

Control No. 3 - Solución

EL42A - Circuitos Electrónicos

Problema 1

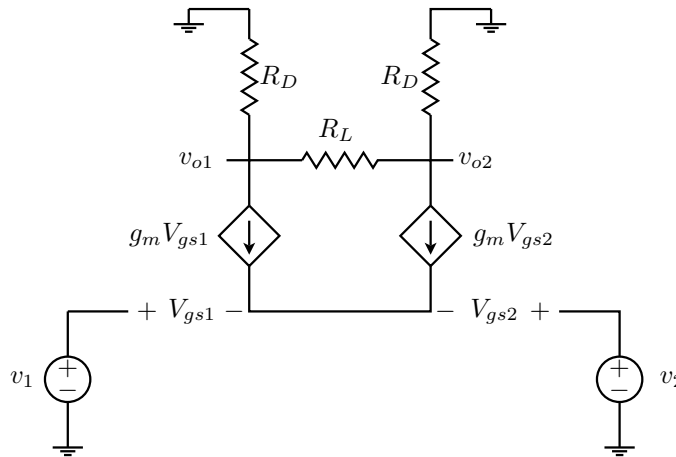
Determine expresiones para la ganancia diferencial individual A_{d1} , A_{d2} y la ganancia diferencial total A_d en el amplificador diferencial MOS de la figura. Asuma que los transistores han sido apropiadamente ajustados, que $\lambda = 0$ y que la fuente de corriente es ideal.

$$A_{d1} = \frac{v_{O1}}{v_1 - v_2}, A_{d2} = \frac{v_{O2}}{v_1 - v_2}, \text{ y } A_d = \frac{v_{O2} - v_{O1}}{v_1 - v_2}$$

Obs: No es necesario determinar el punto de operación en este problema. Por lo tanto, puede asumir conocidos los parámetros de señal pequeña.

Solución

Utilizaremos el modelo híbrido π para cada transistor. Luego, el circuito de señal pequeña es el siguiente



Podemos escribir las siguientes relaciones LVK

$$v_1 = V_{gs1} - V_{gs2} + v_2 \\ \Rightarrow v_1 - v_2 = V_{gs1} - V_{gs2}$$

LCK (S)

$$g_m V_{gs1} + g_m V_{gs2} = 0 \Rightarrow V_{gs1} = -V_{gs2}$$

Por lo tanto,

$$V_{gs1} = \frac{1}{2}(v_1 - v_2) \text{ y } V_{gs2} = -\frac{1}{2}(v_1 - v_2) \quad (1)$$

Además, podemos plantear las siguientes dos ecuaciones en los nodos D_1 y D_2 .

$$D_1 : \frac{v_{o1}}{R_D} + \frac{v_{o1} - v_{o2}}{R_L} = -g_m V_{gs1} \quad (2)$$

$$D_2 : \frac{v_{o2}}{R_D} + \frac{v_{o2} - v_{o1}}{R_L} = -g_m V_{gs2} \quad (3)$$

Por lo tanto

$$v_{o1} = v_{o2} \left(1 + \frac{R_L}{R_D} \right) + g_m R_L V_{gs2} \quad (4)$$

Substituyendo en (2)

$$\begin{aligned}
 -g_m V_{gs1} &= v_{o2} \left(1 + \frac{R_L}{R_D}\right) \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_L}\right) + g_m R_L \left(\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_L}\right) V_{gs2} - \frac{v_{o2}}{R_L} \\
 -g_m(v_1 - v_2) + g_m \left(1 + \frac{R_L}{R_D}\right) \frac{1}{2}(v_1 - v_2) &= v_{o2} \left(\frac{1}{R_D} + \frac{R_L}{R_D^2} + \frac{1}{R_D}\right) \\
 \frac{1}{2} g_m \left(\frac{R_L}{R_D}\right) (v_1 - v_2) &= \frac{v_{o2}}{R_D} \left(2 + \frac{R_L}{R_D}\right)
 \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$A_{d2} = \frac{v_{o2}}{v_1 - v_2} = \frac{1}{2} \frac{g_m R_L}{2 + \frac{R_L}{R_D}} \quad (5)$$

Por simetría

$$A_{d1} = \frac{v_{o1}}{v_1 - v_2} = -\frac{1}{2} \frac{g_m R_L}{2 + \frac{R_L}{R_D}} \quad (6)$$

y

$$A_d = \frac{v_{o2} - v_{o1}}{v_1 - v_2} = \frac{g_m R_L}{2 + \frac{R_L}{R_D}} \quad (7)$$

Problema 2

El circuito de la figura corresponde a un OpAmp en la configuración inversora tradicional, excepto que se ha reemplazado la resistencia de realimentación usual por una red resistiva T.

