribir

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -f(x_1)/M - x_2 D/M \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad f(x_1) = - \left(\frac{V_g V}{X_{eq}} \sin(x + \delta^e) - \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin(\delta^e) \right)$$



Funciones de Lyapunov en Sistemas Eléctricos

Veamos el caso sin amortiguación, i.e., $D=0$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -f(x_1)/M \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad f(x_1) = -\left(\frac{V_g V}{X_{eq}} \sin(x_1 + \delta^e) - \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin(\delta^e) \right)$$

Consideremos la función de Lyapunov

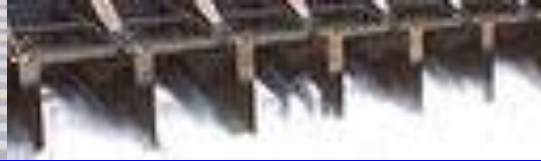
$$V(\delta, \omega) = \frac{1}{2} M \omega^2 - P_e (\cos \delta - \cos \delta^e) - P(\delta - \delta^e) \quad \text{con} \quad P = \frac{V_g V}{X_{eq}} \sin(\delta)$$

Tarea 2. Mostrar que la aplicación de esta función conduce al criterio de estabilidad de áreas iguales



2do Método de Lyapunov

- El método directo de Lyapunov permite estudiar la estabilidad de un sistema a partir de las ecuaciones que lo caracterizan, sin necesidad de resolver tales ecuaciones.
- Si es posible encontrar una función de Lyapunov para una cierta región del espacio que encierra al punto de equilibrio, entonces el método permite establecer condiciones suficientes para la estabilidad de un sistema.
- Si no se puede encontrar dicha función, no se puede decir nada con respecto a la estabilidad del sistema.



2do Método de Lyapunov

- Una vez encontrada una función de Lyapunov (lo que no siempre es fácil), es necesario acotar su dominio o región de estabilidad (espacio en que satisface las condiciones para V y dV/dt), lo que también puede ser difícil.
- Sirve para mostrar que un sistema es estable, pero no sirve para mostrar que un sistema es inestable



Integración directa

Algoritmo Clásico

- Representar las cargas como admitancias:

$$Y_k = \frac{(PLK - JQ_{2k})}{|V_{LK}|^2}$$

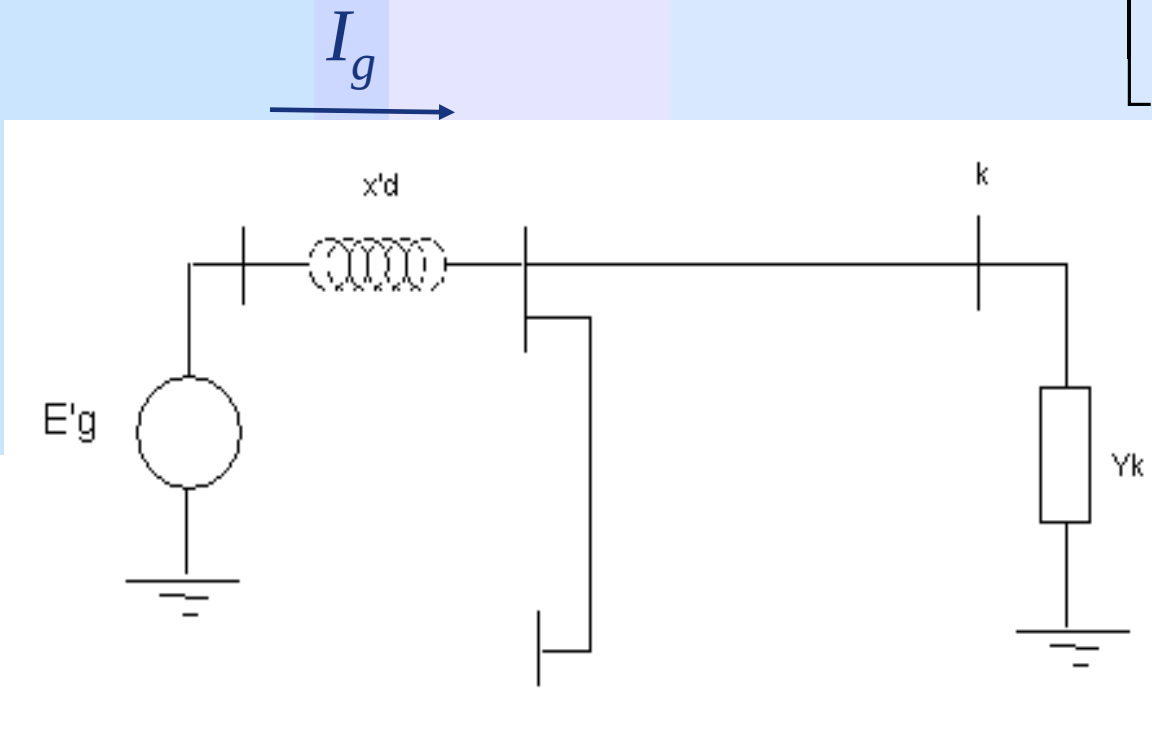
- Calcular la tensión tras la reactancia en condiciones prefalla:

$$|E'| = \left| \left(R + jX'_d \right) \left(\frac{S_8}{V_3} \right)^* + \dot{V} \right|$$



Integración directa

- Incorporar cargas y reactancias transitorios a la matriz de admitancia



$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GB} \\ Y_{BG} & Y_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_g \\ V \end{bmatrix}$$

$$I_g = \left[Y_{GG} - Y_{GB} Y_{BB}^{-1} Y_{BG} \right] E_g$$



Integración directa

- Calcular potencia eléctrica

$$P_{e_i} = \text{Re}\{E_{g_i}, I_{g_i}^*\}$$

- Evaluar $\delta(t+\Delta t)$, $\omega(t+\Delta t)$,

$$M\dot{\omega}_i = P_{m_i} - P_{e_i}$$

$$p\dot{\delta}_i = \omega_i - \omega_s$$

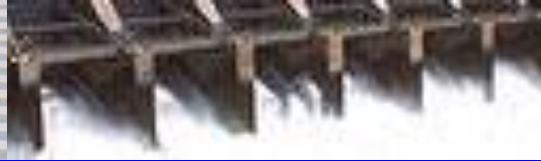


Integración directa

Método de Euler

$$\delta_i(t + \Delta t) = \delta_i(t) + \left(\frac{\frac{d\delta_i}{dt} \Big|_t + \frac{d\delta_i}{dt} \Big|_{t+\Delta t}}{2} \right) \Delta t$$

$$\omega_i(t + \Delta t) = \omega_i(t) + \left(\frac{\frac{d\omega_i}{dt} \Big|_t + \frac{d\omega_i}{dt} \Big|_{t+\Delta t}}{2} \right) \Delta t$$



Integración directa

Se itera hasta cumplir 5-10 segundos

