



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica

APUNTES EL4001

CONVERSION DE LA

ENERGIA Y SISTEMAS

ELECTRICOS

Prof. Luis Vargas
Depto. Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

VERSION OTOÑO 2010

INDICE

PRESENTACION	5
1. INTRODUCCION	6
1.1. Dispositivos de Conversión Electromecánica	6
1.2. Componentes de un Sistema Eléctrico de Potencia	7
2. ELECTROMAGNETISMO Y CIRCUITOS MAGNETICOS	9
2.1. Conceptos de Electromagnetismo	9
2.1.1. Generalidades.	9
2.1.2. Campo magnético.....	9
2.1.3. Principios básicos del motor eléctrico.....	12
2.1.4. Principios básicos del generador eléctrico.	14
2.2. Circuitos Magnéticos.....	15
2.2.1. Generalidades.	15
2.2.2. Circuito magnético simple.	17
2.2.3. Circuito eléctrico equivalente.....	19
2.2.4. Corriente-variable en el tiempo.....	21
2.2.5. Inductancias.....	22
2.2.6. Energía en el campo magnético.	25
2.2.7. Circuitos magnéticos con entrehierro.....	28
2.3 Problemas Resueltos	31
3. TRANSFORMADORES	36
3.1. GENERALIDADES.	36
3.1.1. Principio básico de funcionamiento y campos de aplicación.	36
3.1.2. Aspectos constructivos.....	37
3.2. TRANSFORMADOR MONOFASICO IDEAL.....	40
3.2.1. Definición.....	40
3.2.2. Relación de voltajes.	41
3.2.3. Relación de corrientes.	43
3.2.4. Circuito equivalente referido a uno de los enrollados.....	45
3.3. TRANSFORMADOR MONOFASICO REAL (NO IDEAL).....	46
3.3.1. Permeabilidad magnética finita.....	46
3.3.2. Existencia de flujos de fuga.	49
3.3.3. Efecto de resistencias de enrollados.....	51
3.3.4. Consideración de pérdidas en el fierro.	52
3.3.5. Determinación experimental de los parámetros del circuito equivalente.	55
3.3.6. Análisis del comportamiento a partir del circuito equivalente.....	57
3.3.7. Conexión en paralelo de transformadores monofásicos.....	62
3.5 Transformadores Trifásicos.....	64
3.5.1 Consideraciones básicas.....	64
3.5.2. Núcleos de Transformadores trifásicos	65
3.5.3 Principales características de las conexiones trifásicas de transformadores.	66
3.5.4 Armónicas en las distintas conexiones trifásicas de transformadores.....	73
3.5.5. Designación normalizada de conexiones de transformadores trifásicos.	77
3.5.6. Conexión en paralelo de transformadores trifásicos.	88
3.6 Transformadores Especiales.....	99
3.6.1. Transformadores de medida.	99
3.6.2 Autotransformadores	103
3.6.3. Transformadores para circuitos de audio.	106

3.6.4 Transformadores de fuga.....	110
3.6.5 Transformadores de Pulso.....	111
3.6.6 Transformadores de 3 enrollados.	112
3.6.7 Transformadores para rectificadores de potencia.....	114

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Clasificación máquinas eléctricas.....	6
Figura 1.2. Sistema eléctrico de potencia.....	7
Figura 2.1. Campo magnético de imán permanente.....	10
Figura 2.2. Campos magnéticos creado por corriente eléctrica	11
Figura 2.3. Ley de Biot-Savart.....	12
Figura 2.4. Motor elemental.....	13
Figura 2.5. F.e.m. inducida en una espira	14
Figura 2.6. Característica B - H.....	17
Figura 2.7. Circuito magnético simple	18
Figura 2.8. Circuito magnético y su equivalente eléctrico.....	21
Figura 2.9. Corrientes de Foucault.....	22
Figura 2.10 Característica λ -i.....	23
Figura 2.11. Flujos propios y mutuos.....	24
Figura 2.12. Energía en campo magnético	26
Figura 2.13. Energía por unidad de volumen	26
Figura 2.14. Energía perdida en el núcleo.....	27
Figura 2.15. Ciclo de histéresis	28
Figura 2.16. Circuito magnético con entrehierro	29
Figura 3.1. Principio de funcionamiento del transformador.....	36
Figura 3.2. Núcleos de transformadores monofásicos.....	38
Figura 3.3. Núcleos de transformadores trifásicos.....	38
Figura 3.4. Traslapo de chapas y transformador monofásico armado.....	39
Figura 3.5. Enrollados concéntricos con núcleo tipo ventana.....	39
Figura 3.6. Partes esenciales de transformador sumergido en aceite.....	40
Figura 3.7: Transformador ideal.....	41
Figura 3.8. Circuito magnético equivalente	43
Figura 3.9. Marcas de polaridad.....	44
Figura 3.10. Diagrama fasor del transformador ideal.....	45
Figura 3.11. Circuito referido al primario.....	45
Figura 3.12. Circuito equivalente de transformador en vacío.....	47
Figura 3.13 Característica magnética no lineal.....	47
Figura 3.14. Diagrama fasor con carga secundaria.....	48
Figura 3.15. Circuito equivalente con carga en el secundario.....	49
Figura 3.16. Flujos de fuga.....	49
Figura 3.17. Circuito equivalente incluyendo el efecto de flujos de fuga.....	51
Figura 3.18. Circuito equivalente incluyendo resistencia de enrollados.....	52
Figura 3.19. Corriente en vacío para núcleo con pérdidas.....	52
Figura 3.20. Representación fasorial de corriente en vacío para núcleo con pérdidas.....	53
Figura 3.21. Forma de onda de la corriente en vacío	53
Figura 3.22. Circuito equivalente exacto.....	54
Figura 3.23. Circuito equivalente aproximado.....	54
Figura 3.24. Prueba de circuito abierto	55
Figura 3.25. Prueba de corto circuito	56
Figura 3.26. Conexión en instante $v_1 = v_m$	60
Figura 3.27. Conexión en instante $v_1 = 0$	61
Figura 3.28. Corriente de inrush.....	61
Figura 3.29. Banco de transformadores en paralelo sin carga.....	62

INDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Unidades de ϕ y B.	10
Tabla 2.2. Analogía de variables magnéticas y eléctricas.	¡Error! Marcador no definido.

PRESENTACION

Estos apuntes corresponden al curso EL 4001 CONVERSION DE LA ENERGIA Y SISTEMAS ELECTRICOS del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Chile. Son el resultado de una adaptación de textos usados tanto en el curso de máquinas eléctricas como en el curso de sistemas eléctricos que se impartía en el Departamento hasta antes de la reforma curricular de 2008. Contiene asimismo actualizaciones y ejemplos incorporados en cada semestre que se ha dictado este curso.

El texto trata el fenómeno de la conversión de la energía eléctrica, y de las tecnologías empleadas para su generación, transmisión y distribución. Comienza con una introducción sobre electromagnetismo y conceptos básicos de circuitos magnéticos. A continuación se revisan los temas de transformadores, máquinas eléctricas y electrónica de potencia. Luego se presentan aplicaciones a energías renovables no convencionales como energía eólica, mareomotriz y geotermia, y también se incluye un capítulo sobre celdas de combustible. Con ello esperamos entregar una visión general de las temáticas clásicas en la materia, así como las tecnologías que se avizoran con mayor proyección en el futuro. Se entrega además bibliografía de apoyo y; en el caso de datos, tablas o figuras; se indica los sitios web de acceso público que se han usado.

Luis Vargas D.

Santiago, 29 de marzo de 2010

1. INTRODUCCION

1.1. Dispositivos de Conversión Electromecánica

La conversión electromecánica de la energía estudiada en este curso comprende todos aquellos fenómenos relativos a la generación de energía eléctrica y a la transformación de energía eléctrica en energía mecánica

En términos básicos, los dispositivos de conversión electromecánica se pueden clasificar en dos tipos, dependiendo del tipo de conversión que realicen:

- i) Motor : Es un dispositivo que convierte energía eléctrica en energía mecánica.
- ii) Generador : Es un dispositivo que convierte energía mecánica, solar u otra en energía eléctrica.

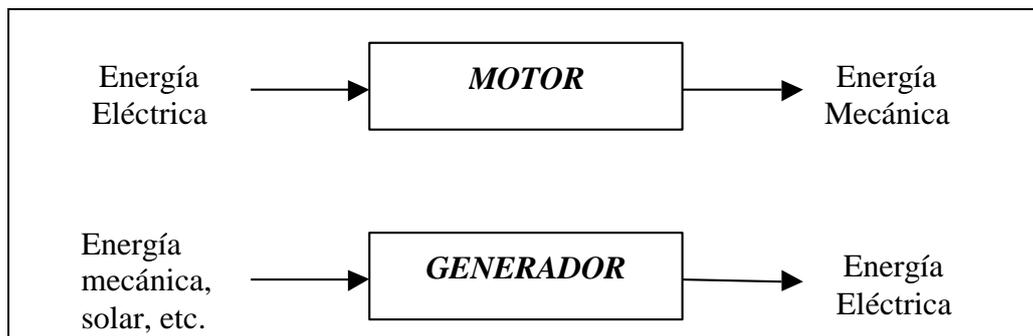


Figura 1.1. Clasificación máquinas eléctricas.

Estas definiciones, consideradas en el sentido más amplio, abarcan cualquier dispositivo que realice las conversiones energéticas señaladas, sin embargo, el presente estudio se orienta especialmente máquinas eléctricas de potencia.

