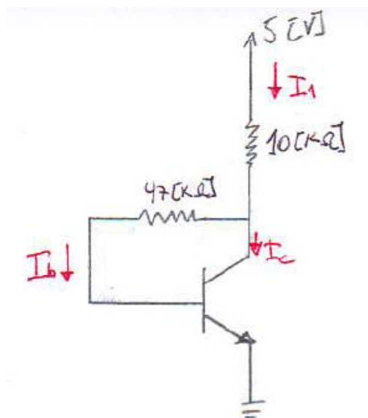
Pauta Control 2

Profesor: Patricio Parada
Auxiliar: Patricio Pérez
Ayudantes: Alejandro Abarzua, Sebastián Bas, Claudio Burgos.

Pregunta 1

a) (2 puntos)



Por LVK se tienen las siguientes relaciones:

$$5[V] = 1000I_1 + v_{ce}$$

$$5[V] = 1000I_1 + 47000 * I_b + 0{,}7[V]$$

Pero

$$I_1 = I_c + I_b = I_c\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right)$$

Luego, del segundo LVK se obtiene

$$I_c = 2{,}62[mA]$$

y, reemplazando en el primer

$$\Rightarrow V_{ce} = 2{,}34[V]$$

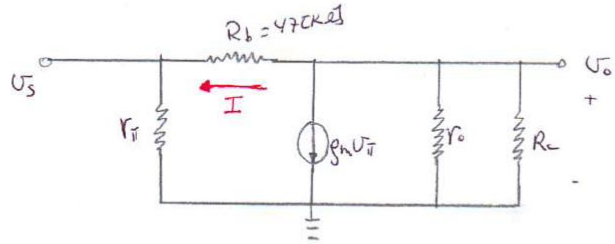
b) (2 puntos)

Con

$$r_o = \frac{V_A}{I_c} = 76{,}277[K\Omega]$$

$$r_\pi = \frac{\beta V_T}{I_c} = 715{,}103[\Omega]$$

$$g_m = \frac{\beta}{r_\pi} = 0{,}105[S]$$



c) (2 puntos)

Del modelo AC en pequeña señal se tiene que

$$v_o = -(g_m v_\pi + I) r_o // R_c$$

pero

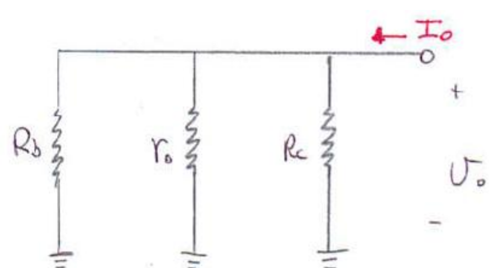
$$I = \frac{v_o - v_s}{R_b}$$

Reemplazando y notando que $v_\pi = v_s$, se tiene finalmente

$$v_o = -g_m v_s (r_o//R_c) - \frac{v_o}{R_b}(r_o//R_c) + \frac{v_s}{R_b}(r_o//R_c)$$

$$\Rightarrow A_v = \frac{v_o}{v_s} = \frac{\frac{r_o//R_c}{R_b} - g_m(r_o//R_c)}{1 + \frac{r_o//R_c}{R_b}} = -101{,}489$$

- R_o



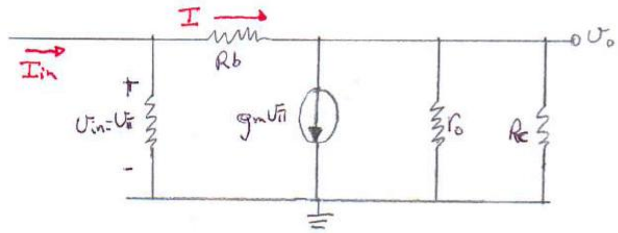
Haciendo $v_s = 0$ se tiene el simple circuito de la figura. Luego

$$R_o = \frac{v_o}{i_o} = R_b//R_c//r_o = 966{,}757[\Omega]$$

- R_{in}

Para cacular la resistencia de entrada, se tiene el circuito de la figura. Entonces

$$i_{in} = \frac{v_\pi}{r_\pi} + I$$



Pero

$$I = \frac{v_\pi - v_o}{R_b} \quad \texttt{y} \quad v_o = (I - g_m v_\pi)(r_o//R_c)$$

