

6. Máquinas de Inducción

6.1 Introducción

Las máquinas de inducción o asincrónicas son en la actualidad las máquinas eléctricas de mayor aplicación industrial (entre el 80% y 90% de los motores industriales son de inducción trifásicos). La razón de este amplio uso se debe a que este tipo de máquinas son en general de bajo costo de fabricación y mantención, y su diseño es compacto, lo que permite obtener máxima potencia por unidad de volumen. Además, gracias a los avances en electrónica de potencia, los métodos de control son cada vez más sofisticados y precisos, lo que permite que, cada vez con mayor frecuencia, el motor de inducción reemplace al motor de corriente continua en aplicaciones industriales (correas transportadoras, ascensores, tracción eléctrica, etc.)

La operación usual de la máquina de inducción es como motor, en cuyo caso el funcionamiento básico consiste en alimentar el enrollado del estator desde una fuente trifásica para producir un campo magnético rotatorio. Este campo magnético gira a una velocidad síncrona (ω_s) de acuerdo con la frecuencia eléctrica de alimentación e induce corrientes en el rotor mediante el mismo efecto que el transformador (inducción). Gracias a las corrientes de estator y rotor es posible generar torque motriz en el eje de la máquina.

Además de la aplicación como motor, la máquina de inducción tiene algunas aplicaciones como generador, particularmente dentro de la industria eólica, donde el control sobre la velocidad de giro del campo magnético rotórico permite que la potencia eléctrica generada siga una referencia constante ante cambios en la velocidad del viento.

En el presente capítulo se estudia con detalle la máquina de inducción analizando su principio de funcionamiento, características constructivas más relevantes y modelo circuital. Se describe además la operación de esta máquina para los casos en que el rotor es tipo jaula de ardilla y rotor bobinado.

6.2. Principio de Funcionamiento

6.2.1. Campo Magnético Rotatorio del estator.

Un estator con tres enrollados idénticos, ubicados físicamente a 120° y alimentados con voltaje trifásico equilibrado, origina un campo magnético rotatorio de magnitud constante, el cual gira a una cierta velocidad (ω_s) constante.

En efecto, cada uno de los enrollados origina un flujo cuya magnitud varía sinusoidalmente en el tiempo y cuya dirección principal, coincide con el eje del enrollado. De este modo, se genera para cada fase una fuerza magnetomotriz en el estator (F_e) que, de acuerdo con la ley de Ampere, está dada por:

$$F_{ej} = N \cdot i_j \quad j: a, b, c \quad (6.1)$$

Donde F_{ej} es la fuerza magnetomotriz de la fase j ($F_{ej} = \oint_{\text{fase } j} \vec{H} \cdot d\vec{l}$).

En la Figura 6.1, se muestra este fenómeno para la fase “a”, en el lado izquierdo, y para los tres enrollados en el lado derecho.

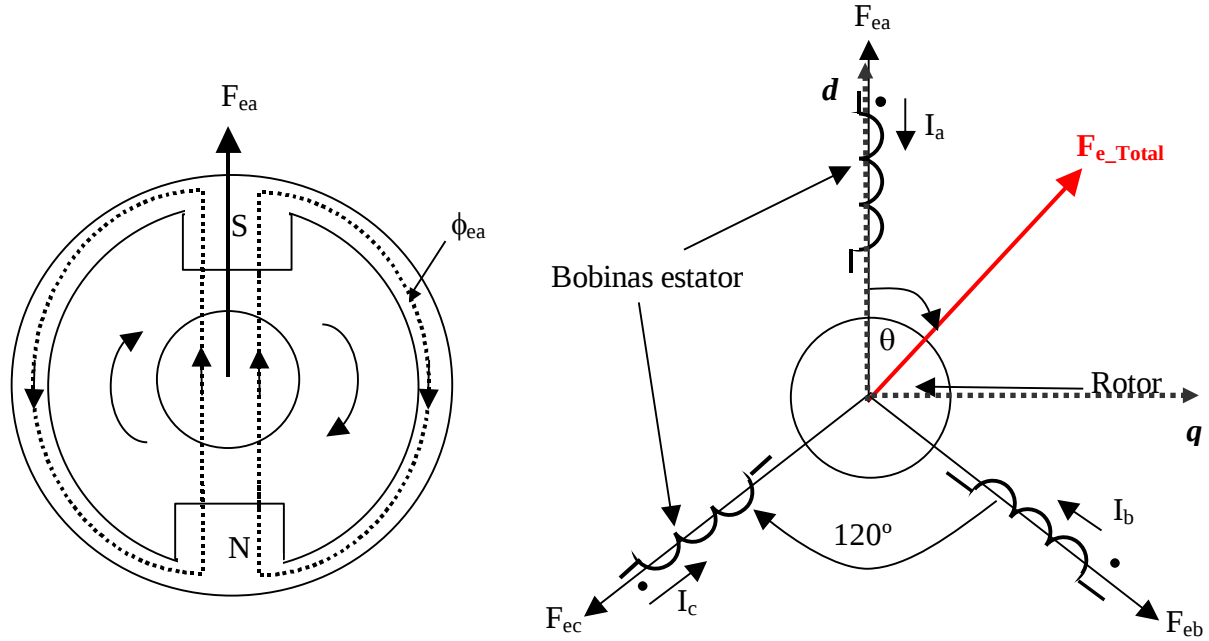


Figura 6.1. Motor de inducción de un par de polos.

Las expresiones para las fuerzas magnetomotrices generadas por cada fase son:

$$\begin{aligned} F_{ea} &= N \cdot i_a \\ F_{eb} &= N \cdot i_b \\ F_{ec} &= N \cdot i_c \end{aligned} \quad (6.2)$$

Estas fuerzas son paralelas a los ejes de cada una de las bobinas correspondientes y se encuentran dispuestos en 120 grados de separación, según se muestra en la Figura 6.1. Consideremos un sistema de referencia de ejes d-q, en el cual haremos coincidir el eje d con el eje del enrollado de la fase “a”. Además, definamos:

$$\begin{aligned} i_a &= I_{max} \cdot \cos(\omega t) \\ i_b &= I_{max} \cdot \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_{max} \cdot \cos(\omega t - 240^\circ) \end{aligned} \quad (6.3)$$

Donde $\omega = 2\pi f$ [rad/seg] es la frecuencia eléctrica de alimentación.

La fuerza magnetomotriz total, correspondiente a la suma de las fuerzas generadas en las fases “a”, “b” y “c”, proyectada en el eje d es:

$F_{e_Total} = Ni_a + Ni_b \cos(120^\circ) + i_c \cos(240^\circ)$ y desarrollando

$$F_{d_Total} = F_m [\cos(\omega t) + \cos(\omega t - 120^\circ) + \cos(\omega t - 240^\circ)] \quad (6.4)$$

Donde:

$$F_m = N \cdot I_{max}$$

La expresión anterior puede desarrollarse y simplificarse en:

$$F_{d_Total} = \frac{3}{2} F_m \cos(\omega t) \quad (6.5a)$$

Análogamente obtenemos para la componente en q

$$F_{q_Total} = \frac{3}{2} F_m \sin(\omega t) \quad (6.5b)$$

De las ecuaciones 6.5a y 6.5b fluye que la fuerza magnetomotriz producida por el estator posee una magnitud constante ($3F_m/2$) que se mueve a velocidad angular constante (ω).

Notar que para un punto fijo del entrehierro esta fmm varía sinusoidalmente. En efecto, para una posición fija determinada por el ángulo θ (θ constante) la resultante de la fuerza magnetomotriz del estator es un vector cuya magnitud varía en forma sinusoidal en el tiempo.

Cuando el estator tiene un único par de polos (caso de la figura 6.1) se tiene que $\omega_s = \omega$ (tal como muestra la ecuación (6.5)). Sin embargo, al aumentar el número de polos, el aporte que realiza cada fase al campo magnético rotatorio corresponde a la suma de los aportes de cada par de polos (ver figura 6.2).

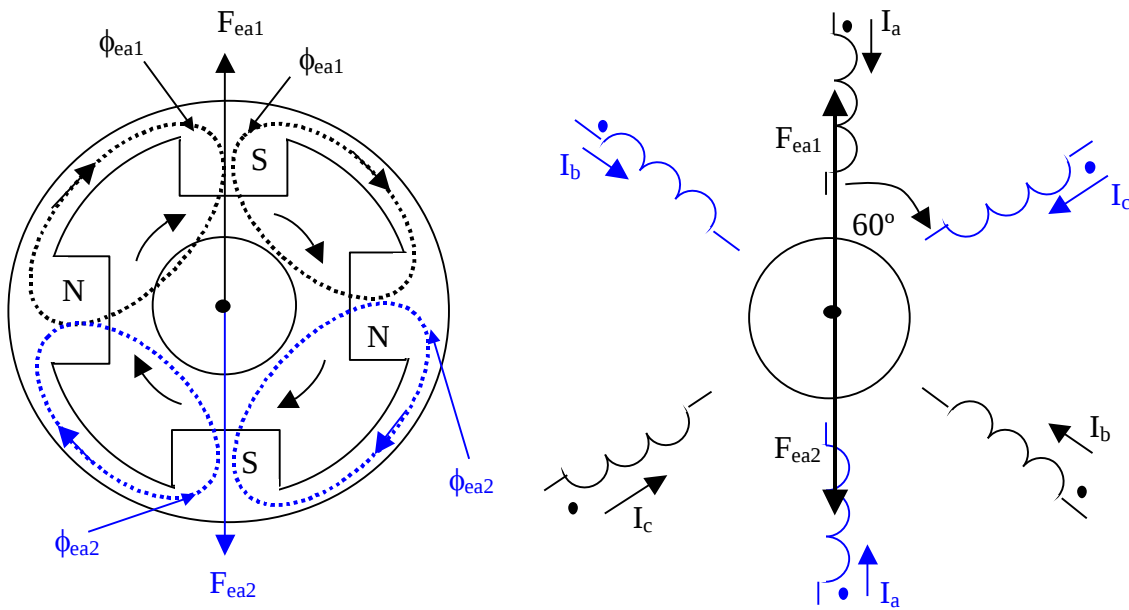


Figura 6.2. Motor de inducción con dos pares de polos.

Desde el punto de vista del campo magnético rotatorio del estator, cuando se tiene un único par de polos, el recorrido entre Norte y Sur (que equivalen a 180° eléctricos⁽¹⁾) corresponde a 180° geométricos. Sin embargo, cuando existen dos pares de polos, estos mismos 180° eléctricos corresponden sólo a 90° geométricos (ver figura 6.3).

⁽¹⁾ 180° eléctricos corresponden a los grados comprendidos entre un máximo y un mínimo.

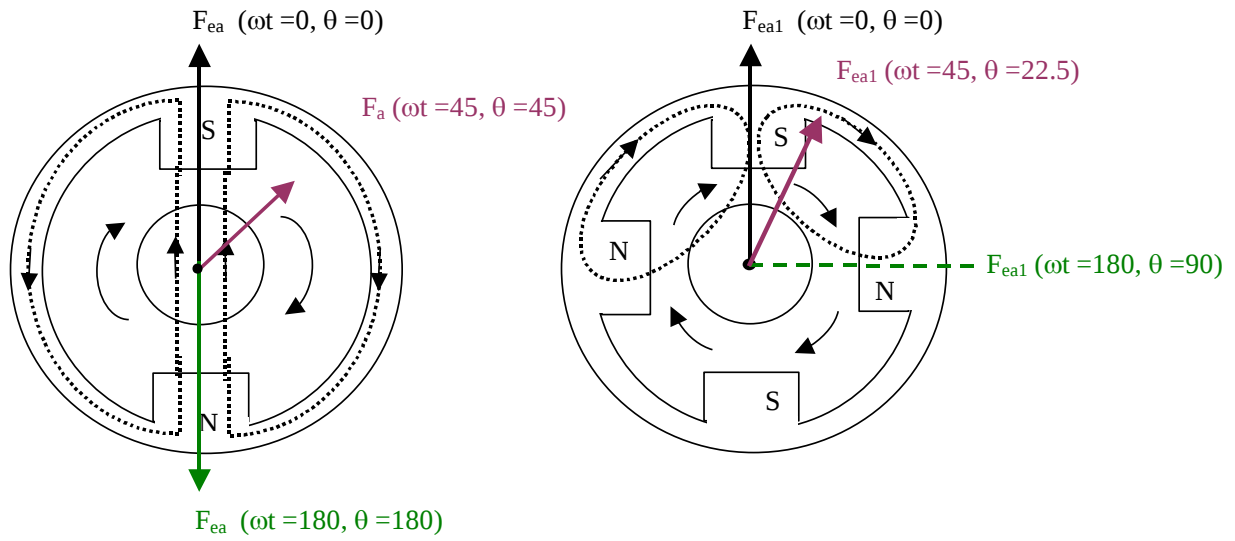


Figura 6.3. Grados eléctricos y geométricos según los pares de polos.

De este modo, para dos pares de polos la ecuación los grados eléctricos equivalen a dos veces los grados geométricos, por lo tanto la ecuación (6.4) se rescribe como:

$$F_{e_Total} = F_m [\cos(\omega t) \cos(2\theta) + \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(2(\theta - 60^\circ)) + \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(2(\theta - 120^\circ))] \quad (6.6)$$

$$\Rightarrow F_{e_Total} = F_m [\cos(\omega t) \cos(2\theta) + \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(2\theta - 120^\circ) + \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(2\theta - 240^\circ)]$$

Al igual que el caso anterior, la expresión (6.5) puede reducirse a:

$$F_e = \frac{3}{2} \cdot F_m \cos(\omega t - 2\theta) \quad (6.7)$$

Con ello la velocidad de giro del campo magnético rotatorio del estator corresponde a $\dot{\theta} = \omega/2$, de modo que la velocidad síncrona es equivalente a la mitad de la frecuencia de alimentación ($\omega_s = \omega/2$).

Generalizando este análisis para un mayor número de pares de polos se tiene que la velocidad síncrona es:

$$\omega_s = \frac{\omega}{\left(\frac{p}{2}\right)} = \frac{2\pi f}{\left(\frac{p}{2}\right)} \left[\frac{rad}{seg} \right] \quad (6.8)$$

O bien:

$$n_s = \frac{120 f}{p} [RPM] \quad (6.9)$$

Donde:

p es el número de polos de la máquina.

$\omega = 2\pi f$ es la frecuencia de la red.

Así, para 50 [Hz] de frecuencia de alimentación en el estator, se tiene que el campo magnético rotatorio gira a:

$n_s = 3000$ [RPM]	con $p = 2$
$n_s = 1500$ [RPM]	con $p = 4$
$n_s = 1000$ [RPM]	con $p = 6$
$n_s = 750$ [RPM]	con $p = 8$
$n_s = 300$ [RPM]	con $p = 20$
etc.	

6.2.2. Campo en el rotor

En términos simples el rotor de una máquina de inducción está compuesto por una serie de bobinas cortocircuitadas, en las cuales la presencia del campo magnético rotatorio del estator produce corrientes por efecto de inducción (mismo fenómeno que ocurre en el transformador). Las corrientes rotóricas provocan un campo magnético rotórico que gira en el mismo sentido del campo magnético del estator y consecuentemente hace que aparezcan fuerzas tangenciales que producen un torque motriz en el eje de la máquina.