En resumen, un sistema electromecánico de conversión consta de 3 partes, las que serán objeto de estudio durante el curso:

1. Un sistema eléctrico.
2. Un sistema mecánico.
3. Un campo que los une.

1.2. Componentes de un Sistema Eléctrico de Potencia

Se denomina usualmente como sistema eléctrico de potencia al sistema encargado de llevar grandes cantidades de energía, en forma de energía eléctrica, desde las fuentes hasta los consumos. Un diagrama esquemático se muestra en la Figura 1.2.

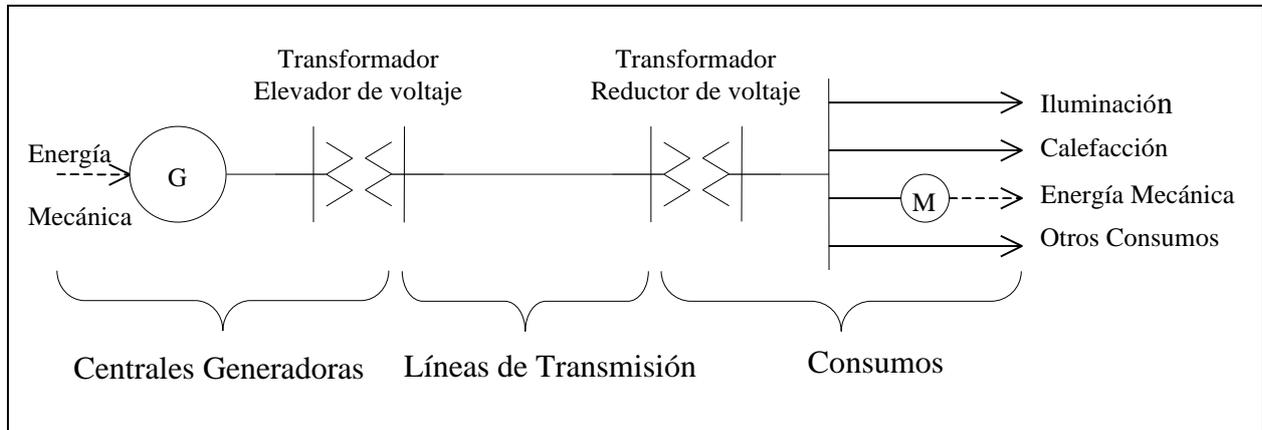


Figura 1.2. Sistema eléctrico de potencia

Así, de acuerdo a la Figura 1.2, se pueden distinguir los siguientes elementos en estos sistemas:

- i) **Centrales generadoras:** están fundamentalmente constituidas por uno o más generadores eléctricos que transforman la energía proporcionada desde una fuente (usualmente energía mecánica) en energía eléctrica.

Las fuentes energéticas tradicionales empleadas para las Centrales generadoras requieren energía cinética rotatoria, la que usualmente es proporcionada por una turbina. Una turbina es un elemento mecánico que transforma el flujo de agua o el flujo de vapor en energía cinética. Las centrales tradicionales se pueden clasificar en:

- **Centrales hidroeléctricas:** En estas centrales la turbina es accionada por la energía de flujos o caídas de agua desde embalses naturales, artificiales, etc.
- **Centrales térmicas:** la turbina es accionada por la presión de vapor de agua u otro fluido, producido por calor liberado al quemar algún combustible (biomasa, carbón, petróleo y/o sus derivados, etc.). También dentro de las centrales térmicas se consideran las centrales nucleares, donde el calor es producido por fisión nuclear; y las centrales diesel, que en lugar de turbina propiamente tal, utilizan como accionamiento mecánico un motor de combustión interna (Diesel).

Debido a la imposibilidad de mantener en el largo plazo la generación en base a recursos no renovables, existe gran interés en investigar la explotación de fuentes energéticas renovables, las cuales están

desplazando a las alternativas tradicionales, tales como la energía solar, eólica, geotérmica y mareomotriz.

- ii) Líneas de transmisión: son los elementos necesarios para llevar la energía eléctrica desde las centrales hasta los centros de consumo. En general son líneas trifásicas de corriente alterna, de varios kilómetros de longitud. Para realizar la transmisión de grandes cantidades de potencia a grandes distancias resulta crítico reducir las pérdidas Joule⁽¹⁾ en las líneas debido a las altas corrientes transmitidas. Por ello, típicamente la tensión de trabajo de estos equipos se ubica en el rango de los cientos de kilovolts [kV]. En Chile se trabaja con 500 kV, 220 kV, 154 kV y 110 kV para la transmisión.
- iii) Consumos: los consumos de energía eléctrica pueden ser de tipo, industrial, comercial, residencial o de transporte. Por ejemplo, en el sector residencial se usa energía eléctrica para calefacción, iluminación, etc. A nivel agregado, un gran porcentaje del consumo lo constituyen los motores eléctricos (mas del 70% en Chile).
- iv) Transformadores: en general, por razones constructivas y de seguridad, el voltaje a la salida de las centrales generadoras es menor que las tensiones usadas en transmisión, usualmente en el rango de 6-20 kV. Dado que estas tensiones son inferiores a las de transmisión se emplean los transformadores, los cuales permiten transferir la energía eléctrica modificando sus niveles de voltaje y corriente. Algo similar ocurre a nivel de distribución, ya que en los hogares y los consumos finales resultaría muy peligroso trabajar con tensiones elevadas, resulta por tanto necesario reducirlas. De este modo un transformador elevador de tensión es requerido para adaptar la tensión de salida de las centrales al nivel de transmisión y un transformador reductor de tensión para adaptar el nivel de voltaje desde la transmisión hacia el consumo.

En un sistema eléctrico de potencia los dispositivos conversores electromecánicos de energía, o maquinas eléctricas (generadores y motores) juegan un papel muy importante, ya que constituyen la principal fuente de demanda de energía eléctrica en la red.

⁽¹⁾ La potencia transmitida es proporcional a $V \cdot I$, por lo tanto para una potencia dada para valores bajos de V se requiere elevar la corriente I , en consecuencia las pérdidas $R \cdot I^2$ aumentan cuadráticamente.

2. ELECTROMAGNETISMO Y CIRCUITOS MAGNETICOS

2.1. Conceptos de Electromagnetismo

2.1.1. Generalidades.

En el año 1820, Oersted descubrió que una corriente eléctrica origina un campo magnético a su alrededor, lo que constituyó un hecho clave para el desarrollo de dispositivos de conversión electromecánica de la energía.

En efecto, como es sabido, la presencia del campo magnético es imprescindible para la conversión de energía eléctrica en energía mecánica y viceversa:

- En un motor, la energía eléctrica (corriente) crea un campo de fuerza (campo magnético) bajo el cual otro elemento de corriente produce una fuerza que, bajo ciertas condiciones, genera movimiento (energía mecánica).
- En un generador, la variación en el tiempo de la geometría de un circuito magnético (energía mecánica) produce una variación en el tiempo del flujo magnético que induce voltajes en los circuitos eléctricos que lo enlazan (energía eléctrica).

Siendo fundamental en ambos casos la presencia del campo magnético, se estudiara éste con algún detalle.

2.1.2. Campo magnético.

Ciertos minerales tienen la propiedad de atraer trozos de hierro (por ejemplo la magnetita), y constituyen los denominados imanes permanentes naturales. Se dice entonces, que existe un "campo de fuerzas" o "campo magnético" en el entorno del imán permanente, cuya variable fundamental que lo describe es la inducción magnética o densidad de flujo magnético: \vec{B} .

Esta variable vectorial define las líneas de fuerza o líneas de campo magnético: tiene dirección tangente a ellas y su magnitud es mayor mientras mayor es la cantidad de líneas por unidad de área. En la figura 2.1 se ilustra el campo magnético en el caso de un imán permanente y se observa que la densidad de flujo magnético es mayor en el interior del imán, donde es mayor la densidad de líneas de campo magnético.

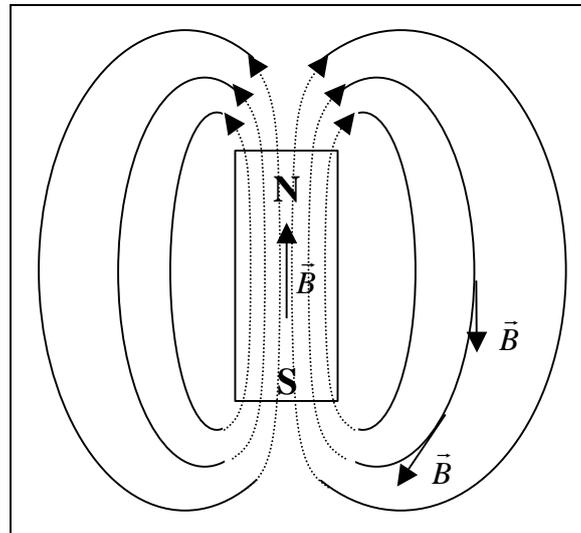


Figura 2.1. Líneas de campo magnético y \vec{B} para el caso de un imán permanente.

Se define el flujo de líneas de campo a través de una superficie S cualquiera, como:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.1)$$

En la práctica el flujo adquiere gran relevancia en el diseño y modelamiento de transformadores y máquinas eléctricas. Por ello, en muchos textos, al campo magnético se le designa como “densidad de flujo”. EN este curso usaremos indistintamente ambos términos.