De estas dos últimas relaciones, se obtiene

$$I = v_\pi \frac{1 + g_m(r_o//R_c}{R_b + r_o//R_c}$$

Luego

$$i_{in} = \frac{v_\pi}{r_\pi} + \frac{v_\pi(1 + g_m(r_o//R_c)}{R_b + (r_o//R_c)}$$

Finalmente, con $v_\in = v_{pi}$

$$R_{in} = \frac{v_{in}}{i_n} = \frac{1}{\frac{1}{r_\pi} + \frac{1+g_m(r_o//R_c)}{R_b+(r_o//R_c)}} = 279{,}408[\Omega]$$

Pregunta 2

La curva de carga del circuito define la relación que existe entre los transistores y determina el punto de operación.

$$V_{DD} = V_{SD} + V_{DS}$$

Las ecuaciones esenciales que se necesitan para comprender el funcionamiento del circuito, son las siguientes:

$$V_{DD} = V_{SG} + V_{GS}$$

$$V_{SG} = V_{DD} - V_i$$

$$V_{GS} = V_i$$

$$V_{SD(sat)} = V_{SG} - |V_{tP}|$$

$$V_{DS(sat)} = V_{GS} - V_{tN}$$

(a)

Ahora, en el caso en que $V_i = V_{DD}$, tenemos que:

$$V_{SG} = 0$$

$$V_{GS} = V_{DD}$$

De esto se desprende rápidamente que Q_P se encuentra en *corte*, ya que $V_{SG} < |V_{tP}|$. Por lo tanto, la corriente a través de los transistores es cero ($i_{DP} = i_{DN} = 0$).

El transistor Q_N no se puede encontrar en *saturación* debido a que la corriente es cero. Además, tampoco puede encontrarse en *corte* ya que $V_{GS} = V_{DD} > V_{tN}$, lo cual es un supuesto razonable ya que en caso contrario ambos transistores se encontrarían en corte para cualquier condición. Se asume entonces el estado de *triodo*.

$$i_{DN} = 0 = 2K'_N[(V_{GS} - V_{tN})V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2]$$

$$(V_{GS} - V_{tN})V_{DS} = \frac{1}{2}V_{DS}^2$$

Existen dos soluciones posibles:

$$V_{DS} = 0$$

$$V_{DS} = 2(V_{DD} - V_{tN})$$

La segunda solución es contradictoria porque implicaría que $V_{DS} > V_{DS(sat)}$, lo cual no puede ocurrir considerando que $V_{tN} < V_{DD}$ (supuesto razonable). Esto significa que la primera solución es la correcta. De esta manera, queda determinado el punto de operación.

$$V_{DS} = V_0 = 0$$

$$V_{SD} = V_{DD}$$

(b)

En este caso en que $V_i = 0$, se procede de manera muy similar a la anterior. Se tiene que:

$$V_{GS} = 0$$

$$V_{SG} = V_{DD}$$

Esta vez Q_N se encuentra en *corte*, ya que $V_{GS} < V_{tN}$. Por lo tanto, la corriente a través de los transistores es cero nuevamente ($i_{DP} = i_{DN} = 0$). Utilizando el mismo argumento de la parte (a) se determina que Q_P se encuentra en la región de *triodo* y por lo tanto es directo calcular el punto de operación.

$$V_{SD} = 0$$

$$V_{DS} = V_0 = V_{DD}$$

Estos resultados ya nos permiten notar que este circuito corresponde a una compuerta lógica NOT, y es por esto que tiene gran relevancia en el mundo digital. Además, representa un diseño de compuerta de muy bajo consumo de energía.

(c)

Para determinar la función de transferencia se recorren los valores posibles de V_i y se calculan los puntos críticos en los cuales se producen las transiciones de estado de los transistores.

Para $0 \leq V_i \leq V_{tN}$, obtenemos la condición de la parte (b), $V_0 = V_{DD}$.