- (a) Determine la ganancia de voltaje $A_v = \frac{v_O}{v_I}$ asumiendo que el amplificador operacional se comporta como uno ideal salvo por tener una ganancia de lazo abierto $A < \infty$.
 (b) Compruebe que si el amplificador operacional es ideal

$$A_v = -\frac{R_2}{R_1} \left[1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4} \right] \quad (8)$$

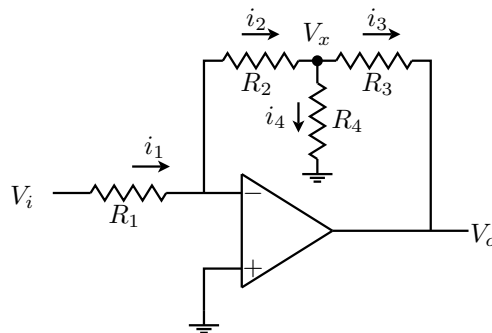
- (c) Ahora vamos a utilizar el circuito como preamplificador para un micrófono cuya salida máxima es 12 mV y cuya impedancia es 1 kΩ. Asumiendo que el opamp es ideal, diseñe el preamplificador de modo que el voltaje máximo en la salida sea 1.2 V (rms). Aunque se debe buscar que la impedancia de entrada sea grande, no puede utilizar resistencias mayores a 500 kΩ. Para ello asuma que

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_1} = 8$$

y que $R_{in} = 50 \text{ k}\Omega$.

Solución

- (a) Sabemos que $V_o = A(V_+ - V_-)$. Dado que $V_+ = 0$, entonces $V_o = -AV_-$



De las ecuaciones de corriente podemos deducir

$$\begin{aligned}
 i_1 &= i_2 \\
 \frac{V_- - V_i}{R_1} &= \frac{V_x - V_-}{R_2} \\
 \Rightarrow -\frac{V_i}{R_1} &= \frac{V_x}{R_2} - V_- \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\
 -\frac{V_i}{R_1} &= \frac{V_x}{R_2} + \frac{V_o}{A(R_1 \parallel R_2)} \\
 i_2 &= i_4 - i_3 \\
 \frac{V_x - V_-}{R_2} &= -\frac{V_x}{R_4} + \frac{V_o - V_x}{R_3} \\
 V_x \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) &= \frac{V_-}{R_2} - \frac{V_o}{R_3} = -V_o \left(\frac{1}{AR_2} + \frac{1}{R_3} \right)
 \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$V_x = (R_2 \parallel R_3 \parallel R_4) \left(\frac{1}{AR_2} + \frac{1}{R_3} \right) V_o \quad (9)$$

Finalmente tenemos

$$-\frac{V_i}{R_1} = \frac{R_2 \parallel R_3 \parallel R_4}{R_2} \left(-\frac{1}{AR_2} + \frac{1}{R_3} \right) V_o + \frac{V_o}{A(R_1 \parallel R_2)} \quad (10)$$

Reordenando

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{\frac{R_1(R_2 \parallel R_3 \parallel R_4)}{R_2 R_3} + \frac{R_1}{A(R_1 \parallel R_2)} - \frac{R_1}{AR_2} \frac{R_2 \parallel R_3 \parallel R_4}{R_2}} \quad (11)$$

(b) Tomamos límite cuando $A \rightarrow \infty$ de la expresión derivada en la primera parte

$$\begin{aligned}
 A_v = \frac{V_o}{V_i} &= -\frac{R_2 R_3}{R_1(R_2 \parallel R_3 \parallel R_4)} \\
 &= -\frac{R_2 R_3}{R_1} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \\
 &= -\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4} \right)
 \end{aligned}$$