Las unidades de ϕ y las correspondientes de \vec{B} son las indicadas en la Tabla 2.1.

	ϕ	\vec{B}
Sistema CGS	[lineas]	[lineas/cm ²] = [Gauss]
Sistema MKS	[Wb] (Weber)	[Wb/m ²] = [Tesla]
Equivalencias	1 [Wb] = 10 ⁸ [lines]	1 [Tesla] = 10 ⁴ [Gauss] = 10 [kGauss]

Tabla 2.1. Unidades de ϕ y B .

El campo magnético también puede ser creado por una corriente eléctrica. En la figura 2.2 (a) se indica la forma de una de las líneas del campo magnético creado por una corriente “ i ” que circula en un conductor rectilíneo infinito (experiencia de Oersted).

En la figura 2.2.(b) se indica la forma que adopta el campo magnético al disponer el conductor en forma de una bobina. Se aprecia que en este caso la configuración se asemeja a la de un imán permanente, razón por la cual a la bobina se le suele llamar electroimán.

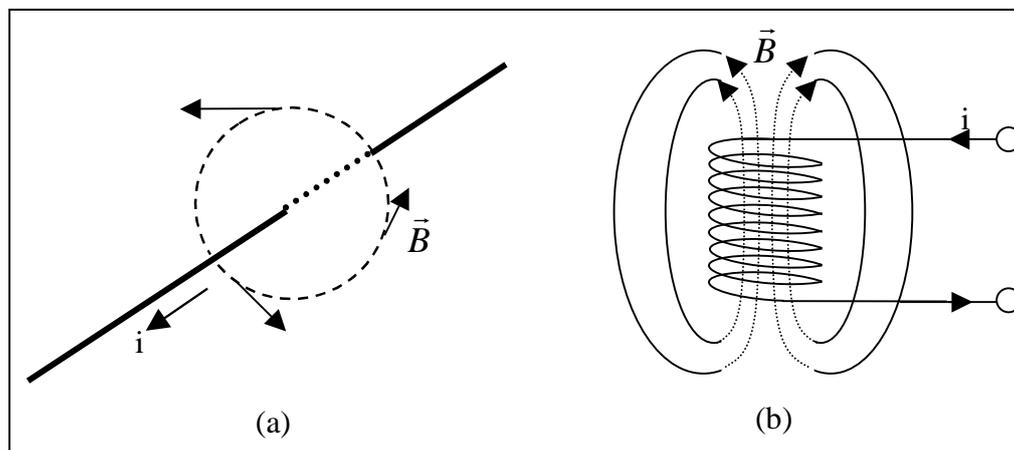


Figura 2.2. Campos magnéticos creado por corriente eléctrica

La ley de Ampere relaciona la densidad de corriente eléctrica \vec{J} y la densidad de flujo magnético \vec{B} creado por esta, mediante:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (2.2)$$

La primera integral se efectúa sobre una trayectoria cerrada, plana, cualquiera, y la segunda integral sobre la superficie encerrada por dicha trayectoria; μ_0 es una característica del medio, denominada permeabilidad magnética, y tiene un valor $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m] para materiales no ferromagnéticos.

En el caso que las líneas de corriente eléctrica no estén distribuidas en el medio material, sino concentradas en un conductor, la segunda integral de la ecuación (2.2) no es otra cosa que la corriente eléctrica "I" por el conductor, simplificándose dicha ecuación a:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot i \quad (2.3)$$

Siendo en este caso "I" la corriente eléctrica total que atraviesa la trayectoria de integración considerada para \vec{B} .

La ecuación (2.3) (ley de Ampere) también se puede escribir en una forma más generalizada (ley de Biot-Savart); para ello puede expresarse el valor $d\vec{B}$ de la

densidad de flujo producida por un elemento conductor de longitud $d\vec{\ell}$ recorrido por una corriente "i", en un punto a distancia \vec{r} del elemento de conductor, como: (ver figura 2.3)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o \cdot i \cdot d\vec{\ell} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \quad (2.4)$$

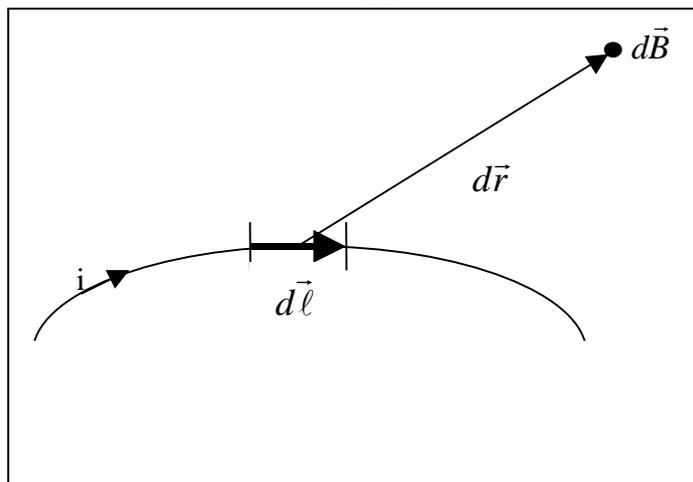


Figura 2.3. Ley de Biot-Savart.

2.1.3. Principios básicos del motor eléctrico

Como se vio, un campo magnético (ya sea producido por un imán permanente o por una corriente eléctrica) es un campo de fuerzas, donde al ubicarse un segundo conductor recorrido por una corriente eléctrica, este queda sometido a una fuerza, lo cual es el principio básico de cualquier motor eléctrico.

En el caso más elemental de una partícula con carga "q" que se desplaza a velocidad \vec{v} en un campo magnético \vec{B} , ésta queda sometida a una fuerza:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (2.5)$$

Si en lugar de una carga eléctrica se trata de una corriente "i" que circula por un conductor, la expresión anterior puede expresarse:

$$\begin{aligned} i &= dq/dt \\ \vec{v} &= d\vec{\ell}/dt \\ d\vec{F} &= i \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Donde $d\vec{\ell}$ es la longitud del elemento de conductor.

Conforme a lo anterior, la fuerza total sobre el conductor será:

$$\vec{F} = \int i \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B} \quad (2.7)$$

Así, en un motor, si los conductores están dispuestos en forma que sea factible desplazarlos, esta fuerza provocara su movimiento, produciéndose entonces la conversión electromecánica de la energía.

Como ejemplo ilustrativo, en la figura 2.4 se muestra un motor formado por una espira plana, alimentada por una corriente "i", libre de girar sobre su eje, y ubicada en un campo magnético de valor \vec{B} uniforme.

El campo \vec{B} puede ser producido por un imán permanente, o bien por un electroimán constituido por una bobina alimentada por una fuente de C.C.

Los lados axiales de la espira quedan sometidos a las fuerzas indicadas ($|\vec{F}| = i \cdot \ell \cdot |\vec{B}|$), produciéndose un torque motriz sobre el eje que es función de la posición:

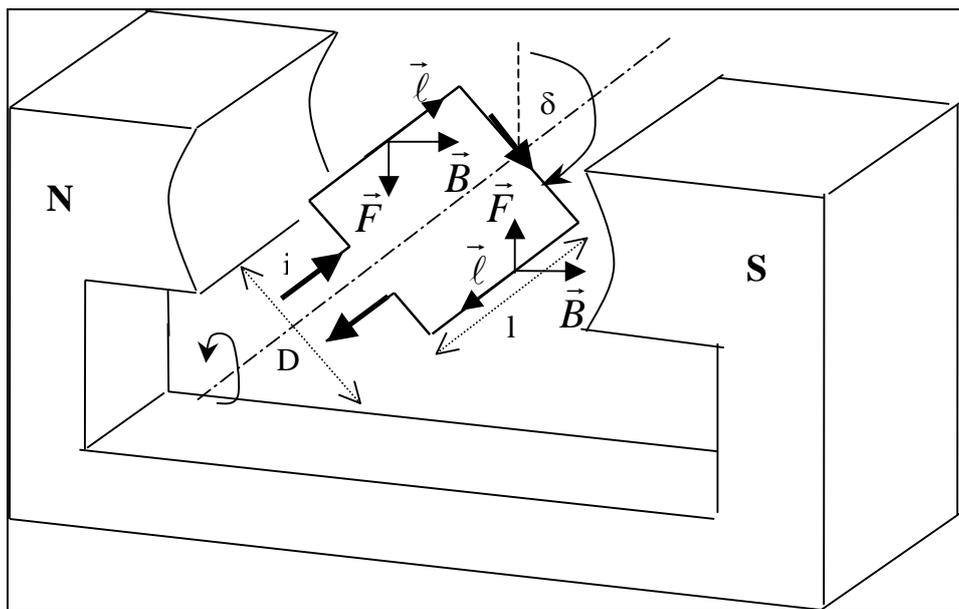


Figura 2.4. Máquina rotatoria elemental.

$$\vec{T}_m = 2\vec{F} \times \vec{r} \quad (2.8)$$

$$|\vec{T}_m| = 2 \cdot |\vec{F}| \cdot \frac{D}{2} \text{sen}(\delta)$$

Las fuerzas sobre los otros lados de la espira son axiales y se anulan entre sí.

Se observa que el torque se anula para $\delta=0$, por lo que la espira tiende a tomar esta posición.

En el caso que exista un torque resistente “ T_R ” la posición de reposo es para $T_m=T_R$. A modo de ejemplo se tiene que al colocar un resorte en espiral como carga mecánica en la espira, el ángulo de reposo δ se modifica. El valor final de reposo es función de la corriente circulante con lo cual este circuito puede utilizarse como un amperímetro.

