

P11

a) Supuesto: las esquinas polares del estator están muy cercanas
Se tiene

i) Inductancia propia del rotor: L_r

Debido al efecto de los entrehierros $L_r = L_m$ $\theta = 0, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$

$$L_r(\theta) = \frac{L_m + L_{\min}}{2} + \left(\frac{L_m - L_{\min}}{2} \right) \cos(4\theta) \quad L_m \quad \theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$$

ii) Inductancia mutua rotor - b: L_{rb}

Para $\theta = 0^\circ$, $L_{rb} = -L_{\max}$ (el sentido de los flujos es opuesto). Para $\theta = 90^\circ, 270^\circ$ $L_{rb} = 0$ (flujos ortogonales).
Para $\theta = 180^\circ$, flujos en el mismo sentido $\Rightarrow L_{rb} = L_{\max}$.
así, $L_{rb} = -L_{\max} \cos \theta$

iii) Inductancia mutua rotor - a: L_{ra}

Por simetría, y considerando que para $\theta = 90^\circ$ rotor y fase a tienen flujos en el mismo sentido, $L_{ra} = L_{\max}$.
De este modo, $L_{ra} = L_{\max} \sin \theta$

iv) Inductancias mutuas a-b:

Las bobinas para ningún ángulo se inducen voltaje pues el flujo enlazado por cada una proveniente de la otra es nulo.

v) Inductancias propias a-b:

Debido a la simetría del rotor, las inductancias se mantienen constantes y de igual valor. Dicho valor corresponde a $L_a = L_b = \frac{N_c^2}{R}$ con $R = \frac{2g}{\mu_0 A}$ $\rightarrow$ largo del entrehierro
 $\mu_0 A \rightarrow$ área de la cara polar.

$$L_a = L_b = \frac{N_c^2 \mu_0 A}{2g}$$

$$\text{Además, } L_{\max} = \frac{N_c N_r \mu_0 A}{2g}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad \tau &= \frac{1}{2} \frac{d}{d\theta} ([i]^\top [\bar{L}] [i]) \\
 &= \frac{1}{2} \left(i_a^2 \frac{\partial L_{aa}}{\partial \theta} + i_b^2 \frac{\partial L_{bb}}{\partial \theta} + 2i_a i_b \frac{\partial L_{ab}}{\partial \theta} + i_r^2 \frac{\partial L_{rr}}{\partial \theta} + 2i_a i_r \frac{\partial L_{ar}}{\partial \theta} \right. \\
 &\quad \left. + 2i_b i_r \frac{\partial L_{br}}{\partial \theta} \right) \\
 &= i_r \left(i_a \cdot L_{max} \cos \theta + i_b \cdot L_{max} \sin \theta \right) - 2 i_r^2 \left(\frac{L_m - L_m}{2} \right) \sin(4\theta) \\
 &= i_r \sqrt{2} I L_{max} (\sin \omega t \cos \theta + \sin(\omega t - 90^\circ) \sin \theta) - i_r^2 (L_m - L_m) \sin(4\theta) \\
 &\text{Pero } \sin(\omega t - 90^\circ) = -\cos(\omega t)
 \end{aligned}$$

$$\tau(t, \theta) = i_r \sqrt{2} I L_{max} \sin(\omega t - \theta)$$

Si la frecuencia sincrónica es $\omega \rightarrow \omega_s$ y la frecuencia de giro es en general ω_m (lo que implica $\theta(t) = \omega_m t - \delta$)

$$\tau(t) = \sqrt{2} I i_r L_{max} \sin[(\omega_s - \omega_m)t + \delta]$$

c) Para una posición fija del motor (rotor bloqueado) se tiene: $\tau(t, \theta) = \sqrt{2} I i_r L_{max} \sin(\omega_s t - \theta)$

Como la media de una fun. trigonométrica es nula, el torque medio es, entonces, nulo.

d) Para que el motor gire en régimen permanente, su torque medio debe ser no nulo. Según se aprecia, esto ocurre en el caso en que $\omega_s - \omega_m$, pues $\tau(t) = \sqrt{2} I i_r L_{max} \sin \delta$ y resulta constante para δ fijo. De este modo,

$$\overline{\tau(t)} = \sqrt{2} I i_r L_{max} \sin(\delta)$$