(c) Las condiciones del problema son que $V_i = 12\text{mV}$ y $V_o = 1.2\text{ V}$, por lo que podemos calcular

$$A_v = \frac{1.2}{0.012} = 100$$

y por lo tanto,

$$\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4} \right) = 100$$

Como $R_2 = R_3 = 8R_1$, tenemos

$$8 \left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right) + 8 = 100$$

lo que implica que $R_3 = 10.5R_4$. Finalmente se tiene

$$R_1 = 50k$$

$$R_2 = 400k$$

$$R_3 = 400k$$

$$R_4 = 38.5k$$

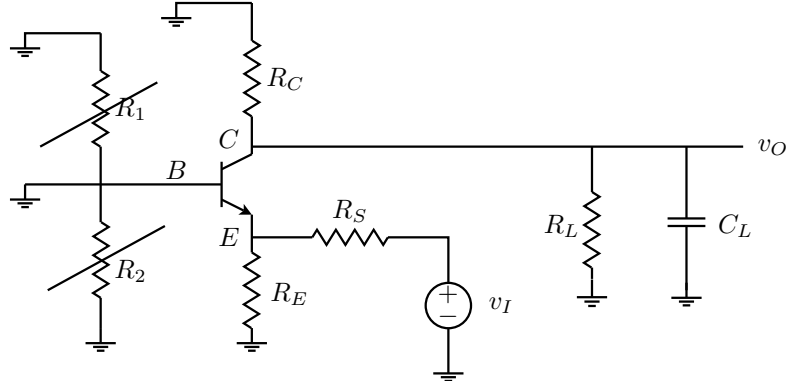
Problema 3

En este problema vamos a estudiar la respuesta en frecuencia del circuito de base común de la figura.

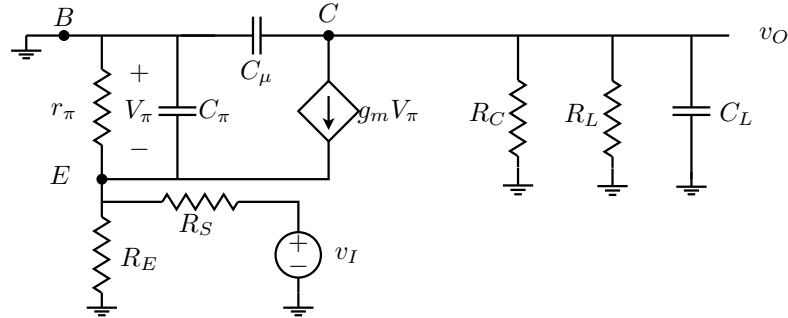
- Dibuje el circuito equivalente de señal pequeña de alta frecuencia. Para ello considere que $r_x = 0$ y $\lambda = 0$.
- Determine la impedancia mirando hacia el emisor.
- Determine las constantes de tiempo y frecuencia de corte de los circuitos de entrada y salida.
- Determine la ganancia de banda media del circuito.

Solución

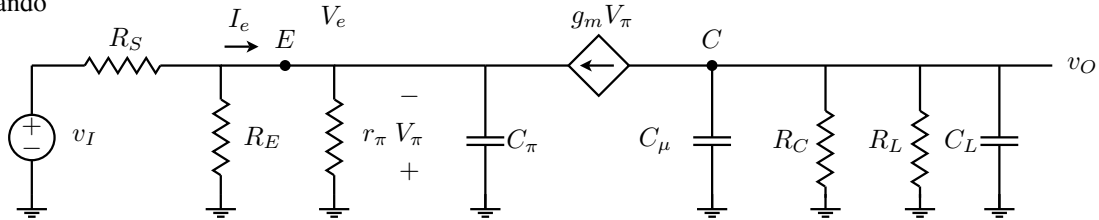
- (a) El circuito de señal pequeña lo obtenemos cortocircuitando las capacitancias de acoplamiento y bypass. Ello tiene como consecuencia que las resistencias R_1 y R_2 no tienen efecto en el circuito y, por lo tanto, pueden ser eliminadas. Debemos incluir en nuestro modelo del transistor las capacitancias C_π y C_μ , así como C_L . Tenemos entonces los siguiente:



Reemplazamos el modelo de señal pequeña para altas frecuencias del BJT, por lo que obtenemos



Reordenando



- (b) Tenemos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \text{LCK (E): } I_e + g_m V_\pi + \frac{V_\pi}{r_\pi} + j\omega C_\pi V_\pi &= 0 \\ \Rightarrow I_e &= -\left(\frac{1}{r_\pi} + j\omega C_\pi + g_m\right) V_\pi \end{aligned}$$

Pero $V_\pi = -V_e$. Luego

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} = \frac{1}{g_m + \frac{1}{r_\pi} + j\omega C_\pi} \quad (12)$$