2.1.4. Principios básicos del generador eléctrico.

La ley de Faraday constituye el principio básico de un generador eléctrico: en un conductor o circuito eléctrico que enlaza un flujo magnético variable en el tiempo, se induce una fuerza electromotriz (f.e.m.) dada por:

$$e(t) = - \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.9)$$

Este voltaje o f.e.m. hará circular una corriente por el circuito correspondiente.

La variación de ϕ en el tiempo puede producirse por una corriente variable en el tiempo (efecto de transformador) o una por variación de la geometría del sistema (efecto de generador). Este último caso, es el que interesa, por cuanto la entrada es energía mecánica (necesaria para modificar la geometría) y la salida es energía eléctrica.

Considérese una espira sometida a un campo magnético constante cuyo eje se encuentra girando a velocidad angular “ ω ”, tal como muestra la figura 2.5.

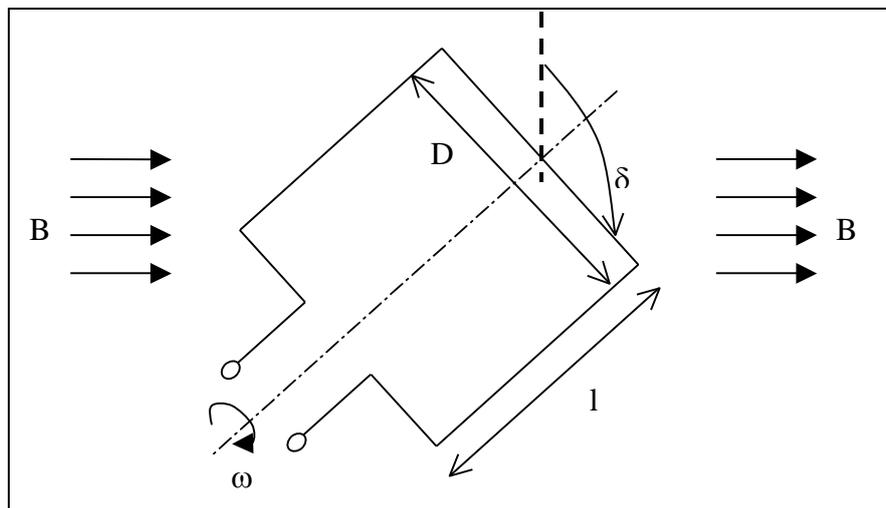


Figura 2.5. F.e.m. inducida en una espira

Considerando $\delta(t=0) = 0$, el flujo enlazado por esta espira es de la forma:

$$\phi(t) = \phi_{m\acute{a}x} \cos(\delta) \Rightarrow \phi(t) = |\vec{B}| \cdot l \cdot D \cdot \cos(\omega t) \quad (2.10)$$

Luego, por (2.9), en los terminales de la espira se produce una f.e.m. de la forma:

$$e = E_{m\acute{a}x} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$E_{m\acute{a}x} = |\vec{B}| \cdot \ell \cdot D \cdot \omega \quad (2.11)$$

Es decir, el dispositivo constituye un generador de corriente alterna, cuya frecuencia eléctrica $\omega = 2\pi f$ coincide con la velocidad angular mecánica ω . En este caso, se dice que la frecuencia eléctrica está sincronizada con la velocidad mecánica, por lo cual se denomina usualmente como generador sincrónico.

2.2. Circuitos Magnéticos

2.2.1. Generalidades.

En general se denominara circuito magnético a un conjunto de enrollados por donde circulan corrientes, y que se encuentran interactuando magnéticamente entre sí. Para nuestros propósitos, será de interés particular el estudio de circuitos magnéticos que emplean núcleos de materiales ferromagnéticos, ya que tienen la propiedad de ofrecer baja resistencia a la circulación del flujo magnético, permitiendo así encausarlo adecuadamente.

Para el estudio de circuitos magnéticos, es necesario definir otra variable fundamental en campos magnéticos: la intensidad de campo magnético, y su relación con la densidad de flujo *en materiales no ferromagnéticos y ferromagnéticos*².

La intensidad de campo magnético se define como:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} \quad (2.12)$$

Donde μ_o es la permeabilidad magnética del medio.

De acuerdo a lo anterior, al ser μ_o constante, \vec{H} es proporcional a \vec{B} .

La intensidad de campo \vec{H} está relacionada con la corriente eléctrica, o sea con la fuente que origina el campo magnético. Esto se aprecia colocando la expresión (2.3) en función de \vec{H} :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = i \quad (2.13)$$

² La definición de la intensidad de campo magnético en función de la densidad de flujo se define a partir de la curva de histeresis para el caso de materiales no lineales o lineales después de su punto de saturación.

Se emplea como unidad MKS para la intensidad de campo magnético (\vec{H}) el [Amp. vuelta/m], y en unidades CGS el [Amp. vuelta/cm] que equivale a 10^2 [Amp. vuelta/m]. A veces se utiliza la unidad [Oersted] equivalente a 79,55 [Amp. vuelta/ m].

Un aumento en el valor de la fuente “ i ”, aumenta la intensidad \vec{H} en los diversos puntos del campo magnético, aumentando proporcionalmente la densidad de flujo \vec{B} . Sin embargo, existen ciertos materiales llamados ferromagnéticos (fierro, cobalto, níquel y aleaciones de los mismos), en los cuales un determinado valor de \vec{H} produce un aumento de \vec{B} mucho mayor que $\mu_0 \cdot \vec{H}$.

Esto se debe a que dichos materiales están constituidos por dipolos magnéticos moleculares. Estos dipolos están orientados al azar cuando no hay campo magnético externo aplicado ($\vec{H} = 0$), sin embargo, al aplicar un campo magnético externo ($\vec{H} \neq 0$) los dipolos se orientan en el sentido del campo, produciendo un campo interno adicional que aumenta notablemente la densidad de flujo total en el interior del material.

Una vez que los dipolos terminan de alinearse con el campo magnético, el aumento en la intensidad de campo \vec{H} produce que la densidad de flujo interna \vec{B} sólo aumente según $\mu_0 \cdot \vec{H}$, en este caso se dice que el material esta saturado.

De este modo, \vec{H} y \vec{B} se relacionaran mediante:

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \tag{2.14}$$

Donde la permeabilidad magnética μ es no constante.

En la figura 2.6 se ve la característica B-H típica de un material ferromagnético. Se distingue una zona lineal, donde $|\vec{B}|$ es proporcional a $|\vec{H}|$ y μ es prácticamente constante, un codo de saturación y una zona de saturación, donde $|\vec{B}| = \mu_0 \cdot |\vec{H}|$, por lo cual resulta indeseable trabajar.

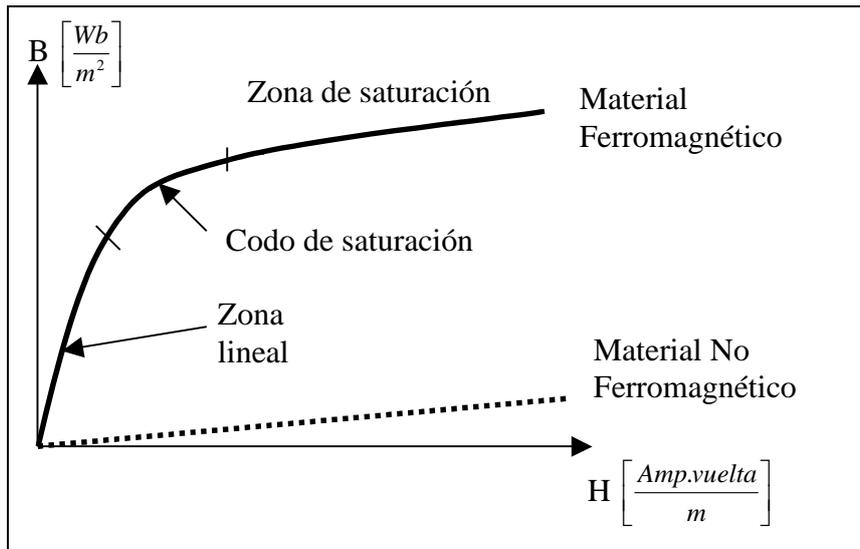


Figura 2.6. Característica B - H.

En esta misma figura se muestra la característica B-H de un material no ferromagnético, apreciándose la notable diferencia entre la pendiente de esta recta con la pendiente μ de la zona lineal de los materiales ferromagnéticos. En general, μ en la zona lineal es del orden de 10^3 veces μ_0 .

La propiedad anterior, lleva a la conclusión que ante la presencia de materiales magnéticos las líneas de flujo se cerraran siguiendo preferentemente las trayectorias definidas por dichos materiales. Por ello, el empleo de núcleos ferromagnéticos es la base en la construcción de toda maquina eléctrica, y la fabricación de hierro para usos eléctricos se orienta a lograr altos valores de μ , codos de saturación a $|\vec{B}|$ elevados ($\sim 2 \text{ Wb/m}^2$) y bajas perdidas magnéticas, lo que se consigue en gran medida con aleaciones con silicio (hierro silicoso).

2.2.2. Circuito magnético simple.

En general se puede designar como circuito magnético a un conjunto de uno o mas enrollados eléctricos recorridos por corrientes eléctricas, y que están acoplados magnéticamente entre sí. En particular, interesaran aquellos que empleen núcleos ferromagnéticos para mejorar el acoplamiento magnético.