Una vez que se supera el voltaje V_{tN}, como $V_i = V_{GS} \approx V_{tN}$ y $V_0 = V_{DS} \approx V_{DD}$, es claro que el transistor Q_N pasa del estado de *corte* a la región de *saturación*. Además, Q_P permanece en *triodo* ya que el voltaje para saturar es alto mientras V_i sea pequeño. En esta situación, es posible determinar la relación exacta entre V_0 y V_i. Se igualan las corrientes por los transistores:

$$K'_N(V_{GS} - V_{tN})^2 = 2K'_P[(V_{SG} - |V_{tP}|)V_{SD} - \frac{1}{2}V_{SD}^2]$$

$$K'_N(V_i - V_{tN})^2 = 2K'_P[(V_{DD} - V_i - |V_{tP}|)(V_{DD} - V_0) - \frac{1}{2}(V_{DD} - V_0)^2]$$

Esta última expresión relaciona el voltaje de entrada con el de salida. Sin embargo, basta con dibujar la forma de onda de manera cualitativa.

Los puntos críticos se determinan relacionando V_i con V_0 en las transiciones de los transistores. Empecemos por Q_P que pasa de *triodo* a *saturación*.

$$V_{SD} = V_{SG} - |V_{tP}|$$

$$V_{SD} = V_{DD} - V_i - |V_{tP}|$$

$$V_{DD} - V_{DS} = V_{DD} - V_i - |V_{tP}|$$

$$V_i = V_0 - |V_{tP}|$$

Se verifica que Q_N sigue en *saturación*:

$$V_{DS} = V_{GS} + |V_{tP}| \geq V_{DS(sat)}$$

En este punto tenemos a ambos transistores en saturación. Igualamos las corrientes de los transistores.

$$K'_N(V_{GS} - V_{tN})^2 = K'_P(V_{SG} - |V_{tP}|)^2$$

$$K'_N(V_i - V_{tN})^2 = K'_P(V_{DD} - V_i - |V_{tP}|)^2$$

$$V_i = \frac{V_{DD} - |V_{tP}| + \sqrt{\frac{K'_N}{K'_P}}V_{tN}}{1 + \sqrt{\frac{K'_N}{K'_P}}}$$

Se considera la situación $K'_N = K'_P, V_{tN} = |V_{tP}|$, para simplificar la expresión. Así queda:

$$V_i = \frac{V_{DD}}{2}$$

Ahora se calcula el punto crítico para Q_N, que pasa de *saturación* a *triodo*.

$$V_{DS} = V_{GS} - V_{tN}$$

$$V_i = V_0 + V_{tN}$$

Se verifica que Q_P sigue en *saturación*:

$$V_{DD} - V_{SD} = V_{DD} - V_{SG} - V_{tN}$$

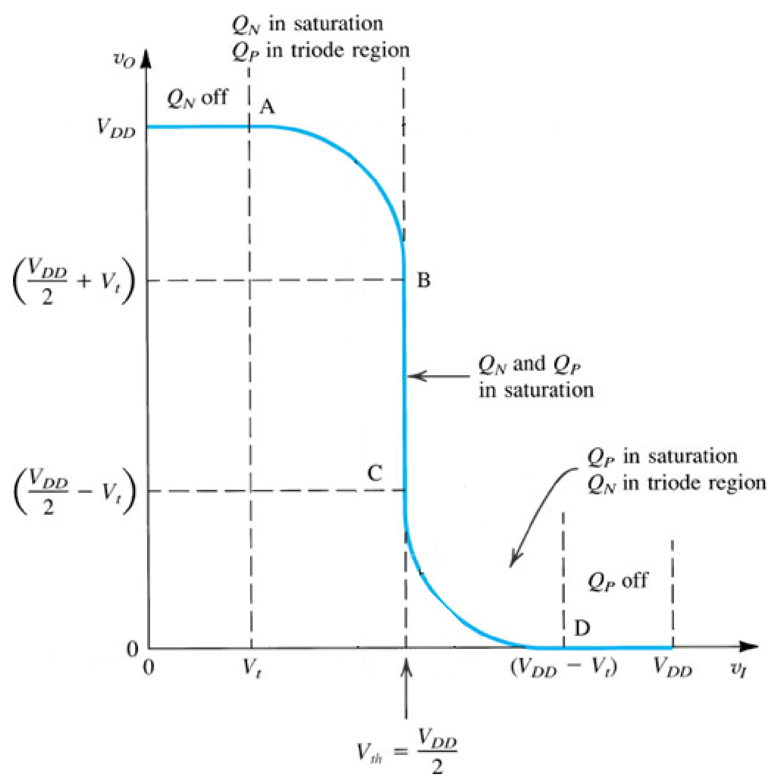
$$V_{SD} = V_{SG} + V_{tN} \geq V_{SD(sat)}$$