En la Figura 6.4 se muestra la forma más simple de un rotor trifásico con tres espiras

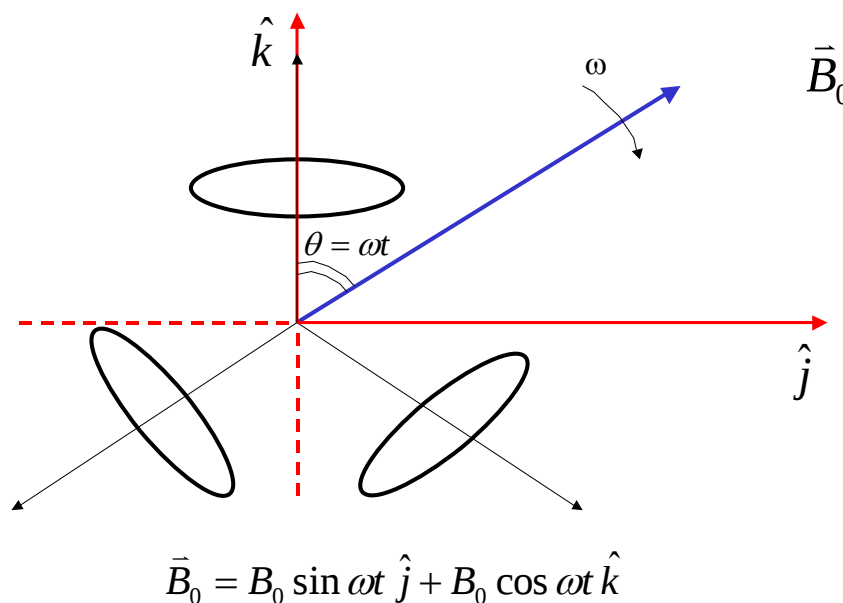


Figura 6.4

Si llamamos ω a la velocidad angular del campo magnético rotatorio con respecto al rotor, el flujo inducido en la espira de la fase “a” esta dada por la ecuación

$$\Phi_a = AB_0 \cos \omega t = \Phi_m \cos \omega t$$

Donde A representa la sección de la espira y ω es la velocidad de giro del campo magnético B_0 . En el caso general el rotor se encontrará girando a una velocidad ω_r y dado que la velocidad del campo magnético rotatorio es ω_s , entonces se tiene la relación $\omega = \omega_s - \omega_r$. Dado que este flujo es variable en el tiempo, se inducirá una fem dada por la expresión

$$\varepsilon_a = \Phi_m (\omega_s - \omega_r) \sin(\omega_s - \omega_r)t$$

La espira de la fase “a” puede modelarse entonces según se muestra en la Figura 6.5

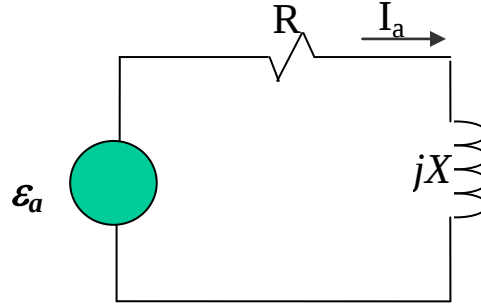


Figura 6.5

En el modelo de la fase “a” la resistencia R representa las pérdidas joule del cobre y la reactancia $X=l(\omega_s-\omega_r)$ al efecto de la inductancia del enrollado (notar que depende de la diferencia $\omega_s-\omega_r$). Luego la corriente por la fase a es:

$$I_a(t) = I_m \sin((\omega_s - \omega_r)t - \delta)$$

Donde

$$I_m = \frac{\Phi m (\omega_s - \omega_r)}{\|R + jX\|} = \frac{\Phi m (\omega_s - \omega_r)}{[R^2 + X^2]^{1/2}}$$

$$\delta = \arctg(X / R)$$

Notar que cuando la velocidad del rotor y la del campo magnético rotatorio son iguales no hay corriente, ya que no hay fem inducida. En estas condiciones la impedancia del rotor es mínima. Como las demás espiras están separadas en 120 grados de la fase a, se inducen también corrientes pero con el desfase correspondiente, es decir se tienen

$$I_b = I_m \sin((\omega_s - \omega_r)t - 120 - \delta)$$

$$I_c = I_m \sin((\omega_s - \omega_r)t + 120 - \delta)$$

Entonces en el rotor se inducen corrientes sinusoidales de frecuencia $\omega = \omega_s - \omega_r$. Como estas corrientes forman un sistema trifásico simétrico, es usual conectar las bobinas en estrella en el rotor. A este tipo de rotor se le denomina rotor bobinado como se verá más adelante.

La existencia de corrientes sinusoidales y simétricas en el rotor genera a su vez un campo magnético. Si tomamos un sistema de referencia solidario al rotor, el campo magnético producido por las corrientes del rotor gira a velocidad $\omega = \omega_s - \omega_r$. Por lo tanto, en el sistema de referencia absoluto, este campo rotatorio girará a velocidad sincrónica ω_s al igual que el campo producido por el estator. En definitiva entonces, se tiene un campo magnético resultante de la

suma del campo producido por la inducción del rotor y el de estator, según se muestra en la Figura 6.6

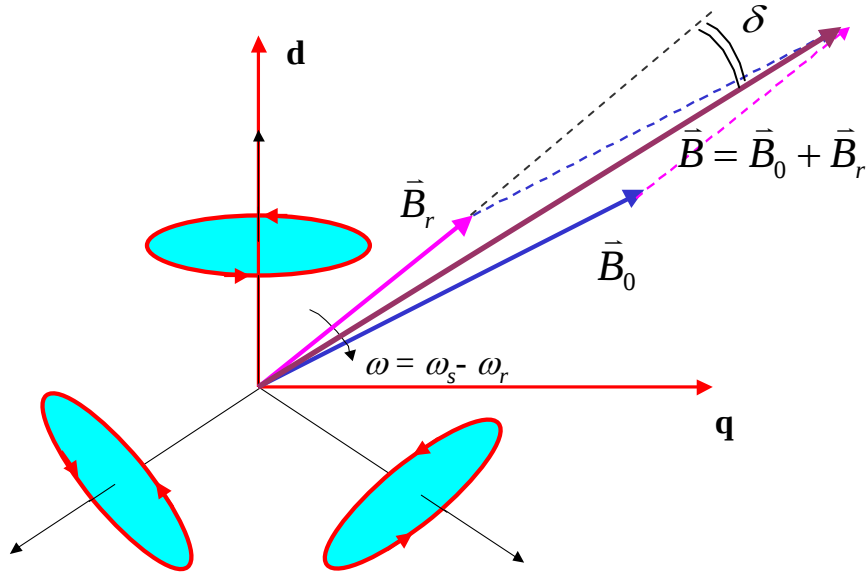


Figura 6.6

Notar que el ángulo de desfase entre el campo del rotor ($\vec{B}_r$) y el resultante ($\vec{B}$) es δ

6.2.3 Torque motriz

El torque que produce un campo magnético sobre una espira esta dado por la ecuación:

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$$

Donde $\vec{m} = AI\hat{n}$ es el dipolo magnético del circuito de la espira (siendo A su área, I la corriente y $\hat{n}$ el vector normal al plano del circuito) y $\vec{B}$ es el campo magnético. Luego, el torque en cada una de las espiras es

$$\vec{T}_a = I_a AB \cos(\omega_s - \omega_r)t \hat{i}$$

$$\vec{T}_b = I_b AB \cos((\omega_s - \omega_r)t - 120) \hat{i}$$

$$\vec{T}_c = I_c AB \cos((\omega_s - \omega_r)t + 120) \hat{i}$$

Donde la dirección del vector $\hat{i}$ corresponde al eje perpendicular al plano d-q (apuntando hacia los ojos del lector).

El torque neto es simplemente la suma de los tres torques en cada espira, luego

$$\vec{T} = \vec{T}_a + \vec{T}_b + \vec{T}_c$$

Reemplazando términos obtenemos

$$\underline{1} = B(1^m \sin((\omega^s - \omega^r)t - \varphi)) \sqrt{\cos((\omega^s - \omega^r)t)} + (1^m \sin((\omega^s - \omega^r)t - 150 - \varphi)) \sqrt{\cos((\omega^s - \omega^r)t - 150)} + (1^m \sin((\omega^s - \omega^r)t + 150 - \varphi)) \sqrt{\cos((\omega^s - \omega^r)t + 150)}$$

Desarrollando y ordenando obtenemos finalmente

$$\bar{T} = \frac{3}{2} AB I_m \sin(\delta) \hat{i}$$

Reemplazando el valor de la corriente máxima del rotor podemos escribir

$$\bar{T} = \frac{3}{2 \|Z_r\|} AB \Phi_m (\omega_s - \omega_r) \sin(\delta) \hat{i}$$

Donde Z_r representa la impedancia de una fase (bobina) del rotor. Notar que $AB = \Phi_m$, luego la expresión del torque queda

$$\bar{T} = \frac{3}{2 \|Z_r\|} \Phi_m^2 (\omega_s - \omega_r) \sin(\delta) \hat{i}$$

Esta expresión del torque del rotor permite verificar que si la velocidad del rotor es igual a la sincrónica, no hay torque en el eje. Además, el flujo máximo Φ_m depende tanto de la corriente de estator como de la del rotor. El torque también aumenta con el desfase δ , el cual disminuye a medida que la velocidad del rotor se aproxima a la velocidad sincrónica).

En la práctica se tienen muchas espiras por fase

Una derivación alternativa del torque se obtiene usando el concepto de energía. En este caso, el torque motriz está dado por la derivada de la energía almacenada en el campo magnético, la cual en este caso se concentra en el entrehierro⁽²⁾:

$$\mathcal{E}_c \cong \frac{1}{2} B \cdot H_{eh} \cdot Vol_{eh} \quad (2.45)$$

Equivalentemente:

$$\mathcal{E}_c \cong K \cdot H_{eh}^2 \quad (6.10)$$

Donde:

$\mathcal{E}_c$ es la energía almacenada en el campo magnético.

B es la densidad de flujo magnético en el entrehierro.

H_{eh} es la intensidad de flujo en el entrehierro.

Vol_{eh} es el volumen del entrehierro.

$$K = \frac{1}{2} Vol_{eh} \cdot \mu_0$$

μ_0 es la permeabilidad magnética del entrehierro.

De acuerdo a las ecuaciones (6.2) y (2.15) se tiene:

⁽²⁾ Mayores referencias en el capítulo 2.

$$\varepsilon_c \cong K \cdot \frac{F_{Total}^2}{\ell} \quad (6.11)$$

Donde:

F_{Total} es la magnitud del vector resultante de sumar las fuerzas magnetomotrices del estator y rotor.

ℓ es la longitud del entrehierro.

La expresión (6.11)) puede describirse como (ver figura 6.4):

$$\varepsilon_c \cong K_1 \cdot (F_e^2 + F_r^2 + 2 \cdot F_e \cdot F_r \cdot \cos(\delta_{er})) \quad (6.12)$$

Donde:

F_e es la magnitud del campo magnético rotatorio del estator.

F_r es la magnitud del campo magnético rotatorio del rotor.

δ_{er} es el ángulo entre las fuerzas magnetomotrices del rotor y estator

$$K_1 = \frac{K}{\ell}$$

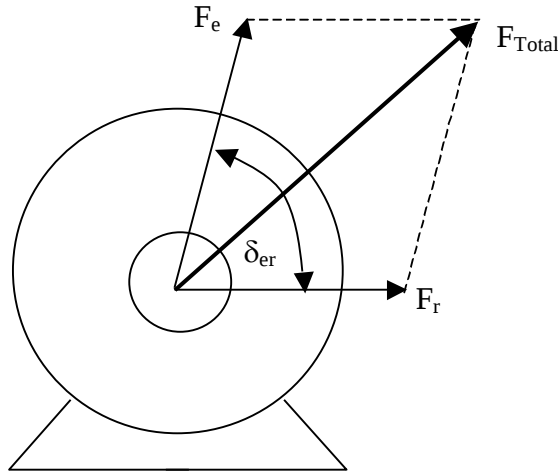


Figura 6.4. Campos magnéticos rotatorios del estator y rotor.

De acuerdo a lo anterior el torque motriz es:

$$T = \frac{\partial \varepsilon_c(F, \delta_{er})}{\partial \delta_{er}} = -2 \cdot K_1 \cdot F_e \cdot F_r \cdot \sin(\delta_{er}) \quad (6.13)$$

Generalizando la expresión para un mayor número de polos se tiene:

$$T = -2 \cdot \left(\frac{p}{2} \right) K_1 \cdot F_e \cdot F_r \cdot \sin(\delta_{er}) \quad (6.14)$$

Como es posible apreciar en la ecuación (6.14), la existencia de torque medio queda condicionada por que el valor del ángulo δ_{er} sea constante, lo cual implica que las velocidades relativas entre las fuerzas magnetomotrizes del rotor y estator debe ser nula:

$$\omega_{F_e} - \omega_{F_r} = 0 \Rightarrow \omega_s = \omega_r + \omega_m \quad (6.15)$$

Donde:

ω_{F_e} es la velocidad angular de la fuerza magnetomotriz del estator.

ω_{F_r} es la velocidad angular de la fuerza magnetomotriz del rotor.

ω_s es la velocidad del campo magnético rotatorio del estator.

ω_r es la velocidad del campo magnético rotatorio del rotor ⁽³⁾.

ω_m es la velocidad mecánica del rotor.

6.2.4. Deslizamiento

Se define como deslizamiento (S) el cuociente de las velocidades de los campos magnéticos rotatorios del rotor y estator:

$$S = \frac{\omega_r}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} = 1 - \frac{\omega_m}{\omega_s} \quad (6.16)$$

Visto desde el punto de vista eléctrico, el deslizamiento permite establecer una relación entre la frecuencia de las corrientes de alimentación y las corrientes inducidas en el rotor, de este modo:

$$f_r = S \cdot f \quad (6.17)$$

Donde:

f_r es la frecuencia de las corrientes rotóricas.

f es la frecuencia de las corrientes de alimentación del estator.

En general, el deslizamiento es un parámetro que permite caracterizar la operación de la máquina de inducción. En efecto, la maquina actúa como motor (la energía de la fuente que alimenta al estator se transfiere al eje) sólo si la velocidad angular del rotor es menor a la velocidad sincrónica ($S < 1$), en cambio si la velocidad mecánica del rotor es mayor a ω_s , lo que equivale a decir que el deslizamiento es menor que 0, entonces la máquina se encuentra operando como generador y finalmente, si el deslizamiento es mayor a 1 (lo que implica ω_m negativo) indica que la máquina está actuando como freno ⁽⁴⁾.

Desde el punto de vista práctico, para la operación como motor, el deslizamiento se mantiene dentro de un rango de 90% a 97%, lo cual implica que para una frecuencia de alimentación de 50 [Hz] la frecuencia de las corrientes rotóricas es entre 1,5 [Hz] y 5 [Hz].

6.3. Características constructivas

⁽³⁾ Esta velocidad también es conocida como velocidad de deslizamiento (ω_d)

⁽⁴⁾ Las formas de operación mencionadas (motor, generador y freno) se analizarán en las secciones siguientes.

Estator:

El estator de una máquina de inducción está compuesto por un núcleo laminado (que permite reducir las pérdidas por corrientes parásitas que se inducen en él), el cual tiene ranuras axiales donde se alojan los enrollados del estator.

Dentro de las configuraciones más usadas para disponer los enrollados del estator se encuentra el enrollado imbricado que se muestra en la figura 6.5. En el diagrama de la derecha, Figura 6.5(a), se muestra la conexión entre las bobinas de un enrollado (bobina 1, bobina 2 y bobina 3) y la disposición física de éstas en las ranuras axiales del núcleo. La figura 6.5(b) muestra el esquema de conexión por fase (fase “a”) y el sentido de la corriente de alimentación para el caso de un estator con dos pares de polos.