En la figura 2.7 se muestra un circuito magnético muy simple: una bobina ideal (sin perdidas), de N vueltas, recorrida por una corriente " i ", y ubicada en un núcleo magnético determinado de longitud media " l " y sección transversal uniforme " A ".

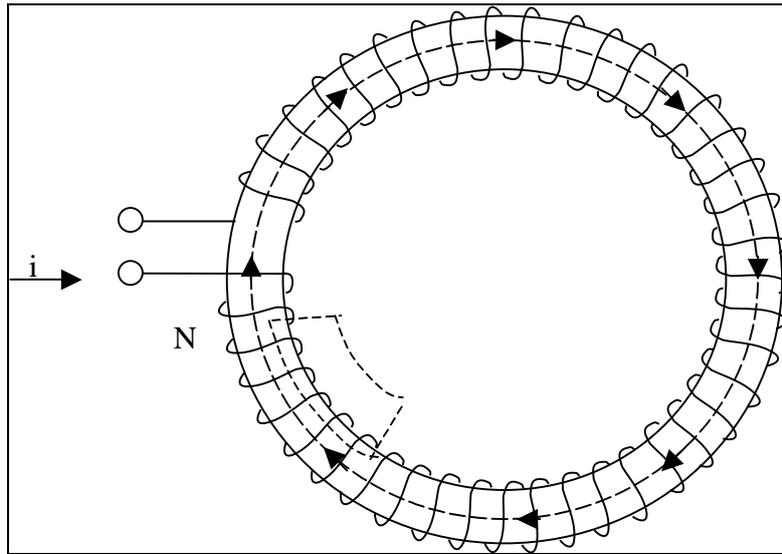


Figura 2.7. Circuito magnético simple

Si se supone que todo el flujo se cierra únicamente por el núcleo (o sea no hay flujos de fuga), $|\vec{B}|$ y por lo tanto $|\vec{H}|$ ⁽³⁾, tendrán un valor constante en cualquier punto del núcleo. Así, aplicando la ley de Ampere (ecuación (2.13)) a la trayectoria de integración indicada con línea de segmentos en la figura 2.7, se tiene:

$$\begin{aligned} H \oint dl &= N \cdot i \\ H \cdot \ell &= N \cdot i \end{aligned} \quad (2.15)$$

Esta relación permite evaluar H y encontrar el respectivo valor de B en la característica B-H del material. Esto indica la necesidad de contar con este tipo de información al estudiar problemas que incluyan la zona no lineal de la característica B-H.

Cuando el circuito magnético no es tan simple, suele ocurrir que el núcleo, a pesar de constituir una trayectoria cerrada sencilla (sin trayectorias paralelas), está formado por trozos de sección transversal uniforme A_K y longitud ℓ_K , de modo que H será constante dentro de cada trozo. En este caso la integral de la ecuación (2.13) se podrá expresar como una sumatoria:

$$N \cdot i = \sum_K H_k \cdot \ell_K \quad (2.16)$$

- $N \cdot i$: Se denomina fuente magnética o fuerza magnetomotriz designándose a veces como $F = N \cdot i$.
 $H_k \cdot \ell_K$: Se denominan caídas magnéticas del circuito magnético.

⁽³⁾ En adelante B y H respectivamente

2.2.3. Circuito eléctrico equivalente.

Es posible hacer una analogía entre un circuito magnético como el descrito por la ecuación (2.16) y un circuito eléctrico. Para ello, la fuente magnética $N \cdot i$ puede asimilarse a una fuente de voltaje, y las caídas magnéticas $H_k \cdot \ell_k$ serian caídas de voltaje en el circuito eléctrico. El flujo magnético ϕ tendría su equivalente en la corriente del circuito eléctrico.

Esta analogía es aún mas clara, y presta entonces su real utilidad, cuando los circuitos magnéticos son lineales (es decir formados con núcleos de $\mu = \text{constante}$). En este caso la ecuación (2.16) puede escribirse:

$$N \cdot i = \sum_K \frac{B_K}{\mu_K} \ell_K = \sum_K \frac{\phi \ell_K}{\mu_K A_K} = \phi \cdot \sum_K \frac{\ell_K}{\mu_K A_K} \quad (2.17)$$

La ecuación equivalente de un circuito eléctrico seria:

$$V = I \cdot \sum_K r_K \quad (2.18)$$

Siendo “V” la fuente de voltaje, “I” la corriente que circula por el circuito y “ r_K ” las resistencias en serie que representan las caídas magnéticas $H_k \cdot \ell_k$.

Así, es posible definir en el circuito magnético el equivalente de una resistencia eléctrica, y que en este caso se denomina reluctancia:

$$R = \frac{\ell}{\mu A} \quad (2.19)$$

El valor de la reluctancia es constante al trabajar dentro de la zona lineal de la característica B-H.

Si comparamos la fórmula (2.19) con la expresión que define la resistencia eléctrica en función de la conductividad, la longitud y la sección del conductor eléctrico (fórmula (2.20)), podemos entonces definir a la reluctancia “R” como un parámetro de “resistencia” al flujo magnético y a la permeabilidad magnética μ como una medida de la "conductividad" del núcleo. De este modo, mientras mayor sea “R”, se necesitará un valor mayor de la fuente magnética para establecer determinado flujo.

$$r = \frac{\ell_c}{\sigma \cdot A_c} \quad (2.20)$$

En la Tabla 2.2. se muestra la equivalencia descrita entre variables magnéticas y eléctricas:

Variable magnética		Variable eléctrica equivalente	
$F = N \cdot i$	Fuerza magnetomotriz	V	Voltaje o fuerza electromotriz
ϕ	Flujo magnético	I	Corriente eléctrica

$H \cdot l$	Caída magnética	ΔV	Caída de voltaje
R	Reluctancia	r	Resistencia eléctrica
μ	Permeabilidad magnética	σ	Conductividad eléctrica.
B	Densidad de flujo	J	Densidad de corriente

Tabla 2.2. Analogía de variables magnéticas y eléctricas.

La ecuación (2.17) puede escribirse en función de las reluctancias del circuito magnético, como:

$$N \cdot i = \phi \cdot \sum R_K = \phi \cdot R_{eq} \quad (2.21)$$

Donde R_{eq} es la reluctancia equivalente vista desde la fuente.

En la figura 2.8 se muestra un circuito magnético y su circuito eléctrico equivalente.

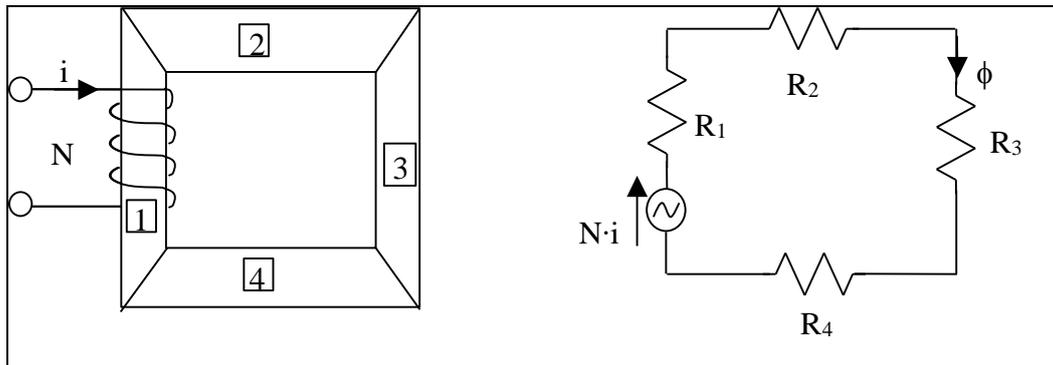


Figura 2.8. Circuito magnético y su equivalente eléctrico

Por otra parte, puede demostrarse que la relación (2.21) es válida en general para circuitos magnéticos lineales con un solo enrollado y con cualquier configuración del núcleo (trayectorias serie y paralelo). En todos estos casos, R_{eq} será la reluctancia equivalente vista desde la fuente en el circuito eléctrico equivalente (Equivalente de Thevenin).

Para circuitos magnéticos lineales con más de una fuente (más de un enrollado), basta ubicarlas adecuadamente y con el sentido correcto en el circuito eléctrico equivalente. La resolución de este circuito entrega información necesaria para evaluar las variables magnéticas ϕ , B y H .

Cuando los circuitos magnéticos *no son lineales*, en general no conviene trabajar con reluctancias (ya que estos dejan de ser parámetros constantes), y es necesario trabajar con la ley de Ampere propiamente tal y con la característica B - H , para relacionar estas dos variables.

2.2.4. Corriente-variable en el tiempo.

La forma de actuar de los campos magnéticos se deduce de las leyes de Maxwell. En los dispositivos que aquí se estudian, las frecuencias de las variables son tales que permiten despreciar las corrientes de desplazamiento en las ecuaciones de Maxwell (casos cuasi-estáticos). Es decir, los campos variables en el tiempo son los mismos que en condiciones estáticas para un mismo nivel eléctrico, de modo que los circuitos magnéticos se pueden resolver como si fueran estáticos, introduciéndose posteriormente cualquier variación en el tiempo.