Nuevamente la relación entre V_0 y V_i es compleja y se determina igualando las corrientes de los transistores. Como la función de transferencia debe dibujarse de manera cualitativa, no es necesario resolver este sistema.

Para $V_{DD} - |V_{tP}| \leq V_i \leq V_{DD}$, tenemos el caso de la parte (a), $V_0 = 0$.

Así se completa el análisis.

A continuación se adjunta una versión cercana a la función de transferencia real.



Pregunta 3

a) (2 puntos)

Analizando el circuito de polarización (DC) se tiene que:

$$V_{CC} = -I_C R_C + V_{CE} - I_E R_E + V_{EE}$$

$$\Longrightarrow V_{CE} = V_{CC} - V_{EE} + I_C \left(R_C + \left(\frac{\beta + 1}{\beta} \right) R_E \right)$$

Pero además se tiene por LVK que:

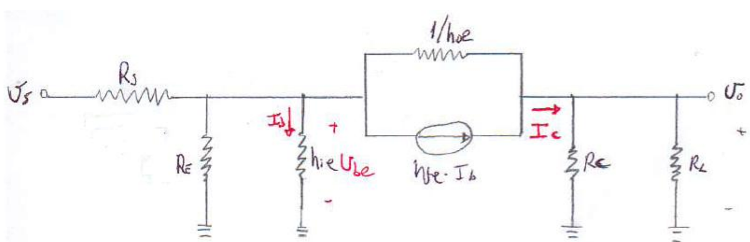
$$0 = V_{BE} - I_C \left(\frac{\beta + 1}{\beta} \right) R_E + V_{EE}$$

$$\Longrightarrow I_{CQ} = \frac{V_{EE} - 0{,}7}{(\frac{\beta+1}{\beta}) R_E} = 1{,}906[mA]$$

Reemplazando en la primera relación se obtiene

$$V_{CEQ} = -13{,}312[V] \Rightarrow V_{ECQ} = 13{,}312[V]$$

b) (2 puntos)



Se tiene a la salida

$$v_o = i_c (R_c // R_L)$$

pero

$$i_c = h_{fe} \frac{v_{be}}{h_{ie}} + (v_{be} - v_o) h_{oe} = \left(\frac{h_{fe}}{h_{ie}} + h_{oe} \right) v_{be} - v_o h_{oe}$$

Luego, hay que encontrar una relación para v_{be} en función de v_o y v_s. Haciendo LCK se tiene:

$$\frac{v_s - v_{be}}{R_s} = \frac{v_{be}}{R_E} + \frac{v_{be}}{h_{ie}} + \frac{v_o}{R_C // R_L}$$

$$\Longrightarrow v_{be} = \frac{v_s}{R_s \left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{h_{ie}} + \frac{1}{R_s} \right)} - \frac{v_o}{R_C // R_L \left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{h_{ie}} + \frac{1}{R_s} \right)}$$

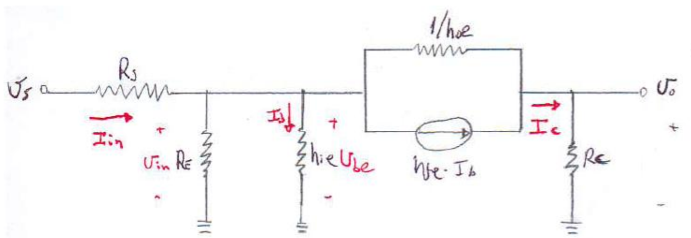
Reemplazando en i_c y este en v_o

$$v_o = \frac{R_C // R_L}{\frac{R_s}{R_E} + \frac{R_s}{h_{ie}} + 1} \left(\frac{h_{fe}}{h_{ie}} + h_{oe} \right) v_s - v_o \left(\left(\frac{\frac{h_{fe}}{h_{ie}} + h_{oe}}{\frac{1}{R_E} + \frac{1}{h_{ie}} + \frac{1}{R_s}} \right) + h_{oe} (R_C // R_L) \right)$$