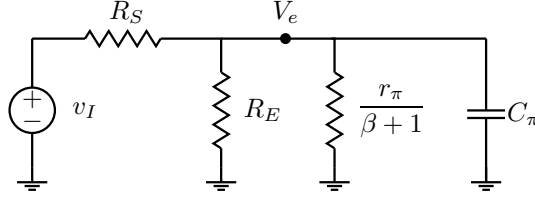
Notemos que

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_e} &= \frac{g_m r_\pi + 1}{r_\pi} + j\omega C_\pi \\ &= \frac{\beta + 1}{r_\pi} + j\omega C_\pi \\ &= \frac{1}{\frac{\beta + 1}{r_\pi}} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_\pi}} \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$Z_e = \frac{\beta + 1}{r_\pi} \parallel \frac{1}{j\omega C_\pi}. \quad (13)$$

(c) El circuito visto desde la entrada es



Sea $R_p = R_E \parallel \frac{r_\pi}{\beta + 1}$. Entonces

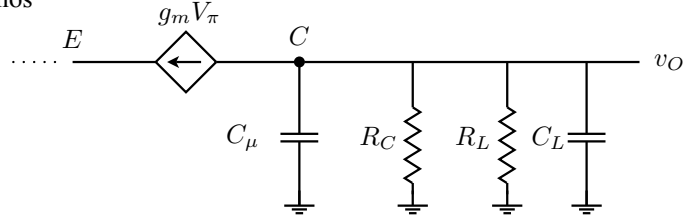
$$\begin{aligned} V_e &= \frac{R_p \parallel C_\pi}{R_p \parallel C_\pi + R_s} V_i \\ &= \frac{\left(\frac{1}{R_p} + j\omega C_\pi\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{R_p} + j\omega C_\pi\right)^{-1} + R_s} V_i \\ &= \frac{R_p}{1 + j\omega C_\pi R_p} V_i \\ &= \frac{\frac{R_p}{1 + j\omega C_\pi R_p}}{\frac{R_p}{1 + j\omega C_\pi R_p} + R_s} V_i \\ &= \frac{R_p}{R_p + R_s(1 + j\omega C_\pi R_p)} V_i \\ &= \frac{R_p}{R_s + R_p} \times \frac{1}{1 + j\omega C_\pi R_s \parallel R_p} V_i \end{aligned}$$

De esta forma identificamos el polo asociado al circuito de entrada:

$$\tau_\pi = C_\pi \left(R_E \parallel \frac{r_\pi}{\beta + 1} \parallel R_s \right) \quad (14)$$

$$f_{H\pi} = \frac{1}{2\pi C_\pi \left(R_E \parallel \frac{r_\pi}{\beta + 1} \parallel R_s \right)} \quad (15)$$

En el circuito de salida tenemos



Definimos $\bar{C}_\mu = C_\mu + C_L$ y $\bar{R}_C = R_C \parallel R_L$, lo que nos lleva a

$$\tau_\mu = (C_\mu + C_L)(R_C \parallel R_L) \quad (16)$$

$$f_{H\mu} = \frac{1}{2\pi(C_\mu + C_L)(R_C \parallel R_L)} \quad (17)$$

(d) Podemos escribir la ecuación de balance de corrientes en el nodo C aprovechando la última figura de la parte anterior:

$$\begin{aligned} g_m V_\pi &= V_o j\omega \bar{C}_\mu + \frac{V_o}{\bar{R}_C} \\ -g_m V_e &= V_o \left(j\omega \bar{C}_\mu + \frac{1}{\bar{R}_C} \right) \\ \Rightarrow V_o &= -\frac{g_m \bar{R}_C}{1 + j\omega \bar{C}_\mu \bar{R}_C} V_e \end{aligned}$$

Pero sabemos que

$$V_e = \frac{R_p}{R_s + R_p} \times \frac{1}{1 + j\omega C_\pi R_s \| R_p} V_i$$

Por lo tanto

$$V_o = -\frac{g_m \bar{R}_C}{1 + j\omega \bar{C}_\mu \bar{R}_C} \frac{R_p}{R_s + R_p} \times \frac{1}{1 + j\omega C_\pi R_s \| R_p} V_i$$

Finalmente, la ganancia de banda media

$$A_{MB} = -g_m (R_C \| R_L) \frac{R_E \| r_\pi / \beta + 1}{R_s + R_E \| r_\pi / \beta + 1}$$