Un problema adicional que aparece con corriente alterna, son las pérdidas magnéticas. En los núcleos reales existen dos tipos de pérdidas:

- i) **Perdidas de histéresis:** son las pérdidas producidas por roce molecular cuando las moléculas magnéticas deben orientarse en uno y otro sentido al estar excitadas con un campo magnético alterno en el tiempo (producido por una corriente alterna, no necesariamente sinusoidal).

- ii) **Perdidas por corrientes parásitas o de Foucault:** como los núcleos ferromagnéticos son a la vez buenos conductores eléctricos, un flujo magnético variable en el tiempo, $\phi(t)$, inducirá corrientes parásitas (i_p) que circularán por el núcleo según se muestra en la figura 2.9.(a).

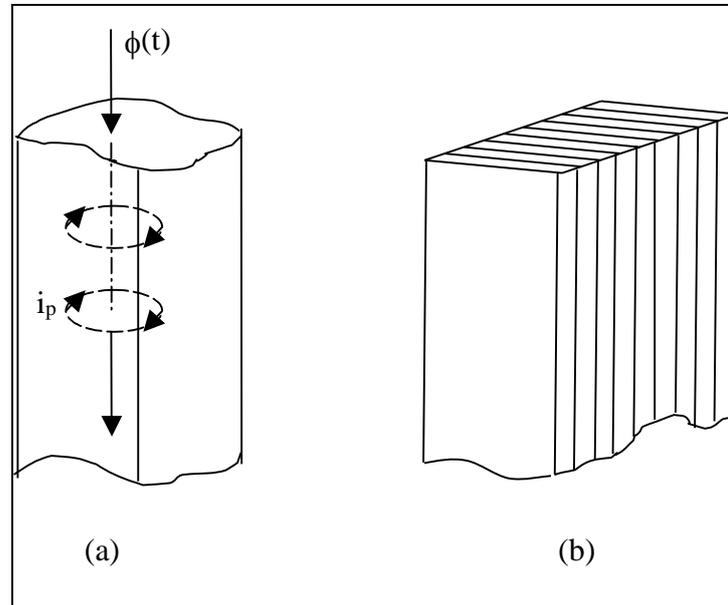


Figura 2.9. Corrientes de Foucault.

Estas corrientes parásitas producirán pérdidas de Joule debido a la resistencia eléctrica del hierro ($r_{\text{hierro}} \cdot i_p^2$), las que serán mayores mientras mayor sea la trayectoria permitida para la circulación de las corrientes parásitas. Por esta razón, los núcleos que se emplean con corriente alterna se fabrican laminados, como se muestra en la figura 2.9 (b), de modo de restringir las trayectorias de las corrientes parásitas a cada una de las laminas. Las laminas tienen barniz aislante eléctrico en cada una de sus caras, y sus espesores son del orden de 0,5 [mm]. En el capítulo 3 se encontrarán las expresiones analíticas para las pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault, demostrándose que estas últimas son proporcionales al cuadrado del espesor de las chapas o laminas.

2.2.5. Inductancias.

Para una bobina o enrollado de un circuito magnético su inductancia propia se define en general como:

$$L = \frac{d\lambda}{di} \quad (2.22)$$

Donde λ es el flujo enlazado por las N vueltas de la bobina ($\lambda = N \cdot \phi$), “ L ” es la pendiente de la característica λ v/s. “ i ”. Así, para un circuito simple en que no haya flujos de fuga (ver figura 2.7), se tiene:

$$B = \phi/A \quad (2.23)$$

$$\lambda = N \cdot A \cdot B \quad (2.24)$$

Considerando la ecuación (2.15):

$$i = \frac{\ell}{N} \cdot H \quad (2.25)$$

Se tiene que λ es proporcional a B, e “ i ” es proporcional a H, por lo cual la característica λ - i del núcleo será, en general, semejante a la característica B-H del mismo (figura 2.10).

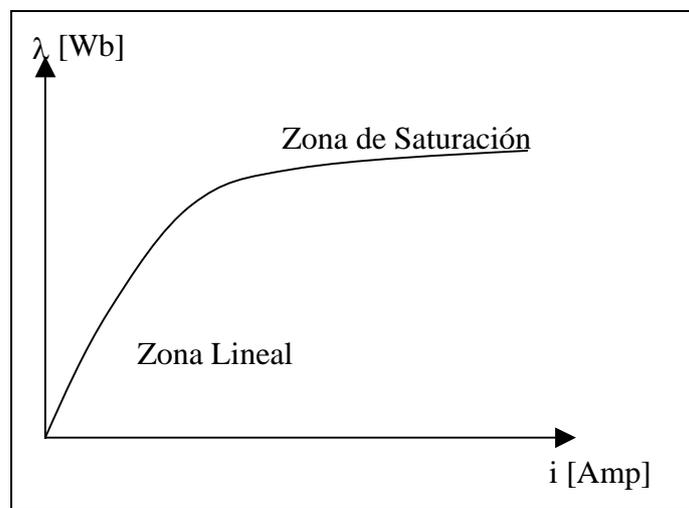


Figura 2.10. Característica λ - i .

En general la inductancia propia no será constante, sino que dependerá del valor de la corriente. En la zona lineal, “L” (que es la pendiente de la curva λ - i) será constante y de valor elevado. En la zona de saturación (altas corrientes), la inductancia decaerá notablemente a valores similares al caso que no hubiera núcleo ferromagnético.

Para la zona lineal, es posible evaluar en forma simple la inductancia:

$$L = \frac{d\lambda}{di} = \frac{\lambda}{i} = \frac{N \cdot \phi}{i} \quad (2.26)$$

De la relación de circuitos magnéticos lineales (2.21) y de (2.26) se obtiene:

$$L = \frac{N^2}{R_{eq}} \quad (2.27)$$

O bien :

$$L = N^2 P_{eq} \quad (2.28)$$

Donde $P_{eq} = 1/R_{eq}$ es la permeancia equivalente del circuito magnético, vista desde la bobina.

Cuando los circuitos magnéticos tienen más de una bobina, es posible que cada bobina, aparte de enlazar su propio flujo ϕ_{11} producido por su corriente i_1 enlace parte del flujo producido en una segunda bobina, ϕ_{12} , producido por una corriente i_2 en dicha bobina (figura 2.11).

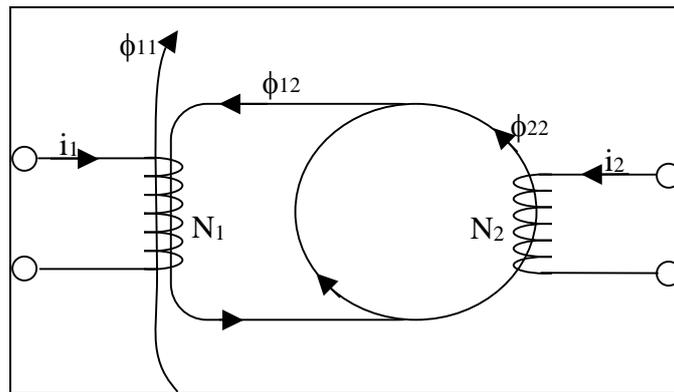


Figura 2.11. Flujos propios y mutuos.

En este caso es posible definir (considerando caso lineal):

- Inductancia propia

$$L_{11} = N_1 \frac{\phi_{11}}{i_1} \quad (2.29)$$

- Inductancia mutua

$$L_{12} = N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2} \quad (2.30)$$

Si el circuito magnético lineal tiene “n” bobinas, para la bobina “j” la inductancia propia será de la forma:

$$L_{jj} = N_j \frac{\phi_{jj}}{i_j} \quad (2.31)$$

Y las inductancias mutuas respecto a otra bobina k:

$$L_{jk} = N_j \frac{\phi_{jk}}{i_k} \quad (k=1,2,\dots,n \neq j) \quad (2.32)$$

Se puede demostrar que, en general, $L_{jk} = L_{kj}$.

La evaluación de inductancias mutuas es similar a la evaluación de inductancias propias, es decir, es necesario resolver el circuito magnético y evaluar ϕ_{jk} .

El voltaje en una bobina “j”, supuesta de resistencia nula, esta dado por la relación:

$$v_j = \sum_{k=1}^n L_{jk} \frac{di_k}{dt} \quad (4) \quad (2.33)$$

O bien expresado matricialmente para las n bobinas:

$$[v] = [L] \frac{d}{dt} [i] \quad (2.34)$$

2.2.6. Energía en el campo magnético.

En un circuito magnético simple, donde no haya perdidas ni en los enrollados ni en el núcleo, la energía que entra al sistema a través del circuito eléctrico, sólo puede almacenarse en el núcleo, es decir, en el campo magnético.

Así, haciendo un balance de energía, puede decirse que la energía eléctrica es igual a la energía acumulada en el campo magnético. O sea, la energía acumulada en el campo, ϵ_c , se puede evaluar a través de la energía eléctrica:

$$\epsilon_c = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot i(t) dt \quad (2.35)$$

Siendo $p(t)$ la potencia eléctrica instantánea que entra al sistema.

Como $v(t) = d\lambda/dt$, de (2.35) se tiene:

$$\epsilon_c = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \mathbf{i} \cdot d\lambda \quad (2.36)$$

Luego, ecuación queda representada por el área bajo la curva λ - i , como se indica en la figura 2.12.

⁽⁴⁾ Esta relación proviene de la ley de Faraday, y es válida para circuitos magnéticos de geometría fija; en caso contrario, habrá que sumar los términos del tipo $i \frac{dL}{dt}$, según puede deducirse de la ecuación de Maxwell $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times \vec{v} \times \vec{B}$, donde \vec{E} es el campo eléctrico y \vec{v} la velocidad del conductor respecto al campo; al primer sumando se le llama voltaje de transformación, y al segundo de generación.