$$\Longrightarrow \frac{v_o}{v_s} = \frac{\frac{R_C//R_L}{\frac{R_s}{R_E}+\frac{R_s}{h_{ie}}+1}\left(\frac{h_{fe}}{h_{ie}}+h_{oe}\right)}{1+\left(\left(\frac{\frac{h_{fe}}{h_{ie}}+h_{oe}}{\frac{1}{R_E}+\frac{1}{h_{ie}}+\frac{1}{R_s}}\right)+h_{oe}(R_C//R_L)\right)} \in [2{,}747 - 2{,}774]$$

c) (2 puntos)

- R_{in}



Para calcula la resistencia de entrada, hacemos la corriente de salida $I_o = 0$, esto implica $R_L = \infty$. Luego se tiene

$$i_{in} = \frac{v_{in}}{R_E} + \frac{v_{in}}{h_{ie}} + \frac{v_o}{R_C}$$

con $v_{in} = v_{be}$. Pero

$$(v_{in} - v_o)h_{oe} + \frac{h_{fe}}{h_{ie}} v_{in} = \frac{v_o}{R_C}$$

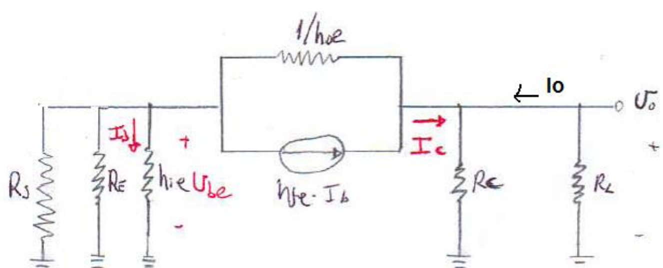
$$\Rightarrow v_o = v_{in} \frac{h_{oe} + \frac{h_{fe}}{h_{ie}}}{\frac{1}{R_C} + h_{oe}}$$

Reemplezando en la primera relación, se obtiene:

$$i_{in} = v_{in}\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{h_{ie}} + \frac{h_{oe} + \frac{h_{fe}}{h_{ie}}}{1 + R_c h_{oe}}\right)$$

$$\Rightarrow R_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}}_{I_o=0} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_E} + \frac{1}{h_{ie}} + \frac{h_{oe}+\frac{h_{fe}}{h_{ie}}}{1+R_c h_{oe}}\right)} \in [9{,}27[\Omega] - 14{,}6[\Omega]]$$

- R_{out}



Para calcular R_{out}, hacemos la entrada nula, es decir $v_s = 0$. Luego a la salida se tiene

$$i_o = \frac{v_o}{R_C} - i_c$$

Pero

$$i_c = (v_{be} - v_o)h_{oe} + v_{be}\frac{h_{fe}}{h_{ie}}$$

con

$$v_{be} = -i_c(R_s//R_E//h_{ie})$$

Por lo tanto, de estas dos ultimas relaciones se obtiene

$$i_c = -v_o\frac{h_{oe}}{1 + (R_s//R_E//h_{ie})h_{oe} + \frac{h_{fe}}{h_{ie}}(R_s//R_E//h_{ie})}$$

Con lo que finalmente se obtiene

$$i_o = v_o\left(\frac{1}{R_C} + \frac{h_{oe}}{1 + h_{oe}(R_s//R_E//h_{ie}) + \frac{h_{fe}}{h_{ie}}(R_s//R_E//h_{ie})}\right)$$

$$\Rightarrow R_{out} = \frac{v_o}{i_o} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_C} + \frac{h_{oe}}{1+h_{oe}(R_s//R_E//h_{ie})+\frac{h_{fe}}{h_{ie}}(R_s//R_E//h_{ie})}\right)} \in [6477{,}9[\Omega] - 6492{,}56[\Omega]]$$