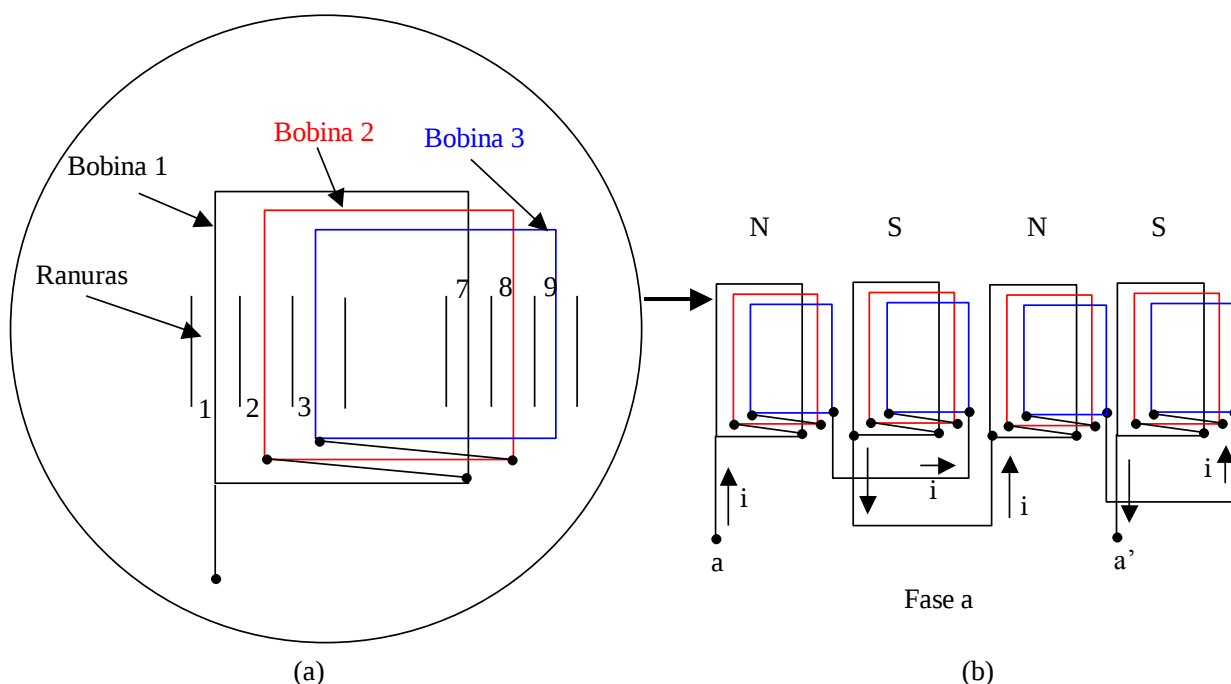


Figura 6.5. Estator con enrollado tipo imbricado.

Si consideramos que el estator tiene un total de 24 ranuras, entonces cada paso polar abarcará 6 ranuras, sin embargo, el ancho de cada bobina mostrada en la figura es en realidad de 5 ranuras razón por la cual este tipo de enrollado se denomina de “paso acortado”, además puesto que los polos están conformados por más de una bobina (tres en este caso) se dice que el enrollado es “distribuido”.

Los enrollados de las fases restantes (fases “b” y “c”) son idénticos a la fase “a” y se ubican a 120° y 240° grados eléctricos respectivamente. Esto significa que, dado que un par de polos contiene 12 ranuras (360° eléctricos), si la bobina 1 de la fase “a” está alojada en la ranura 1, entonces la bobina 1 de la fase “b” se alojará en la ranura 5 (120° eléctricos) y la bobina 1 de la fase “c” estará en la ranura 9 (240° eléctricos).

Los extremos de las bobinas del estator se encuentran conectados a la placa de terminales ubicada en la carcasa de la máquina, de este modo los bornes son accesibles para elegir entre una conexión delta o estrella de los enrollados.

Rotor:

Dentro de las máquinas de inducción, se puede encontrar dos tipos de rotor: el rotor jaula de ardilla (figura 6.6) y el rotor bobinado (figura 6.7).

El rotor tipo jaula de ardilla consiste en una serie de barras axiales (alojadas en las ranuras del rotor) cortocircuitadas en sus extremos por dos anillos conductores (figura 6.6(a)). La jaula es de aluminio o cobre y su apariencia física es la que se muestra en la figura 6.6(b). En general, la gran simplicidad en el diseño de este rotor es la que otorga a la máquina de inducción las ventajas de diseño compacto, costo (debido a la facilidad en su construcción) y mantención (no requiere escobillas).

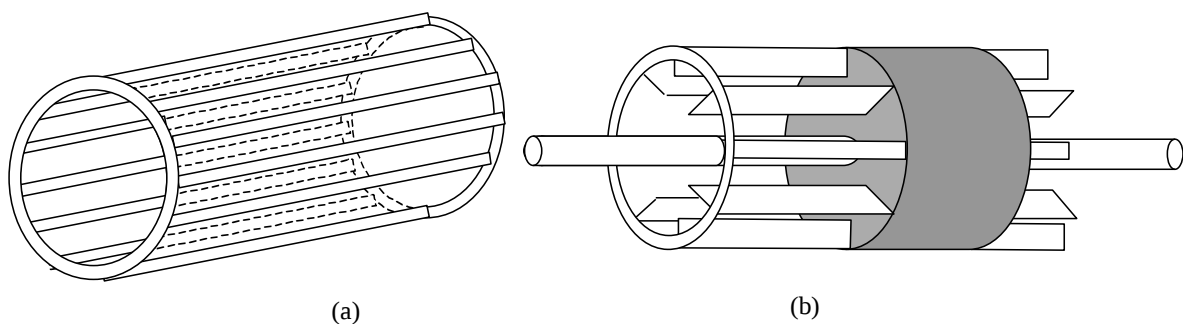


Figura 6.6. Rotor tipo jaula de ardilla.

Por su parte el rotor bobinado es más complejo, los enrollados son similares a los del estator y conservan el mismo número de polos. Internamente las fases se encuentran conectadas en configuración estrella y los terminales libres de las bobinas están conectados a anillos rozantes montados sobre el eje de la máquina (ver Figura 6.7). La placa de terminales se conecta con los anillos mediante carbones.

En general, los aspectos constructivos de este rotor hacen que la máquina pierda los atributos de simplicidad y mantención respecto de la máquina con rotor tipo jaula de ardilla, sin embargo, el hecho de tener acceso a los anillos rozantes permite agregar resistencias a los enrollados para mejorar las condiciones de partida del motor o bien controlar la potencia generada en ante un cambio en la velocidad de giro del eje en el caso de la operación como generador.

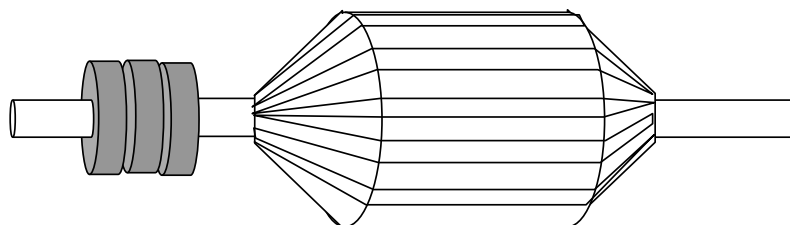


Figura 6.7. Rotor bobinado.

6.4. Modelo Equivalente monofásico del Motor de Inducción

Una máquina de inducción corresponde a un sistema trifásico equilibrado⁽⁵⁾, por lo cual su desempeño es posible de caracterizar a través de un circuito equivalente por fase.

Dado que la máquina funciona a través del principio de inducción, su circuito equivalente es muy similar al de un transformador monofásico, considerando el estator como el primario y el rotor como el secundario. La diferencia con respecto al transformador es que la frecuencia de las variables eléctricas inducidas en el rotor (f_r) son distintas a las del estator (f), por lo cual el transformador, que es un dispositivo estático, corresponde al caso particular en que la máquina de inducción está detenida, es decir, $\omega_m = 0$ y consecuentemente $S=1$ ($\omega_s = \omega_r$).

De este modo es posible definir la relación de transformación de la máquina de inducción de acuerdo al esquema de la figura 6.8.

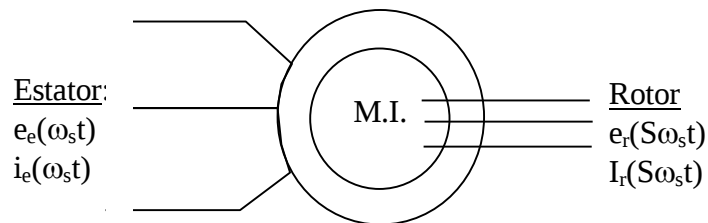


Figura 6.8. Relación de transformación.

Tal como se muestra en la figura, la frecuencia eléctrica de las variables rotóricas debe corregirse en función del deslizamiento S .

Es importante destacar que la expresión $S \cdot \omega_s$ representa físicamente la velocidad del campo magnético rotatorio del rotor respecto de sí mismo, por lo tanto se trata de una velocidad relativa. Para obtener la velocidad en términos absolutos debe sumarse la velocidad de giro mecánica del rotor con lo cual la velocidad de la fuerza magnetomotriz es $S \cdot \omega_s + \omega_m$ que corresponde a la velocidad sincrónica ω_s .

Desde el punto de vista del circuito equivalente, el hecho que las variables de rotor y estator compartan una misma frecuencia (frecuencia sincrónica) permite que todos los cálculos sean realizados en forma fasorial al igual que en el caso del transformador. Conforme a esto, el circuito equivalente por fase de la máquina de inducción es el que se muestra en la figura 6.9.

⁽⁵⁾ Esta afirmación asume que los desgastes eléctricos y mecánicos han sido parejos en cada una de las fases.

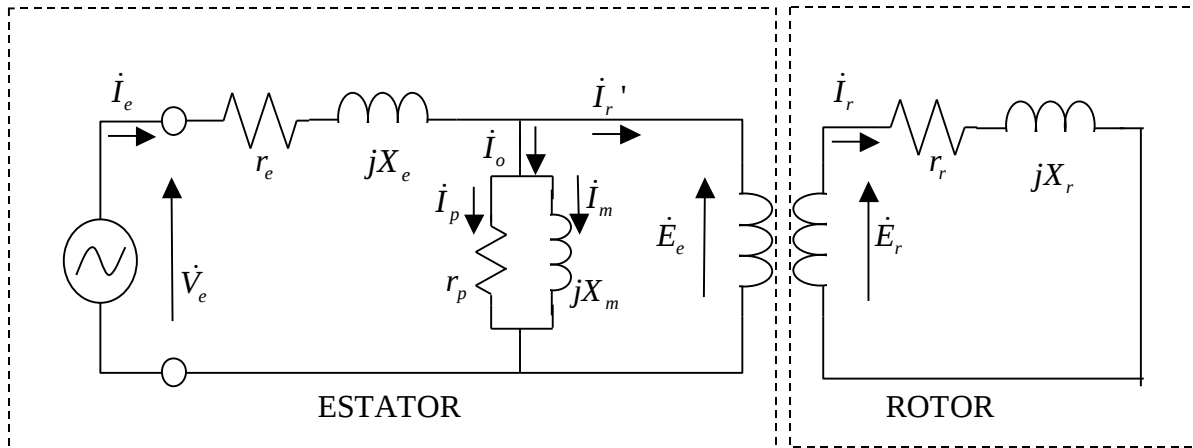


Figura 6.9. Circuito equivalente por fase (general).

La deducción del circuito de la figura es análoga a la desarrollada en el capítulo 3 para el caso del transformador:

- Las resistencias r_e y r_r representan las pérdidas en los enrollados de estator y rotor respectivamente.
- Las inductancias X_e y X_r modelan las pérdidas por flujos de fuga en el estator y rotor respectivamente.
- La rama paralela en el estator representa las pérdidas en vacío tales como pérdidas en el hierro en el estator y rotor, pérdidas por roce (que son función de la velocidad) y pérdidas adicionales.

Para poder observar el comportamiento de la máquina de inducción a partir del circuito equivalente es necesario determinar como afecta el deslizamiento a la magnitud de los parámetros del rotor, es decir, encontrar una razón de transformación entre las variables del rotor y estator:

- 1) Para establecer la relación entre las magnitudes de $\dot{E}_e$ y $\dot{E}_r$, se considera el principio de inducción analizado en el capítulo 3, obteniendo ecuaciones análogas a la ecuación (3.10) vista en transformadores:

$$\begin{aligned} E_e &= |\dot{E}_e| = 4,44 \cdot f \cdot N_e \cdot \phi \\ E_r &= |\dot{E}_r| = 4,44 \cdot S \cdot f \cdot N_r \cdot \phi \end{aligned} \quad (6.18)$$

Donde:

f es la frecuencia de alimentación (estator).

N_e es el numero de espiras del estator.

N_r es el numero de espiras del rotor.

ϕ es el flujo mutuo que es enlazado tanto por el rotor como por el estator.

De este modo:

$$\frac{E_e}{E_r} = \frac{N_e}{S \cdot N_r} = \frac{a}{S} \quad (6.19)$$

Donde:

$$a = \frac{N_e}{N_r}$$

- 2) En el caso de las corrientes se considera la relación entre las fuerzas magnetomotrices del rotor y estator y el flujo mutuo enlazado de acuerdo con la ecuación (2.17):

$$\begin{aligned} R \cdot \phi &= N_e \cdot I_r' = N_r \cdot I_r \\ \frac{I_r'}{I_r} &= \frac{N_r}{N_e} = \frac{1}{a} \end{aligned} \quad (6.20)$$

Donde:

I_r' es la corriente efectiva que produce el flujo mutuo (descontada la corriente de pérdida de la rama de paralela del estator), $I_r' = |\vec{I}_r'|$.

I_r es la corriente efectiva inducida en el rotor ($I_r = |\vec{I}_r|$).

- 3) Para las magnitudes entre las impedancias se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_e &= r_e + j \cdot \omega_s \cdot L_e = r_e + j \cdot X_e \\ \dot{Z}_r &= r_r + j \cdot S \cdot \omega_s \cdot L_r = r_r + j \cdot S \cdot X_r \end{aligned} \quad (6.21)$$

Donde:

$\dot{Z}_e$ es la impedancia del estator.

$\dot{Z}_r$ es la impedancia del rotor.

Además:

$$\dot{Z}_r = \frac{\dot{E}_r}{\dot{I}_r} = \frac{S}{a} \cdot \frac{\dot{E}_e}{a \cdot \dot{I}_r'} = \frac{S}{a^2} \cdot \dot{Z}_r' \Rightarrow \frac{\dot{Z}_r'}{\dot{Z}_r} = \frac{a^2}{S} \quad (6.22)$$

Donde $\dot{Z}_r'$ es la impedancia del rotor referida al estator.

Analizando el caso particular de las componentes resistiva e inductiva de la impedancia del rotor se tiene:

$$\dot{Z}_r' = \frac{a^2}{S} (r_r + j \cdot S \cdot X_r) = \left(\frac{a^2 \cdot r_r}{S} + j \cdot a^2 \cdot X_r \right) \dot{Z}_r' \quad (6.23)$$

Se define:

$$\begin{aligned} r_r' &= a^2 \cdot r_r \\ X_r' &= a^2 \cdot X_r \end{aligned} \quad (6.24)$$

Por lo tanto la expresión (6.23) puede escribirse como:

$$\dot{Z}_r' = \frac{r_r'}{S} + jX_r' \quad (6.25)$$

Conforme al análisis anterior se obtiene el circuito equivalente por fase referido al estator de la figura 6.10.

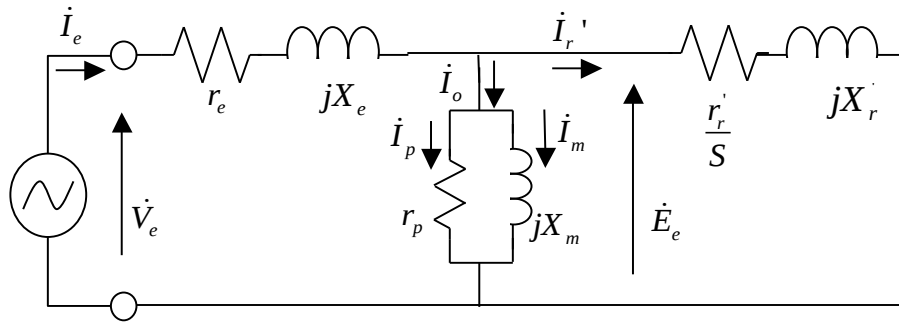


Figura 6.10. Circuito equivalente por fase (referido al estator).