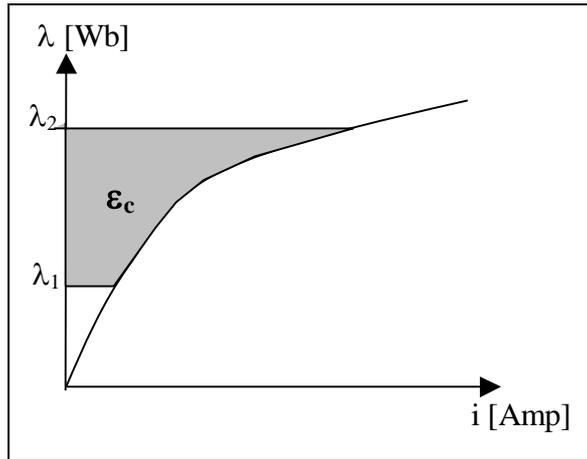


Figura 2.12. Energía en campo magnético

Si λ e " i " se expresan en función de B y H, de acuerdo a las expresiones (2.24) y (2.25), la ecuación (2.36) puede escribirse como:

$$\varepsilon_c = \int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB \quad (2.37)$$

Como $A \cdot \ell$ representa el volumen del núcleo (espacio ocupado por el campo magnético) puede escribirse la relación:

$$\frac{\varepsilon_c}{Vol} = \int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB \quad [\text{Joule/m}^3] \quad (2.38)$$

Es decir, la energía por unidad de volumen acumulada en el campo magnético corresponde al área bajo la curva B-H, según se indica en la figura 2.13.

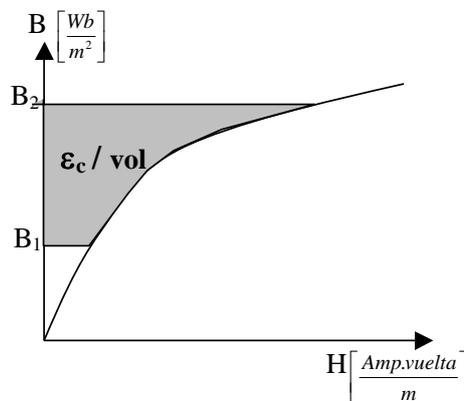


Figura 2.13. Energía por unidad de volumen

Para circuitos magnéticos lineales (donde L y μ son constantes), si se considera que en el instante inicial $i = 0$, la expresión para la energía acumulada puede escribirse como:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \lambda i = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L} \quad (2.39)$$

$$\frac{\varepsilon_c}{Vol} = \frac{1}{2} \mu \cdot H^2 = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} \quad (2.40)$$

Si el circuito magnético no tiene pérdidas, al aumentar la corriente de la bobina de 0 a “ i ”, entrará una determinada energía ε_c al sistema, la cual se acumulará en el campo magnético, inversamente, si la corriente se reduce de “ i ” a 0, la misma cantidad de energía ε_c se devuelve a la fuente eléctrica.

Sin embargo, si en el núcleo existen pérdidas (histéresis o corrientes parásitas), la cantidad de energía ε_c devuelta a la fuente eléctrica será menor que la energía ε_c entregada inicialmente al campo magnético. Por este motivo, la trayectoria de regreso en el gráfico λ - i (o B-H) no es la misma trayectoria inicial, según se aprecia en la figura 2.14 y el área entre ambas curvas representa la energía que se pierde en el núcleo (pérdidas por histéresis y Foucault).

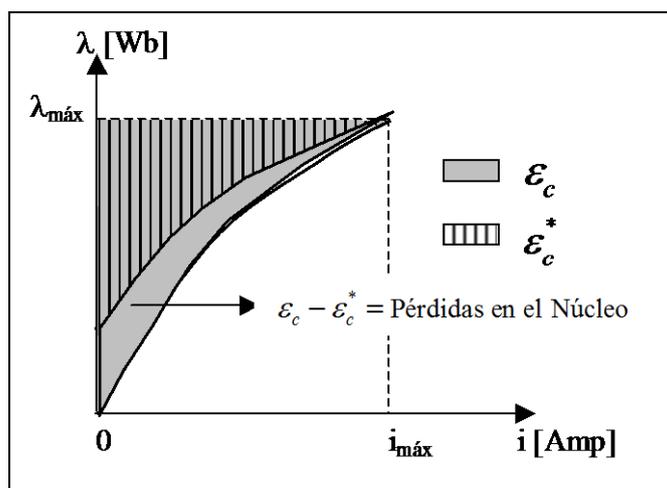


Figura 2.14. Energía perdida en el núcleo

Si la corriente es alterna, y varía entre $i_{máx}$ y $-i_{máx}$, el punto de operación en el gráfico λ - i (o B-H) recorrerá una trayectoria denominada ciclo de histéresis. El área de este ciclo representará las pérdidas en el núcleo por el ciclo de la corriente (ver figura 2.15).

Si la trayectoria se recorre muy lentamente, de modo que las corrientes parásitas inducidas puedan despreciarse, el área de la curva representara solo las pérdidas de energía de histéresis, por ciclo.

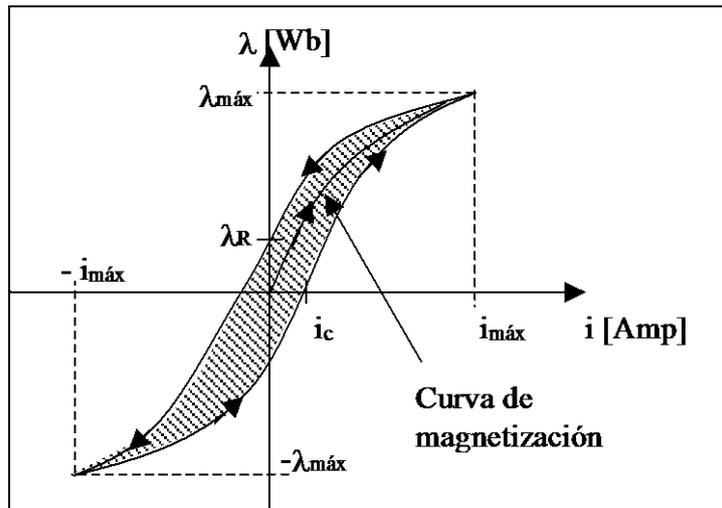


Figura 2.15. Ciclo de histéresis

Como puntos particulares del ciclo de histéresis se pueden destacar la corriente necesaria para que el flujo sea cero ($N \cdot i_c =$ fuerza magnetomotriz coercitiva) y el enlace de flujo λ_R que persiste en el núcleo a pesar de ser $i = 0$ (flujo remanente). La trayectoria que pasa por el origen, o curva de magnetización, sólo se tendrá para núcleos magnéticos vírgenes, o núcleos desmagnetizados.

En la práctica, se tratan de fabricar núcleos con bajas pérdidas, de modo que los ciclos son relativamente angostos. La información que entregan los fabricantes es la curva de magnetización junto a la denominada curva de pérdidas, donde se grafican los Watts/Kg de pérdidas en el núcleo, en función de $B_{máx}$.

2.2.7. Circuitos magnéticos con entrehierro.

A continuación se analiza el caso de circuitos magnéticos con entrehierro. Este caso reviste gran interés puesto que las máquinas eléctricas constituyen necesariamente circuitos de este tipo para permitir el desplazamiento de una parte móvil respecto a una parte fija.

En primer lugar considérese un circuito magnético ideal con un enrollado, el cual posee las siguientes características:

- No hay flujos de fuga por el aire.
- La resistencia eléctrica del enrollado es despreciable.
- Las pérdidas en el núcleo son despreciables.
- La permeabilidad μ es constante y su valor tiende a infinito (consecuentemente, el valor de la reluctancia del núcleo tiende a cero, evitando las caídas de potencial magnético).

Al aplicar un voltaje $v(t)$ a la bobina, se establece un flujo magnético $\phi(t)$ y por tanto una densidad de flujo $B = \phi/A$ en el núcleo ("A" es la sección transversal del núcleo). Sin embargo,

como μ tiende a infinito la intensidad de campo magnético H será siempre igual a cero (ver ecuación (2.14)). Esto fuerza a que la corriente que circula por la bobina sea nula (según fórmula (2.15)), la inductancia propia tienda a infinito (ecuación (2.26)) y por lo tanto la energía acumulada en el campo magnético sea nula ($\epsilon_c = 0$).

Considérese el mismo circuito magnético anterior al cual se ha agregado un entrehierro según se aprecia en la figura 2.16.

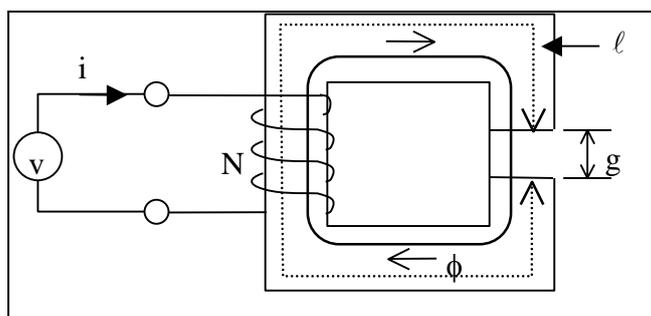


Figura 2.16. Circuito magnético con entrehierro

El circuito magnético es lineal, sin pérdidas, el núcleo tiene una longitud media l , una sección transversal “A” uniforme, y un entrehierro de longitud $g \ll l$.