Es común que, en el circuito presentado en la figura 6.10, la resistencia del rotor $\frac{r_r'}{S}$ sea representada como una resistencia fija (independiente del deslizamiento) más una resistencia variable. De este modo se tiene una analogía de un circuito con carga tal como muestra la figura 6.11.

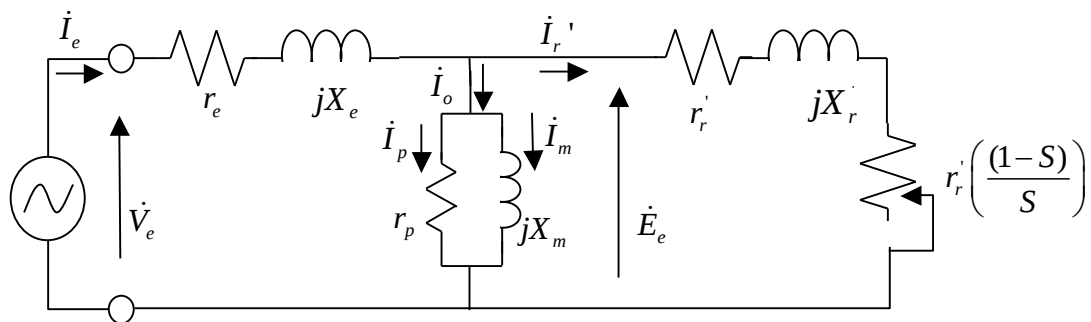


Figura 6.11. Circuito equivalente por fase (con carga representada).

De este modo, r_r' representa la resistencia equivalente de los enrollados de rotor referidos al estator y la expresión $r_r' \left(\frac{1-S}{S} \right)$ corresponde a la resistencia en el eje, es decir, a la carga mecánica de la máquina.

Como la carga en el eje es función del deslizamiento S , se tiene que:

- Cuando el motor está en vacío : $r_r' \left(\frac{(1-S)}{S} \right) \rightarrow \infty$ por lo cual $S \rightarrow 0$ y $\omega_r = \omega_s$.
- Cuando el motor está detenido: $r_r' \left(\frac{(1-S)}{S} \right) \rightarrow 0$ por lo cual $S=1$ y $\omega_r = 0$.

6.5. Cálculo de Parámetros

Desde el punto de vista práctico, es posible determinar los parámetros del circuito equivalente monofásico de una máquina de inducción real mediante las pruebas de circuito abierto y cortocircuito que, en este caso en particular, se denominan “prueba en vacío” y “prueba de rotor bloqueado” respectivamente.

6.5.1. Prueba en vacío.

La prueba en vacío (sin carga mecánica en el eje) permite determinar la rama paralela del estator en el circuito equivalente de la máquina de inducción.

La prueba se realiza de modo que la única corriente circulante sea I_0 . Para ello, se procede a llevar la máquina a velocidad síncrona mediante una máquina motriz externa. De modo que el deslizamiento es nulo ($S=0$) y la expresión correspondiente a la carga mecánica $r_r' \left(\frac{(1-S)}{S} \right)$ tiende a infinito (ver figura 6.12).

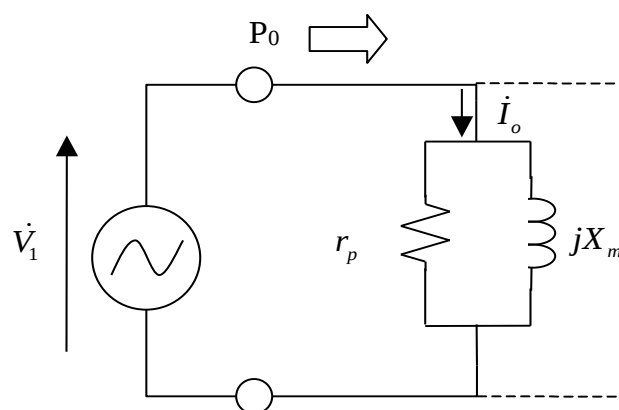


Figura 6.12. Prueba de en vacío.

Al igual que en el caso del transformador la prueba se realiza con voltaje y frecuencia nominal en el estator. Dado que la impedancia paralela es grande, la corriente circulante durante la prueba es mas bien pequeña, con lo cual es válido omitir la rama serie del estator.

Las mediciones obtenidas en la prueba son el voltaje aplicado al estator (V_1), la corriente circulante (I_0) y la potencia activa (P_0). Con esta información es posible calcular:

$$r_p = \frac{V_1^2}{P_0} \quad (6.26)$$

$$x_m = \frac{V_1^2}{Q_0} \quad (6.27)$$

$$Q_0 = \sqrt{(V_1 I_0)^2 - P_0^2} \quad (6.28)$$

6.5.2. Prueba de rotor bloqueado.

La prueba de rotor bloqueado es análoga a la prueba de cortocircuito del transformador, es decir, permite encontrar los parámetros de la rama serie de la máquina de inducción.

Para ello se procede a detener (mediante una fuerza externa) en rotor de la máquina de modo que es deslizamiento sea unitario y la expresión $r_r' \left(\frac{1-S}{S} \right)$ tienda cero (ver figura 6.13).

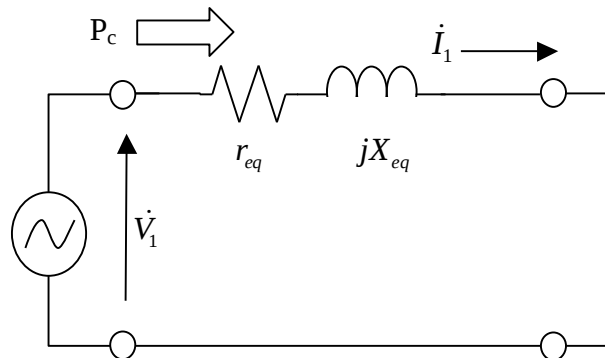


Figura 6.13. Prueba de corto circuito

En este caso, la prueba debe efectuarse a voltaje V_1 reducido, de modo que la corriente I_1 sea la corriente nominal (para no dañar los enrollados). Esto implica que las pérdidas en la rama paralela pueden despreciarse obteniendo directamente los valores de la rama serie.

De acuerdo con la figura 6.13, la rama serie, mediante los valores r_{eq} y X_{eq} , representan los valores de estator y rotor según las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} r_{eq} &= r_e + r_r' \\ X_{eq} &= X_e + X_r' \end{aligned} \quad (6.29)$$

Al igual que en el caso anterior, las mediciones obtenidas en la prueba son el voltaje aplicado al estator (V_1), la corriente circulante (I_1) y la potencia activa (P_c).

Así, los parámetros quedan dados por:

$$r_{eq} = \frac{P_c}{I_1^2} \quad (6.30)$$

$$X_{eq} = \frac{Q_c}{I_1^2} \quad (6.31)$$

Con

$$Q_c = \sqrt{(V_1 I_1)^2 - P_c^2} \quad (6.32)$$

Además, al igual que en el caso del transformador, puede suponerse con buena aproximación que:

$$\begin{aligned} r_e &= r_r' = 0,5 \cdot r_{eq} \\ X_e &= X_r' = 0,5 \cdot X_{eq} \end{aligned} \quad (6.33)$$

6.6. Análisis del motor de inducción a partir del Modelo Equivalente.

6.6.1. Potencia transferida al eje.

La potencia monofásica transferida al eje corresponde a la potencia transferida al rotor:

$$P_{rotor} = \frac{r_r'}{S} \cdot (I_r')^2 \quad (6.34)$$

Sin embargo parte de esta potencia se pierde en calor:

$$P_{perd} = r_r' \cdot (I_r')^2 \quad (6.35)$$

Por lo tanto la potencia efectiva transferida al eje es:

$$P_{mec} = r_r' \cdot \left(\frac{1-S}{S} \right) \cdot (I_r')^2 \quad (6.36)$$

Para el caso trifásico basta con multiplicar la potencia monofásica por tres:

$$P_{mec3\phi} = 3 \cdot r_r' \cdot \left(\frac{1-S}{S} \right) \cdot (I_r')^2 \quad (6.37)$$

6.6.2. Torque electromagnético.

A partir de la ecuación (6.37) es posible obtener la siguiente expresión para el torque electromecánico:

$$T_{3\phi} = \frac{P_{mec3\phi}}{\omega_m} = \frac{3 \cdot r_r' \cdot \left(\frac{1-S}{S} \right) \cdot (I_r')^2}{(1-S) \cdot \omega_s} = \frac{1}{\omega_s} \cdot \left[\frac{3 \cdot r_r' \cdot (I_r')^2}{S} \right] \quad (6.38)$$

El valor de la corriente $I_r' = |\dot{I}_r'|$ se obtiene al resolver el circuito de la figura 6.10:

$$\dot{I}_r' = \frac{\dot{V}_e}{\left(r_e + \frac{r_r'}{S} \right) + j \cdot (X_e + X_r')} \quad (6.39)$$

Con lo cual:

$$T_{3\phi} = \frac{3 \cdot r_r'}{S \cdot \omega_s} \cdot \frac{V_e^2}{\left(r_e + \frac{r_r'}{S} \right)^2 + (X_e + X_r')^2} \quad (6.40)$$

El torque máximo en función del deslizamiento es:

$$\frac{\partial T_{3\phi}}{\partial S} = 0 \Rightarrow T_{\max} = \frac{3}{2 \cdot \omega_s} \cdot \frac{V_e^2}{r_e^2 + \sqrt{r_e^2 + (X_e + X_r')^2}} \quad (6.41)$$

Es importante mencionar que la ecuación (6.41) muestra que el valor del torque máximo no depende de la resistencia r_r' . Sin embargo, no ocurre lo mismo al considerar el deslizamiento al cual se produce dicho torque:

$$S_{T_{\max}} = \frac{r_r'}{\sqrt{r_e^2 + (X_e + X_r')^2}} \quad (6.42)$$

En este caso es posible controlar la velocidad a la que se produce el valor máximo del torque mediante la resistencia rotórica. Esta particularidad permite que, en los motores de inducción de rotor bobinado (donde es posible agregar resistencias en forma externa), lo usual sea hacer coincidir el torque máximo con la partida y una vez llegado al régimen permanente, cortocircuitar las resistencias rotóricas para disminuir las pérdidas de potencia en ellas.

Conforme a lo anterior, las ecuaciones (6.41) y (6.42) permiten determinar la curva de torque-velocidad de la máquina de inducción (figura 6.14) y como se desplaza esta curva al cambiar el deslizamiento en el que se produce el torque máximo (figura 6.15).

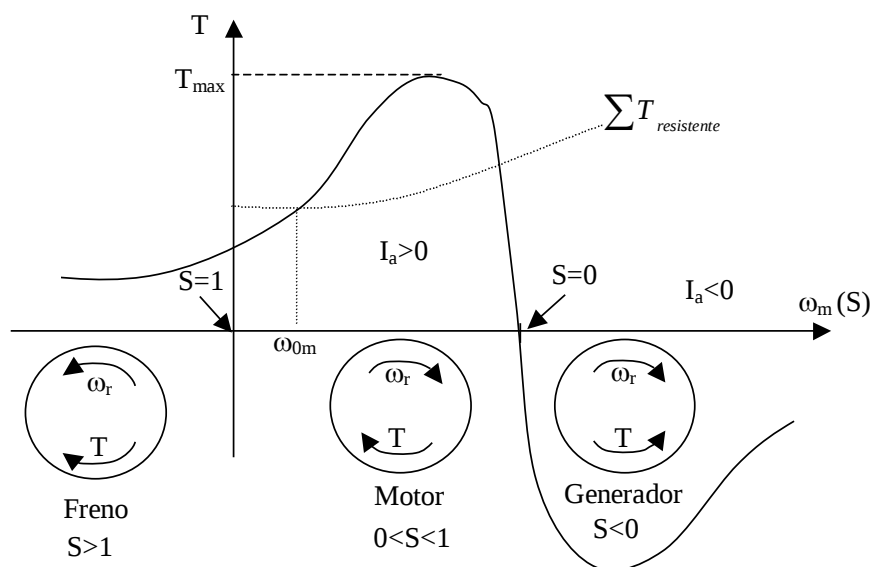


Figura 6.14. Curva Torque-velocidad

En la figura 6.14, el torque comienza a aumentar desde la partida hasta llegar a un máximo que se produce en un deslizamiento en torno al 95%. Pasado este punto, el torque desciende bruscamente debido a que si el rotor alcanza la velocidad sincrónica ($S=0$) significa que está girando junto con el campo magnético rotatorio y en esta situación los flujos enlazados no varían en el tiempo, las corrientes inducidas en el rotor son nulas y en consecuencia el torque generado es cero. Posteriormente, si la velocidad de giro del rotor aumenta por sobre la velocidad sincrónica (mediante una máquina motriz externa), entonces la corriente de armadura se invierte y la máquina comienza a actuar como generador.

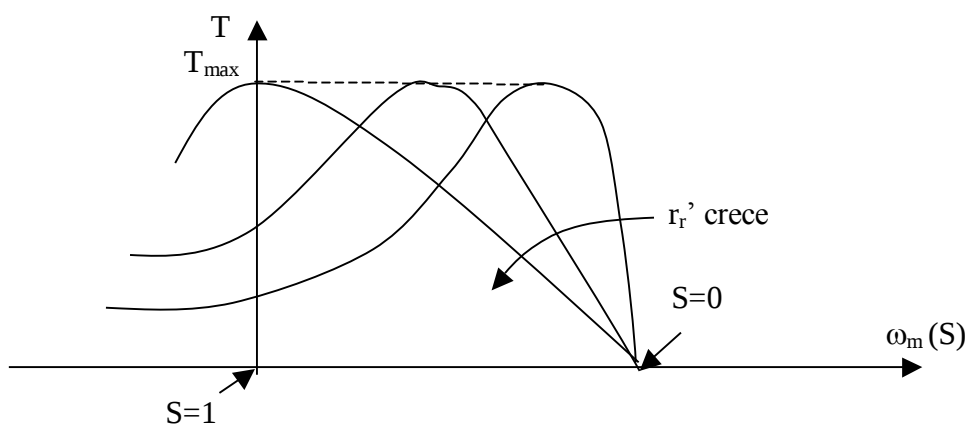


Figura 6.15. Curva Torque-velocidad en función de r_r' .

En la figura 6.15 se aprecia como se traslada el valor máximo del torque al cambiar la resistencia rotórica. De este modo, una resistencia rotórica alta permite acercar el torque máximo a la partida, lo cual representa una gran ventaja en aplicaciones donde se debe vencer una gran inercia en la partida.

Además, la variación de la resistencia rotórica también permite controlar el valor de la corriente en la partida, la cual suele ser entre 5 a 7 veces la corriente nominal de acuerdo con la ecuación (6.39) (ver figura 6.16).

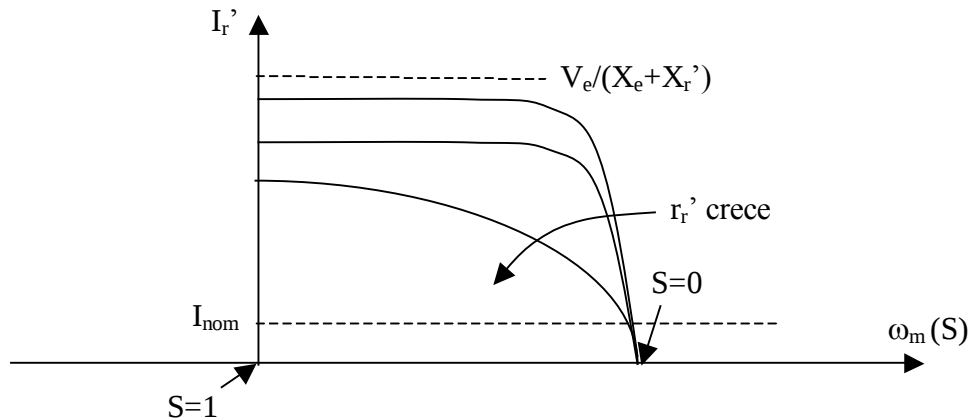


Figura 6.16. Curva Corriente rotórica-velocidad en función de r_r' .

De este modo, el aumento de la resistencia rotórica no solo mejora la magnitud del torque de partida, sino que además permite limitar la corriente de partida que normalmente, debido a su alto valor, es dañina para el motor.

6.6.3. Punto de operación.

Tal como muestra la figura 6.14, cuando la máquina opera como motor de inducción, se tiene que el punto de operación de equilibrio frente a una determinada carga en el eje (ω_{0m}), corresponde a aquel punto donde el torque generado por la máquina se iguala a suma de los torques resistentes ($T_{mec} = T_r$).

En efecto, visto desde un punto de vista transiente, la partida o cualquier otro cambio en las referencias de velocidad o carga mecánica en torno a un punto de operación, produce un torque acelerante dado por:

$$T_{ac} = T_{mec}(s) - T_r(s) \quad (6.43)$$

Donde:

T_{ac} es el torque acelerante.

T_r es el torque resistente.

Este torque corresponde a un torque transiente que desaparece una vez que se llega a régimen permanente, definiendo un nuevo punto de operación donde los torques resistente y generado son idénticos (ω_{0m}).

Visto desde un punto de vista mecánico, la expresión (6.43) puede igualarse a:

$$T_{ac} = J \frac{\partial \omega_m}{\partial t} = J \frac{\partial (1-S)\omega_s}{\partial t} = -J\omega_s \frac{\partial S}{\partial t} \quad (6.44)$$

Donde:

J es la inercia del motor.

La ecuación (6.44) indica que si el cambio en las referencias generan un torque acelerante positivo, entonces la nueva velocidad de giro (ω_m) será mayor a la actual, en cambio si el torque acelerante es negativo la máquina se estabilizará en una velocidad menor respecto al caso original.

Por otra parte, el hecho que el motor tenga asociada una inercia implica que el cambio en el punto de operación) no es instantáneo, lo que se traduce en que, dado que la velocidad síncrona no varía, el deslizamiento sea el que determine la velocidad de respuesta del motor ($S=S(t)$).

6.7. Motor de inducción monofásico

Este tipo de motores está ampliamente difundido en aplicaciones de baja potencia, principalmente en aparatos de uso doméstico y pequeñas industrias artesanales. El motor tipo jaula de ardilla resulta muy apropiado en estas aplicaciones debido a que, en general no existen grandes requerimientos de control y la velocidad de giro suele ser constante. Por su parte, debido a características de tamaño (volumen por unidad de potencia), complejidad y costo, el motor de inducción de rotor bobinado no se usa en este tipo de funciones.

El motor de inducción monofásico tiene el mismo principio de funcionamiento de que el motor trifásico, con la salvedad que el campo magnético rotatorio del estator se encuentra conformado por el aporte de una sola fase.

Sin pérdida de generalidad se puede suponer:

$$\begin{aligned} I_a &= I_m \cos(\omega t) \\ F_e &= N_e \cdot I_a \cdot \cos(\theta) \end{aligned} \quad (6.45)$$

Donde:

I_m es la corriente máxima de alimentación

F_e es la fuerza magnetomotriz generada por el estator

N_e es el número de espiras del estator

θ es el ángulo que determina la posición donde está siendo calculada la fuerza magnetomotriz del estator.

La ecuación anterior puede escribirse como:

$$F_e = N_e \cdot I_m \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\theta) = F_m \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\theta) \quad (6.46)$$

$$F_e = \frac{1}{2} F_m \cdot \cos(\theta - \omega t) + \frac{1}{2} F_m \cdot \cos(\theta + \omega t)$$

La expresión (6.44) corresponde a una fuerza magnetomotriz pulsante cuya magnitud depende de la posición física arbitraria definida por el ángulo θ . Por otra parte, también representa dos ondas viajeras que se mueven a la misma velocidad pero en sentidos opuestos.

Considerando que el rotor debe girar en uno de estos sentidos es factible definir:

$$F_e = F_e^+ + F_e^- \quad (6.47)$$

$$F_e^+ = \frac{1}{2} F_m \cdot \cos(\theta - \omega t), \quad F_e^- = \frac{1}{2} F_m \cdot \cos(\theta + \omega t)$$

Donde

F_e^+ corresponde a la componentes de la fuerza magnetomotriz que gira en el mismo sentido que el rotor.

F_e^- corresponde a la componentes de la fuerza magnetomotriz que gira en sentido contrario al rotor.

Las dos fuerzas magnetomotrices definidas actúan en forma independiente, superpuesta la una con la otra, por lo cual es posible describir el torque del motor monofásico como:

$$T_e = T_e^+ + T_e^- \quad (6.48)$$

$$T_e^+ = F_e^+ \cdot F_r^+ \cdot \sin(\delta_{er}), \quad T_e^- = F_e^- \cdot F_r^- \cdot \sin(\delta_{er}),$$

La ecuación (6.48) establece que la característica de torque de este motor es la resultante de la acción combinada de ambos campos magnéticos rotatorios. Considerando que cada uno de estos campos genera una curva de torque-velocidad como la mostrada en la figura 6.14, se tiene la curva característica mostrada en la figura 6.17.

En general, esta máquina va a presentar las siguientes características:

- El torque inicial es nulo.
- Consecuentemente, el sentido de giro del motor va a estar determinado por el impulso inicial.
- Se requiere de una baja resistencia rotórica para tener buena característica de torque.

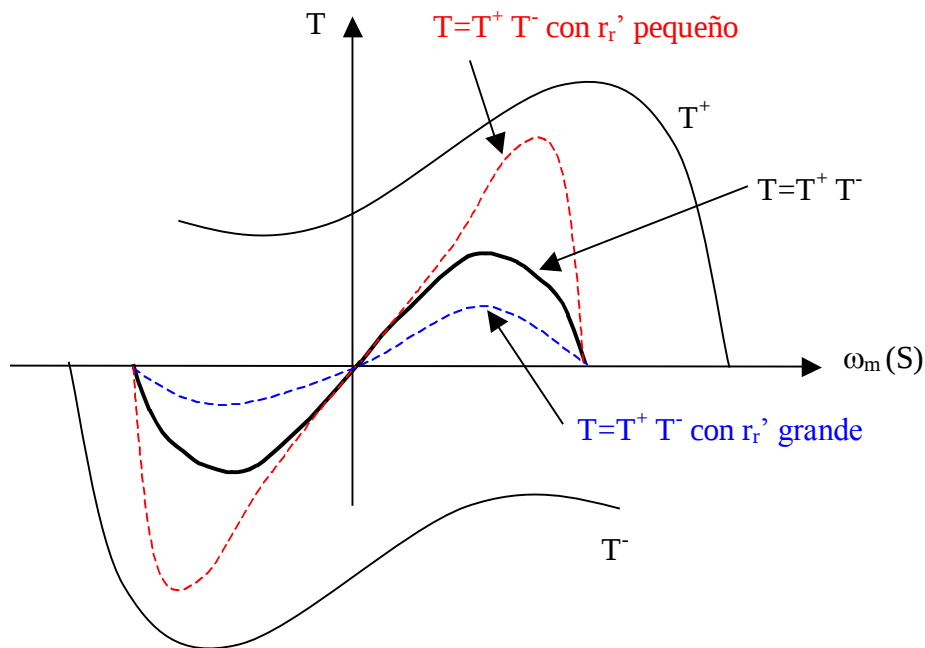


Figura 6.17. Curva Torque-velocidad (motor monofásico).

El torque de arranque nulo de este tipo de motores hace que sea imprescindible usar mecanismos de partida, es decir mecanismos que permitan crear un campo magnético rotatorio inicial. Para lograrlo existen diversos métodos:

- Fase de partida o campo dividido: consiste en colocar un segundo enrollado en el estator, ubicado físicamente en cuadratura con el enrollado principal de modo de crear un campo magnético rotatorio inicial. Este campo aparece solo en la partida ya que en general los motores cuentan con un interruptor centrífugo que desconecta el enrollado auxiliar cuando se alcanza la velocidad de operación.
Las condiciones para la existencia del este campo magnético rotatorio es que exista un desfase entre las corrientes que alimentan ambos enrollados de estator, ya que de lo contrario el campo total obtenido es pulsante y se anula en el instante de partida.
Los métodos para crear el desfase entre los enrollados pueden ser resistivos o capacitivos, en el primer caso se crea un enrollado auxiliar con una resistencia eléctrica muy alta de modo de cambiar el ángulo de la impedancia. En el segundo caso, se coloca un condensador en serie con la bobina, logrando cambiar el desfase de corriente y voltaje.
- Método de arranque con espira de sombra: este método consiste en colocar una espira en cortocircuito la cual enlaza parte de la cara polar del estator. Al parecer un campo magnético, se inducirá una corriente en la espira que generará un campo y un pequeño torque inicial que saca al motor del reposo.

6.8 APLICACIÓN: UN NUEVO ESQUEMA DE ANÁLISIS DE FALLAS MEDIANTE LA MEDICIÓN DE LA CORRIENTE DE ESTATOR EN MOTORES DE INDUCCIÓN

6.8.1 INTRODUCCIÓN

El mantenimiento predictivo es una disciplina que día a día cobra más importancia, debido a que fundamentalmente su aplicación ha significado grandes ahorros económicos en la industria como consecuencia de la disminución de los tiempos de falla de procesos industriales. Una de las variantes del mantenimiento predictivo es el monitoreo en línea de equipos donde se han implementado diferentes métodos como el análisis de vibraciones, análisis cromatográfico, medición de temperaturas, estimación de niveles de ruido, etc.. Uno de éstos es el monitoreo en línea de la corriente del estator, temática que se viene investigando desde principios de los años 80 [1].

Mediante la aplicación de esta metodología a motores de inducción con rotor de jaula de ardilla en régimen permanente se busca detectar tres tipos de fallas:

- Rotura de barras en el rotor.
- Cortocircuito entre espiras del estator.
- Fallas en rodamientos.

Durante la etapa de simulación se hizo uso de modelos desarrollados previamente [2-3], donde se pueden identificar fenómenos como saturación, ranurado, excentricidades dinámicas y estáticas, y la rotura de barras. Éstos métodos se complementaron con la adición de los efectos producidos por fallas en rodamientos, ya que en trabajos anteriores se lograron establecer las frecuencias en las cuales es posible detectar una falla de este tipo [4-5]. También se analizaron mediciones tomadas experimentalmente en [6], donde se trabajó con pequeños motores de 5.5 HP. Finalmente se estudiaron señales obtenidas en terreno, las cuales fueron extraídas de motores que funcionan en faenas mineras, y consistieron en mediciones de corriente de estator y del flujo axial. Este último se utilizó como herramienta para detectar los cortocircuitos en bobinas del estator, gracias a los estudios previos descritos en [7].

Una vez establecidas las frecuencias características de las fallas a estudiar y diferenciadas las señales obtenidas, se les aplicó la Transformada Hilbert para poder así obtener la envolvente y de esta manera eliminar la presencia de la componente fundamental (50 Hz). Al procesar estas envolventes con la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y analizar su espectro de frecuencias se observa un desplazamiento de éstas, lo que obliga a reformular las frecuencias descritas con anterioridad permitiendo así la implantación de un nuevo esquema para la detección de fallas, pues al eliminarse la componente fundamental se hace mucho más fácil interpretar el espectro de frecuencias y controlar la evolución de una anomalía en el motor.

6.8.2 LA TRANSFORMADA HILBERT

Cuando una señal real $x(t)$ y su Transformada Hilbert $y(t)=\mathcal{H}\{x(t)\}$, son usadas para formar una nueva señal compleja [8],

$$z(t) = x(t) + jy(t) \quad (2.1)$$

La señal $z(t)$ es la *Señal Analítica* correspondiente a $x(t)$. La señal $z(t)$ tiene la propiedad de que todas las frecuencias negativas de $x(t)$ han sido filtradas. En efecto, supóngase que la señal $x(t)$ está compuesta por una componente de frecuencia positiva y otra de frecuencia negativa:

$$\begin{aligned} x_+(t) &= e^{j\omega_0 t} \\ x_-(t) &= e^{-j\omega_0 t} \end{aligned} \quad (2.2)$$

La transformada $y(t)$ se obtiene agregando un desfase de $+90^\circ$ a las componentes de frecuencia negativas y uno de -90° a las positivas [8],

$$\begin{aligned} y_+(t) &= e^{j\omega_0 t} \cdot e^{-j\pi/2} = -je^{j\omega_0 t} \\ y_-(t) &= e^{-j\omega_0 t} \cdot e^{j\pi/2} = je^{-j\omega_0 t} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Sumando ahora (2.5) y (2.6) se obtiene [18],

$$\begin{aligned} z_+(t) &= x_+(t) + jy_+(t) = e^{j\omega_0 t} + j(-je^{j\omega_0 t}) = 2e^{j\omega_0 t} \\ z_-(t) &= x_-(t) + jy_-(t) = e^{-j\omega_0 t} + j(je^{-j\omega_0 t}) = 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

De esta forma, las componentes negativas han sido completamente filtradas y las positivas aumentadas al doble. Si se aplicara este análisis a las funciones $\sin(\omega_0 t)$ y $\cos(\omega_0 t)$ se puede deducir la correspondiente Transformada Hilbert de cada una, siendo éstas $-\cos(\omega_0 t)$ y $\sin(\omega_0 t)$ respectivamente. Es por esto que también se asocia la Transformada Hilbert a un continuo cambio entre senos y cosenos.

6.8.3 DEMOSTRACIÓN ANALÍTICA DE LA ENVOLVENTE DE UNA SEÑAL

La envolvente de una señal se puede definir matemáticamente como,

$$E(t) = |z(t)| = |x(t) + jy(t)| \quad (3.1)$$

es decir, el valor absoluto de la señal analítica mencionada anteriormente.

Para comprender aún más este concepto es útil analizar el caso siguiente: Supóngase que se quiere encontrar la envolvente de la corriente de estator de un motor que presenta fallas en el rotor, caracterizada por la presencia de la frecuencia $2sf$ y que por lo tanto podemos expresarla como:

$$I_M = A \sin(\omega t) + B \sin[(\omega + 2s\omega)t] \quad (3.2)$$

Entonces, se procede a plantear nuestra señal original y su Transformada Hilbert

$$\begin{aligned} x(t) &= A \sin(\omega t) + B \sin[(\omega + 2s\omega)t] \\ y(t) &= -A \cos(\omega t) - B \cos[(\omega + 2s\omega)t] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ahora se calcula la señal analítica obteniéndose,

$$z(t) = -je^{j\omega t} [A + Be^{j2s\omega t}] \quad (3.4)$$

Finalmente encontrada una expresión para $z(t)$ se procede a calcular su módulo, encontrando:

$$E(t) = |z(t)| = |A + Be^{j2s\omega t}| \quad (3.5)$$

Ahora bien, ¿qué significado tiene esta expresión?. Se puede observar claramente que la frecuencia fundamental no tiene ningún tipo de interferencia y que por el contrario está presente una variación de la frecuencia fundamental dos veces deslizada, que corresponde a la falla en sí. Por lo tanto, se podría afirmar que la envolvente es la magnitud de la suma de la amplitud de la componente fundamental y el fasor B que oscila a la frecuencia de falla. Para corroborarlo se puede analizar la expresión para distintos valores de $2s\omega t$ y graficarlos, como lo enseñan la Tabla 1 y la Figura 1.

TABLA 1 - Variación de la magnitud de la Envolvente

$2s\omega t$	$ E(t) $
0	A+B
$\pi/2$	$\sqrt{A^2 + B^2}$
π	A-B
$3\pi/2$	$\sqrt{A^2 + B^2}$
2π	A+B

Como se puede observar en la Figura 1, se puede ver la variación de la sinusoide a frecuencia $2s\omega$ y alrededor de la componente fundamental de magnitud A

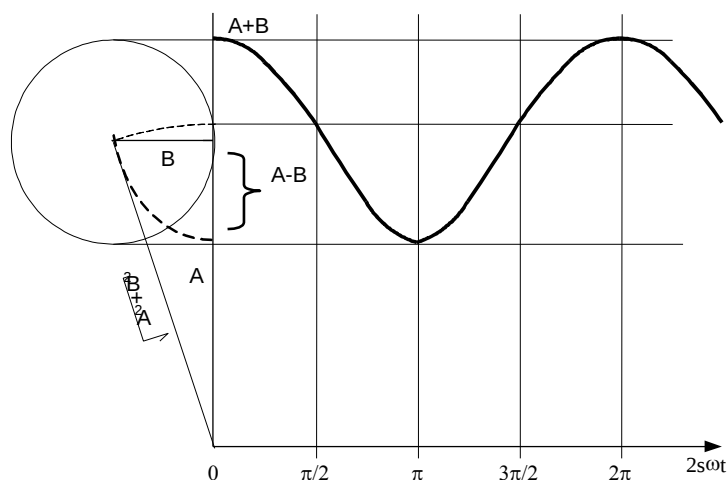


FIGURA 1 - Envolvente de una corriente con falla

6.8.4 FORMAS DE ONDA EN MOTORES DE INDUCCIÓN

La forma de onda para un motor sano consiste básicamente en una senoide perfecta a frecuencia fundamental. Cuando se trata de una señal real esta presenta pequeñas imperfecciones debidas a diferentes fenómenos entre los cuales merecen ser destacados el efecto de un convertidor de frecuencia, si la máquina se alimenta a través de este, y desbalances de tensión. Los motores que presentan fallas poseen formas de onda muy similares a los motores sanos, por lo cual las fallas no son previsible a simple vista.

Una manera novedosa de poder extraer las fenomenologías de las fallas es por medio del análisis de envolvente, pues cuando se analiza esta se puede observar que en un motor sano tiende a ser una línea recta y cuando se trata de un motor con falla presenta una oscilación de baja frecuencia. Además se tiene la gran ventaja de que se elimina el efecto de la frecuencia fundamental cuando se hacen análisis espectrales, pudiendo emitir juicios más certeros en la detección.

A continuación se pueden observar las corrientes de estator para un motor sano y otro con falla.

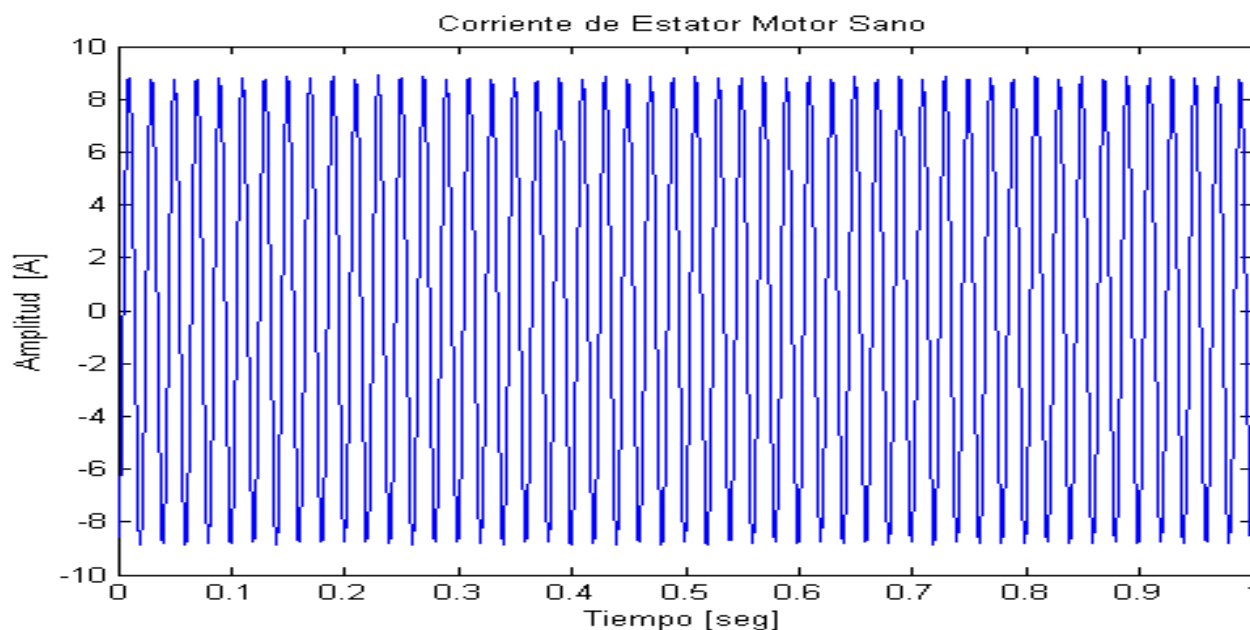


FIGURA 2 – Corriente de estator de un motor sano

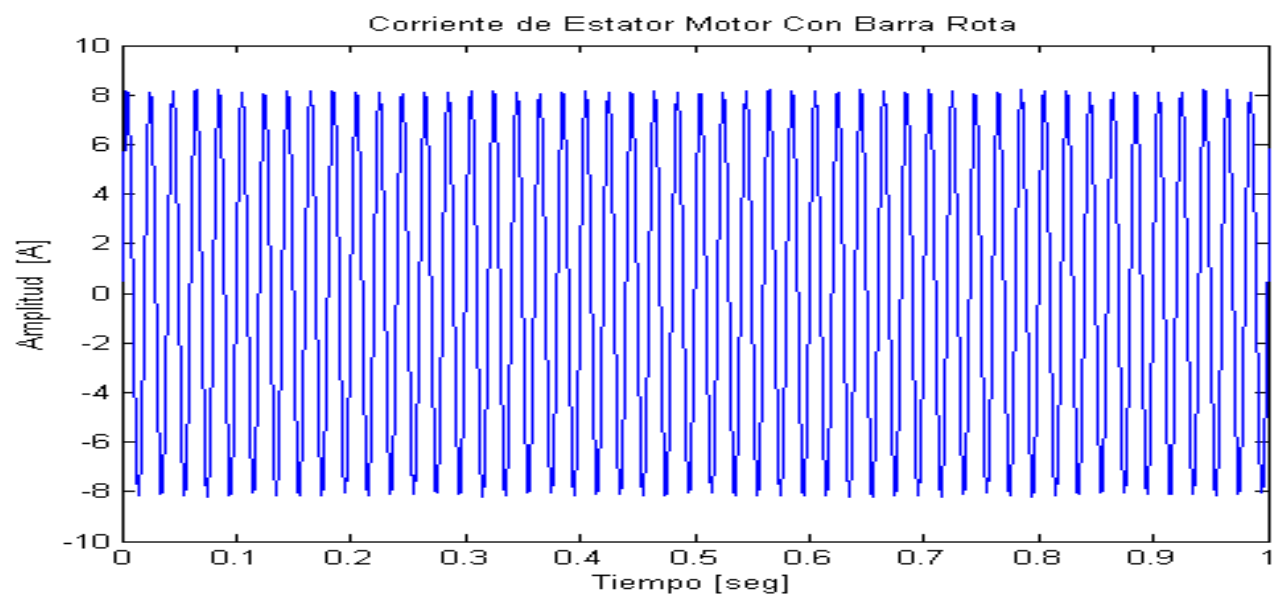


FIGURA 3 – Corriente de estator de un motor con falla

De igual manera también se ilustran las envolventes de las corrientes de estator mostradas anteriormente,

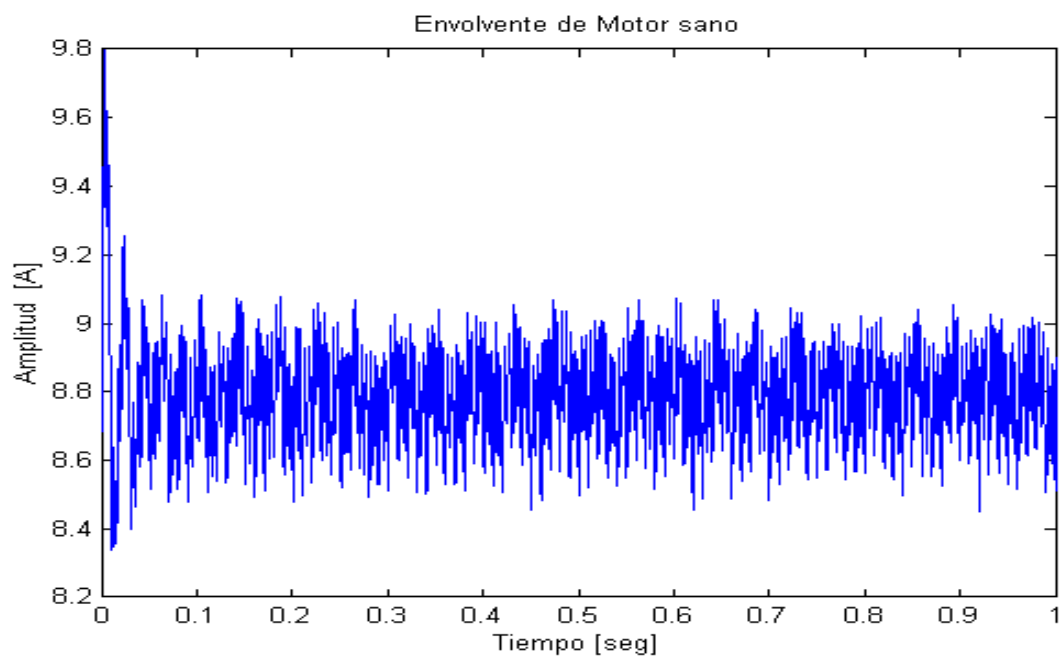


FIGURA 4 - Envolvente de una corriente con falla

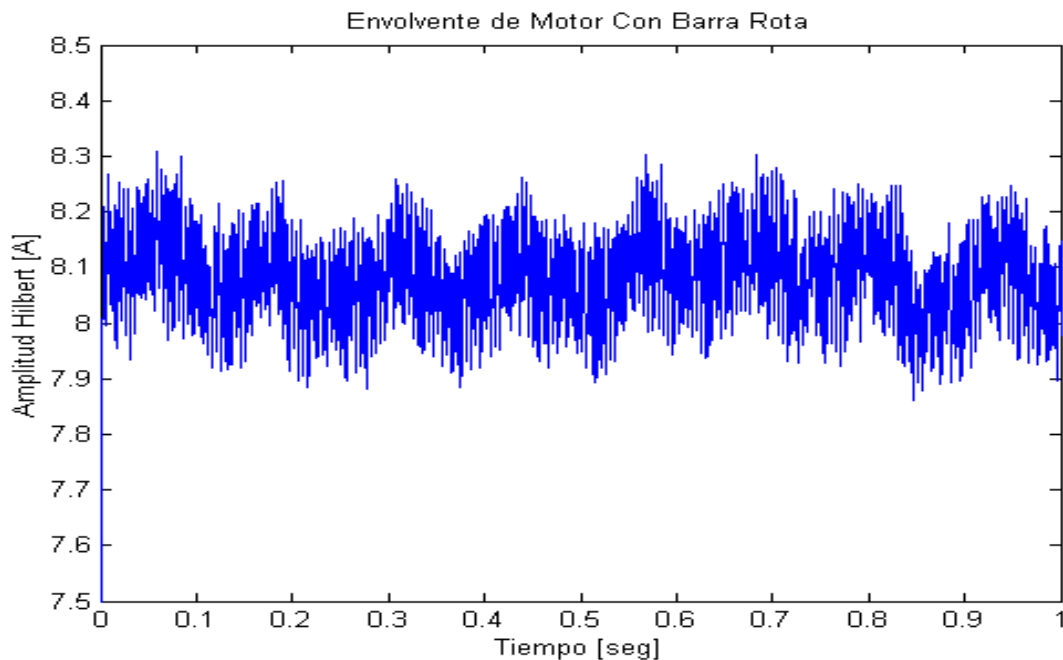


FIGURA 5 - Envolvente de una corriente con falla

6.8.5 INTERPRETACION DEL ESPECTRO DE FRECUENCIAS

Como se trató en la sección anterior, la envolvente contiene las frecuencias de falla y esto permite un análisis más certero al momento de diagnosticar una posible falla, pues la frecuencia fundamental (50 Hz) ha sido removida. A continuación se analizará la corriente de estator de un motor con rotura de barras, observando las claras diferencias entre un análisis clásico (análisis espectral de la señal original) y uno de la envolvente. La señal aquí estudiada fue obtenida de un motor de 5.5 HP con una barra cortada a una frecuencia de muestreo de 10KHz, permitiendo analizar máximo hasta 5KHz y a una resolución de frecuencia de 0.25 Hz. En las Figuras 2 a 3 se observan las diferencias entre ambas metodologías, haciendo mucho más preciso el diagnóstico de la falla cuando se estudia la envolvente de la corriente de estator. Al observar las figuras, se puede apreciar la facilidad que permite el análisis espectral de la envolvente de la señal en identificar las frecuencias de falla. Nótese que cuando se utiliza la Transformada Hilbert para dichos propósitos se debe buscar la frecuencia $2sf$ y no $50 \pm 2sf$ como en el análisis clásico, esto ya fue demostrado con el ejemplo que se desarrolló en las ecuaciones (3.3) a (3.5), pues siempre la componente fundamental es extraída de las funciones de frecuencia de falla. de manera análoga este fenómeno ocurre para la detección de otro tipo de efectos (ranurado, saturación, excentricidad) y fallas (rodamientos, corto circuito de bobinas de estator). para una mayor claridad ilustramos la variación de frecuencias debido a la metodología utilizada en las tablas 2 a 6.

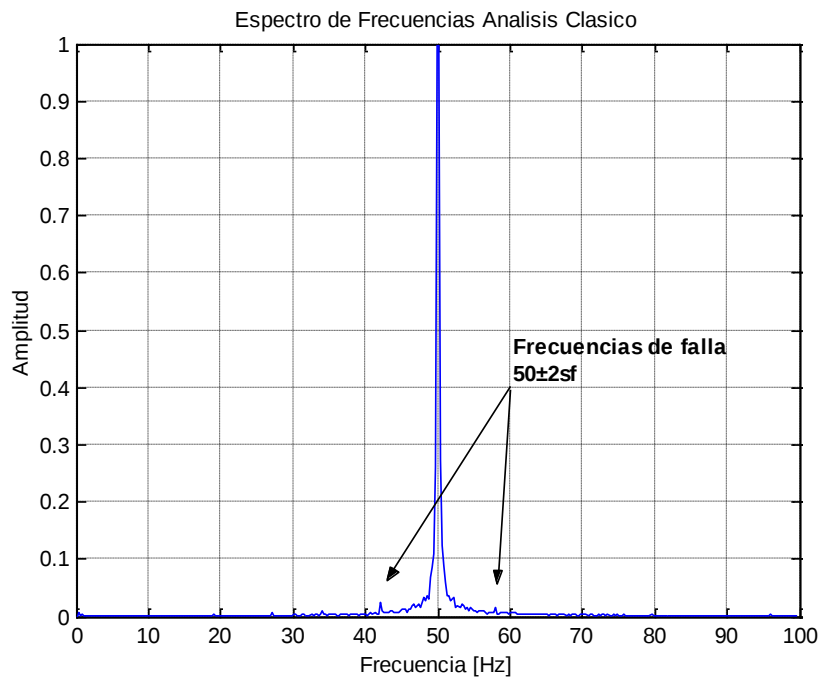


FIGURA 6 - Análisis espectral de corriente de estator

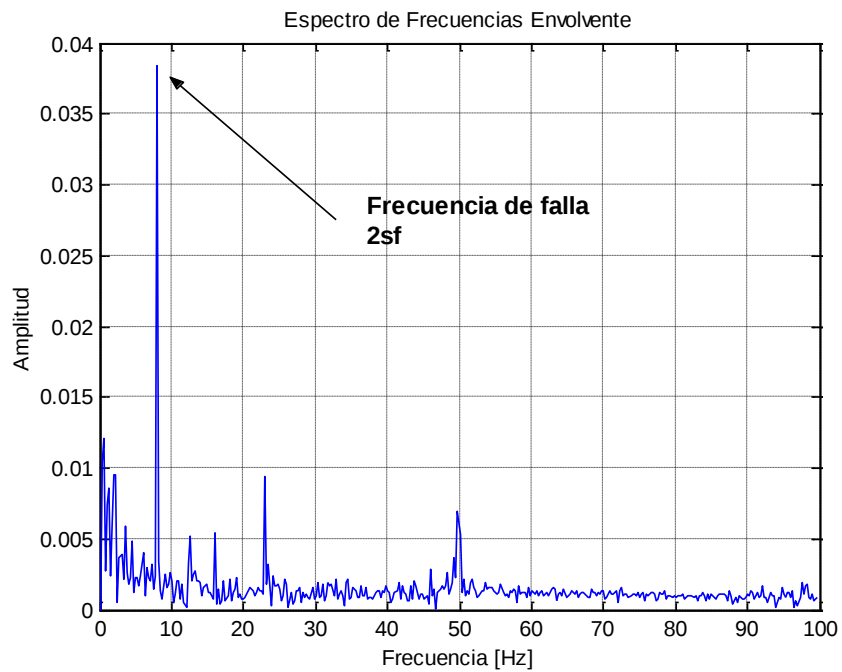


FIGURA 7 - Análisis espectral de la envolvente de la corriente de estator

TABLA 2 - Componentes de frecuencia para un motor sano

Análisis Clásico Frecuencia	Análisis Envolvente Frecuencia	Causa
f	0	Frecuencia de la red
$nf_r \pm f$ $1 \leq n \leq 2$	nf_r	Discretización campo magnético y ranurado del rotor.

TABLA 3 - Componentes de frecuencia para un motor saturado y excéntrico

Análisis Clásico Frecuencia	Análisis Envolvente Frecuencia	Causa
f	0	Frecuencia de la red
$f \pm f_{mec}$	f_{mec}	Excentricidad Dinámica.
$(2n+1)f$ $1 \leq n \leq 5$	$2nf$	Saturación
$f_r \pm f$ $f_r \pm f_{mec} \pm f$	f_r $f_r \pm f_{mec}$	Ranurado de rotor Ranurado de rotor y excentricidad dinámica
$f_r \pm (2n+1)f$	$f_r \pm 2nf$	Ranurado de rotor y saturación

TABLA 4 - Componentes de frecuencia para motor con barras cortadas

Análisis Clásico Frecuencia	Análisis Envolvente Frecuencia	Causa
f	0	Frecuencia de la red
$f(1 \pm 2s)$	$2sf$	Barra cortada.
$f_r \pm f$	f_r	Ranurado de rotor
$f_r \pm f(1 \pm 2s)$	$f_r \pm 2sf$	Ranurado de rotor y barra rota

TABLA 5 - Componentes de frecuencia para motor con falla en rodamientos

Análisis Clásico Frecuencia	Análisis Envolvente Frecuencia	Causa
f	0	Frecuencia de la red
$f \pm n f_o$ $1 \leq n \leq 3$	$n f_o$	Falla en pista externa
$f \pm n f_i$ $1 \leq n \leq 3$	$n f_i$	Falla en pista interna

TABLA 6 - Componentes de frecuencia para detección de corto circuito de espiras en flujo axial

Análisis Clásico Frecuencia	Análisis Envolvente Frecuencia	Causa
f	0	Frecuencia de la red
$[k \pm n(1-s)/p]f$ $1 \leq n \leq (2p-1)$ $k=1,3$	$[n(1-s)/p]f$ para $k=1$	Falla en bobinas de estator
	$[k \pm n(1-s)/p]f$ para $k=3$	

donde,

$$f_r = f \frac{2}{p}(1-s)N_B \quad (4.1)$$

$$f_{mec} = 2(1-s)\frac{f}{p} \quad (4.2)$$

Con,

p	=	número de polos
f	=	frecuencia fundamental
N_B	=	número de barras
s	=	deslizamiento

6.8.6 APLICACIÓN DEL ESQUEMA PROPUESTO

En las Figuras 8 y 9 se puede observar la fenomenología tratada en las tablas anteriores. Para este fin se simuló un motor saturado con un deslizamiento de 0.15, 4 polos y 44 barras, obteniéndose las frecuencias incluidas en la Tabla 7. De igual manera se simuló una falla en rodamientos para observar el comportamiento de las componentes de frecuencia en ambas metodologías de análisis. Las diferencias son notorias en las Figuras 10 y 11, utilizando un procedimiento análogo al primer ejemplo se ilustran las frecuencias en la Tabla 8.

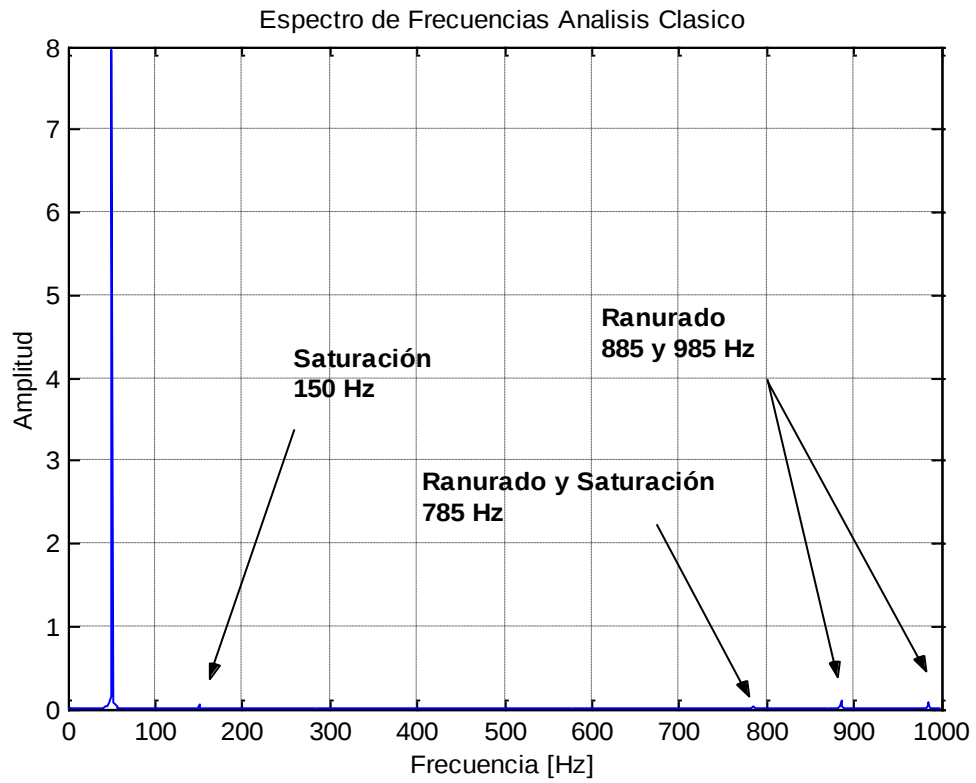


FIGURA 8 - Espectro de frecuencias de un motor saturado.

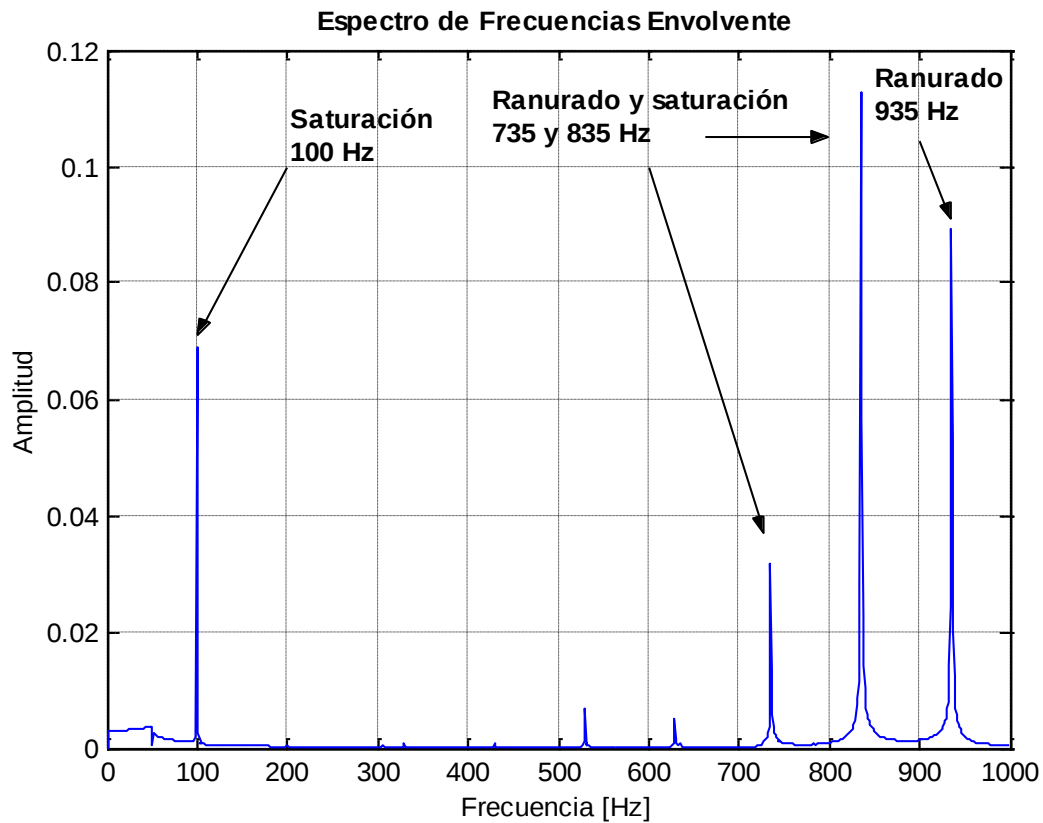


FIGURA 9 - Espectro de frecuencias motor saturado (Envolvente)

TABLA 7 - Componentes de frecuencia para un motor saturado.

Análisis Clásico Frecuencia [Hz]	Análisis Envolvente Frecuencia [Hz]	Causa
50	0	Frecuencia de red
150, 250, 350 885, 985	100, 200, 300 935	Saturación Ranurado de rotor
685, 785, 585, 1085	735, 835 1035, 1135	Ranurado de rotor y saturación

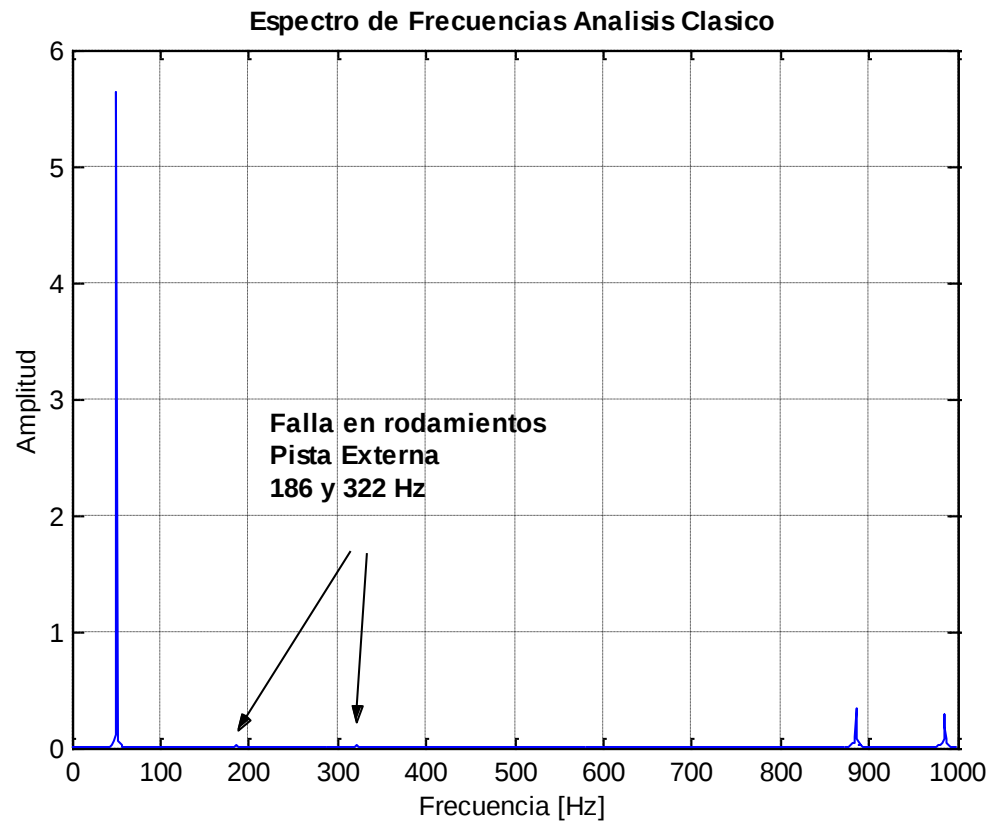


FIGURA 10 - Espectro de frecuencias falla en rodamientos (Pista Externa)

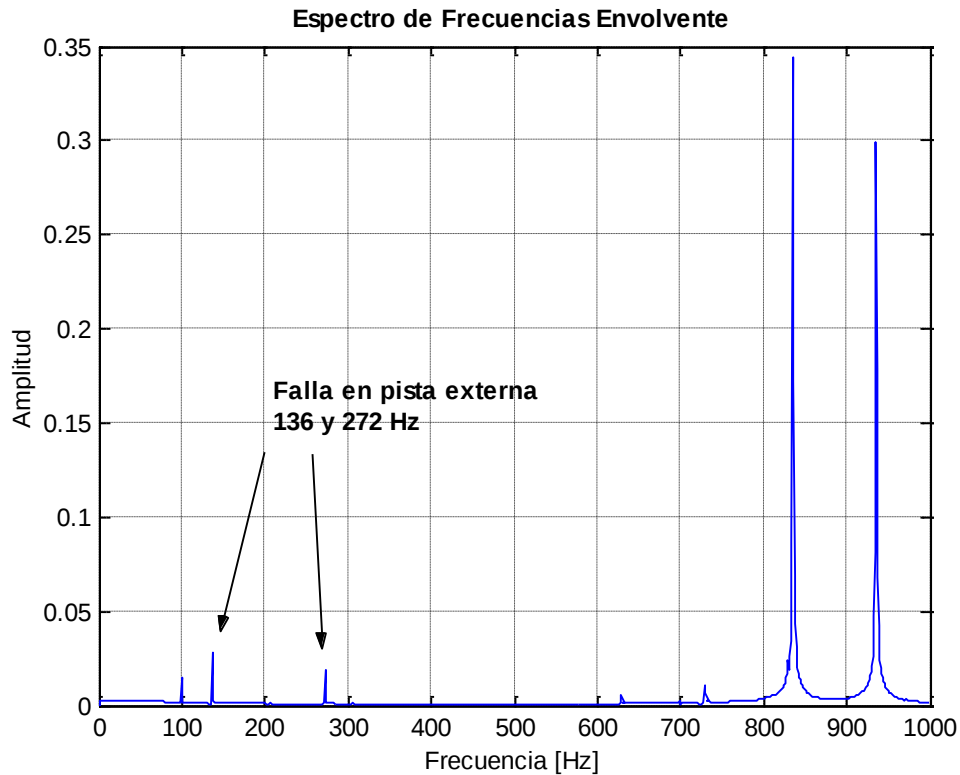


FIGURA 11 - Espectro de frecuencias falla en rodamientos (Pista Externa)

TABLA 8 - Componentes de frecuencia para falla en pista externa de Rodamiento 6307-ZZ

Análisis Clásico Frecuencia [Hz]	Análisis Envolvente Frecuencia [Hz]	Causa
50	0	Frecuencia de la red
186, 322	136, 272	Pista externa

De igual manera se realizó un análisis del espectro de la envolvente para una señal que se obtuvo de la corriente de estator de un motor de 1500 HP, 3.3 kV, 4 polos y 1485 rpm que acciona una correa de 600 m de longitud en la mina Candelaria, ubicada en la III Región. Las Figuras 12 y 13 ilustran las diferencias entre las metodologías, así como la Tabla 9 muestra las frecuencias en consideración.

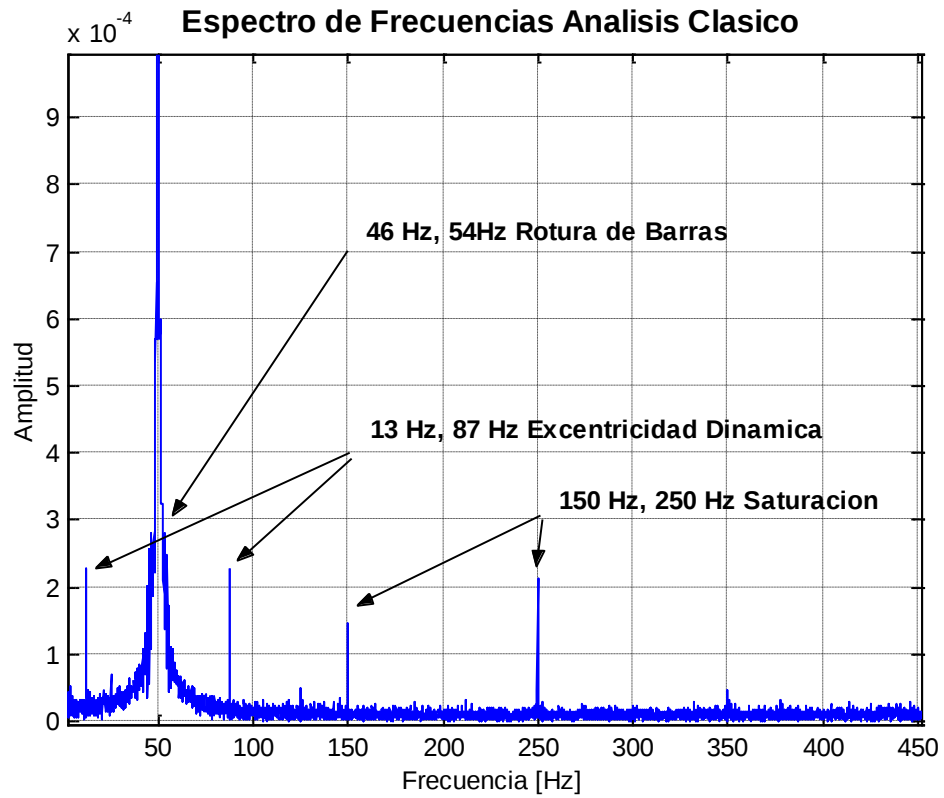


FIGURA 12 - Espectro de frecuencias para un motor real

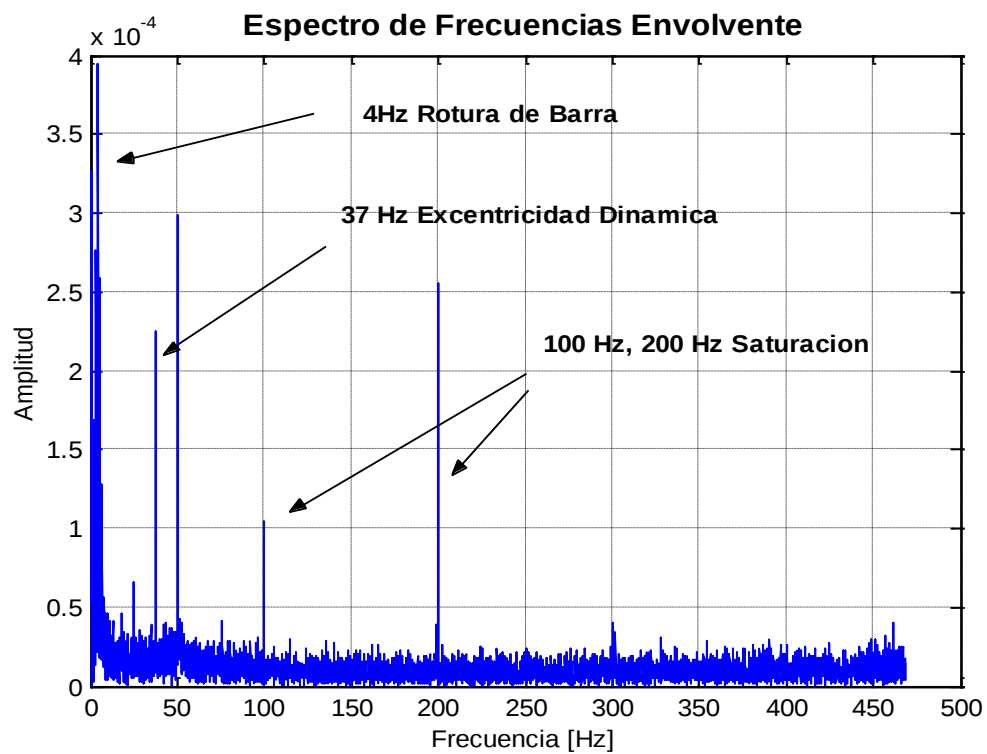


FIGURA 13 - Espectro de frecuencias para un motor real (Envolvente)

TABLA 9 - Componentes de frecuencia para un motor real.

Análisis Clásico Frecuencia [Hz]	Análisis Envolvente Frecuencia [Hz]	Causa
50	0	Frecuencia de la red
150, 250 13,87	100,200 37	Saturación Excentricidad Dinámica
46,54	4	Rotura de Barras

Los resultados aquí ilustrados sugieren un diagnóstico más certero al aplicarse el análisis espectral a la envolvente. Como se puede observar resulta más fácil identificar las posibles fallas y la fenomenología de la máquina. La presencia de los 50 Hz sólo predice que en una señal completamente experimental es casi imposible filtrar su efecto, pero para efectos de análisis se puede considerar anulada por completo. Se puede observar claramente los beneficios que trae el análisis de frecuencias de la envolvente (en el caso del diagnóstico) sobre el análisis de la señal original, las componentes de falla o que indiquen otro tipo de fenómeno en la máquina son mucho más fáciles de observar y por lo tanto el predecir una posible anomalía en el motor durante su operación facilita las labores de mantenimiento.

Finalmente, el análisis del flujo axial de un motor también es más simple realizar con la Transformada Hilbert. En efecto, las Figuras 14 y 15 consideran la diferencia de aplicación de metodologías y la Tabla 10 las diferencias pertinentes en el espectro de frecuencias.

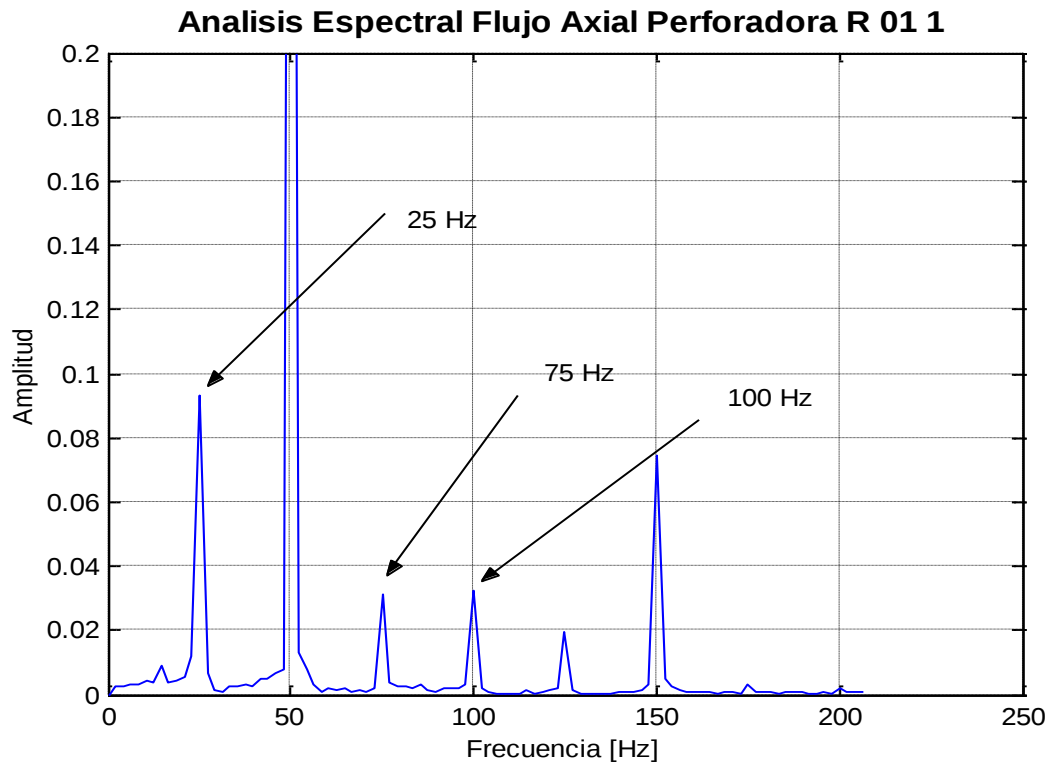


FIGURA 14 - Espectro de frecuencias del flujo axial

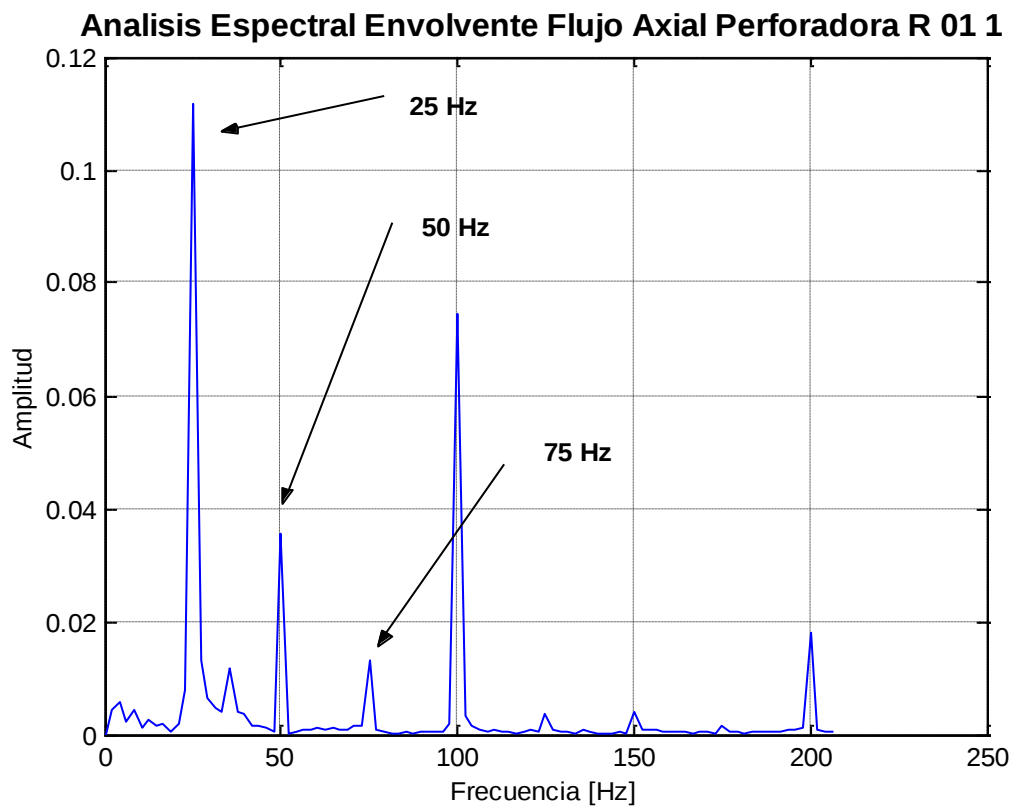


FIGURA 15 - Análisis espectral de la envolvente del flujo axial

TABLA 10 - Componentes de frecuencia para el flujo axial

Análisis Clásico Frecuencia [Hz]	Análisis Envolvente Frecuencia [Hz]	Causa
50	0	Frecuencia de la red
75,100,125	25,50,75	Corto Circuito de Espiras

NOTA: Sólo se consideraron las frecuencias calculadas para $k=1$ y argumento positivo

6.8.7 Comentarios

Este esquema de detección de fallas en motores de inducción considera el análisis de la corriente del estator y del flujo axial. La aplicación de la Transformada Hilbert permite eliminar la presencia de la componente fundamental (50 Hz), con ello se estudia el análisis espectral en la envolvente de la señal original.

Gracias al efecto proporcionado por la Transformada Hilbert se logró formular de nuevo las frecuencias características para distintos fenómenos del motor que incluyen la saturación, el ranurado y la excentricidad dinámica. Como también las fallas en las cuales se centra este estudio: rotura de barras, rodamientos y cortocircuito de espiras en el estator. El análisis espectral de la envolvente presenta varias ventajas sobre el análisis clásico haciendo más fácil la identificación de la falla al simplificarse la formulación de las frecuencias a detectar y por supuesto, al eliminarse el efecto de la componente fundamental.

El esquema propuesto demostró ser útil pues se pudo aplicar con éxito a todos los tipos de señales que se analizaron, desde las puramente teóricas a señales reales extraídas de motores que hacen parte de faenas mineras.

REFERENCIAS

[1] Benbouzid M. Bibliography on Induction Motors Faults Detection and Diagnosis. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 14, No. 4. December 1999. pp 1064 – 1074.

[2] Gallardo E. Diagnóstico del estado Electromecánico de motores de inducción en base a pruebas de aceleración. Tesis de Ingeniero. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Chile. Santiago, 1996

- [3] Barrios A. *Diagnóstico de fallas incipientes en maquinas de inducción en base a análisis multiresolución y descomposiciones tiempo – frecuencia*. Tesis de Ingeniero. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Chile. Santiago, 1997
- [4] Martelo A. *Detección de fallas en rodamientos de bolas de motores eléctricos mediante análisis espectral de vibraciones, ruido y corriente de estator*. Tesis de Magíster. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de los Andes. Bogotá D.C, 2000
- [5] Schoen R, Habetler T, Kamran F and Bartheld R. Motor bearing damage detection using stator current monitoring. *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 31, No. 6. November/December 1995.pp 1274 - 1279.
- [6] González D. *Desarrollo de patrones de re-conocimiento de fallas en motores de inducción mediante registros de fenómenos transitorios*. Tesis de Ingeniero. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Chile. Santiago, 1998
- [7] Penman J, Sedding H.G and Fink W.T. Detection and location of interturn short circuits in the stator windings of operating motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 9, No.4, December 1994.pp 652 – 658.
- [8] Smith, J. O. *Mathematics of the Discrete Fourier Transform (DFT)*. Center for Computer Research in Music and Acoustics (CCRMA), Stanford University, 2002. Web published at <http://www-ccrma.stanford.edu/~jos/mdft/>.