Suponiendo que no existe dispersión de flujo magnético en el entrehierro se tiene:

$$B_{eh} = B_{Fe} = B = \frac{\phi}{A} \quad (2.41)$$

$$N \cdot I = H_{Fe} \cdot l + H_{eh} \cdot g$$

Donde:

B_{eh} es la densidad de flujo en el entrehierro

B_{Fe} es la densidad de flujo en el hierro

H_{eh} es la intensidad de flujo en el entrehierro

H_{Fe} es la intensidad de flujo en el hierro

Si el núcleo es ideal, $H_{Fe} = 0$, con lo cual:

$$N \cdot I \cong H_{eh} \cdot g = \frac{B \cdot g}{\mu_0} \quad (2.42)$$

Y la energía acumulada en el campo magnético es:

$$\epsilon_c \cong \frac{1}{2} B H_{eh} \cdot Vol_{eh} \quad (2.43)$$

Es decir, prácticamente toda la energía se acumula en el entrehierro.

Además, la inductancia queda dada por:

$$L = \frac{N^2}{R_{Fe} + R_{eh}} \quad (2.44)$$

Pero como $\mu \rightarrow \infty$ y consecuentemente $R_{Fe} \rightarrow 0$ se tiene:

$$L \cong \frac{N^2}{R_{eh}} = \frac{N^2}{g} \mu_o A \quad (2.45)$$

O sea, la inductancia propia de la bobina es prácticamente determinada por el entrehierro.

2.3 Problemas Resueltos

1. ¿Qué entiende por Reluctancia de un circuito magnético?

Respuesta:

Es posible hacer una analogía entre un circuito magnético como el descrito por la ecuación $Ni = \sum_K H_k \ell_K$ y un circuito eléctrico. Para ello, la fuente magnética Ni puede asimilarse a una fuente de voltaje, y las caídas magnéticas $H_k \ell_K$ serían caídas de voltaje en el circuito eléctrico. El flujo magnético ϕ tendría su equivalente en la corriente del circuito eléctrico.

Esta analogía es aún más clara, y presta entonces real utilidad, cuando los circuitos magnéticos son lineales (es decir formados con núcleos de μ =constante.). En este caso la ecuación anterior puede escribirse:

$$NI = \sum_K \frac{B_K \ell_K}{\mu_K} = \sum_K \frac{\phi \ell_K}{\mu_K A_K}$$

Como ϕ es constante en todos los trozos "en serie" del circuito magnético supuesto, puede sacarse fuera de la sumatoria, quedando

$$NI = \phi \sum_K \frac{\ell_K}{\mu_K A_K}$$

La ecuación equivalente de un circuito eléctrico sería:

$$V = I \cdot \sum_K r_K$$

Siendo V el voltaje, I la corriente y r_K las resistencias en serie. Así, es posible definir en el circuito magnético el equivalente de una resistencia eléctrica, la que en este caso se denomina reluctancia:

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu A}$$

Que será constante al trabajar dentro de la zona lineal de la característica B-H.

2. ¿Cómo varia la permeabilidad de un material ferromagnético ante la fuerza electromotriz?

Respuesta:

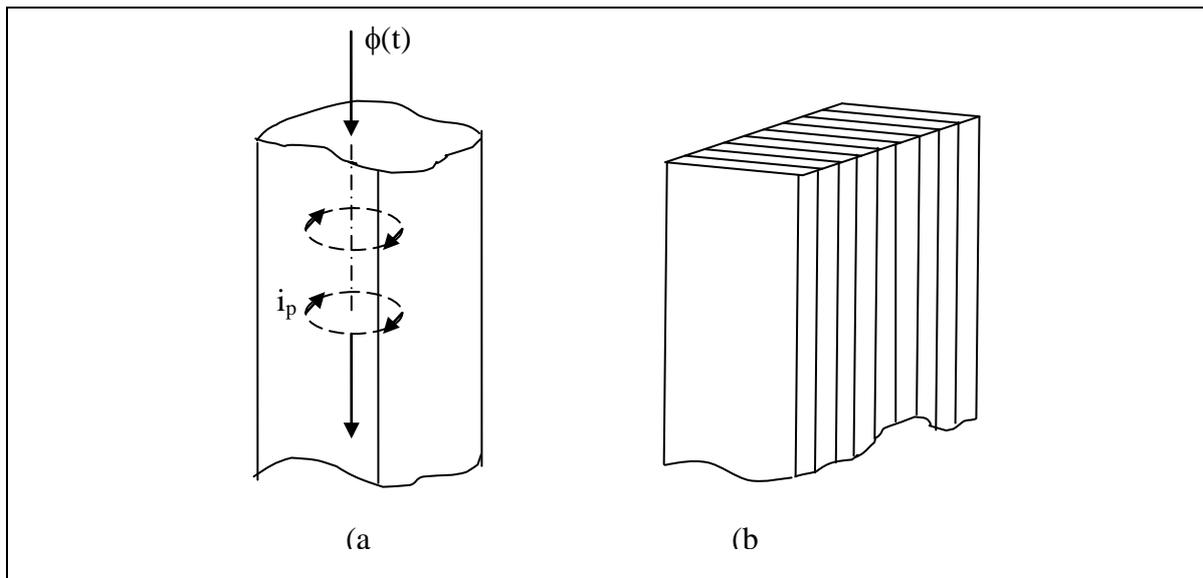
La permeabilidad magnética μ es una medida de la "conductividad" del núcleo para la circulación del flujo. Mientras mayor sea \mathfrak{R} , se necesitara un valor mayor de la fuente magnética para establecer determinado flujo.

$$F = Ni = \phi \cdot \sum \mathfrak{R}_K = \phi \mathfrak{R}_{eq}$$
$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu A}$$

3. ¿Cómo se atenúa la magnitud de las corrientes parásitas, o de Foucault?

Respuesta:

Como los núcleos ferromagnéticos son a la vez buenos conductores eléctricos, un flujo magnético variable en el tiempo, $\phi(t)$, inducirá corrientes I_p (parásitas) de acuerdo a la ley de Faraday, que circularán por el núcleo según se muestra en la siguiente figura.



Estas corrientes producirán pérdidas Joule debido a la resistencia del hierro ($R_{\text{hierro}} \times i_p^2$), las que serán mayores mientras mayor sea la trayectoria permitida para la circulación de las corrientes parásitas. Por esta razón, los núcleos que se emplean con corriente alterna se fabrican laminados, como se muestra en la Fig. 2.9 (b), de modo de restringir las trayectorias de las corrientes a cada una de las laminas. Estas laminas tienen barniz aislante eléctrico por una de sus caras, y sus espesores son del orden de 0,5 [mm] o menos. En el capítulo 3 se encontrarán las expresiones analíticas para las pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault, demostrándose que estas últimas son proporcionales al cuadrado del espesor de las chapas o laminas. Como con corriente continua ambos tipos de pérdidas son nulas, es posible usar núcleos macizos en ese caso.

4. ¿Qué condiciones son necesarias para que un campo magnético produzca un voltaje en un conductor?

Respuesta:

La ley de Faraday constituye el principio básico de un generador eléctrico: en un conductor o circuito eléctrico que enlaza un flujo magnético variable en el tiempo, se induce una fuerza electromotriz (fem) dada por:

$$e(t) = - \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Este voltaje o fem hará circular una corriente por el circuito correspondiente. Como el flujo magnético ϕ se relaciona directamente con el campo magnético B , según la siguiente relación:

$$\phi = B \cdot A \Rightarrow e(t) = -\frac{d(B \cdot A)}{dt}$$

Donde A es el área por donde circula el campo magnético. Luego de la expresión anterior se determinan las siguientes condiciones para producir un voltaje en un conductor:

- Campo magnético variable en el tiempo y al área A constante o fija.
- Campo magnético constante y área A variable en el tiempo.
- Ambos pueden ser variables, campo magnético como área

5. Defina la permeabilidad magnética y muestre como se puede determinar experimentalmente esta cantidad en un medio particular. ¿Qué es la permeabilidad relativa?

Respuesta:

La permeabilidad magnética μ , es una constante escalar para un medio físico particular. Se puede hacer un paralelismo con la conductividad eléctrica, en la cual la permeabilidad representa la facilidad o dificultad de un material en permitir el traspaso (propagación) del campo magnético.

Dada la siguiente relación $B = \mu \cdot H \Rightarrow \mu = \frac{B}{H}$ se puede calcular experimentalmente la permeabilidad aplicando una intensidad de campo magnético a un material dado y midiendo la densidad de campo magnético. Esto implica trazar la curva característica de los materiales ferromagnéticos B-H.

La permeabilidad de un material se puede escribir como el producto de la permeabilidad del vacío $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [H/m]$ y la permeabilidad relativa μ_r , la cual varía significativamente con el medio.

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \Rightarrow \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Por ejemplo para el aire y para la mayoría de los conductores y aisladores eléctricos, $\mu_r = 1$. Para los materiales ferromagnéticos este valor puede ser de cientos o de miles. Por lo tanto, se puede definir la permeabilidad relativa como la permeabilidad de un material respecto a la permeabilidad del vacío.

6. ¿Qué es la intensidad del campo magnético? ¿Que lo diferencia de la intensidad del flujo magnético?

Respuesta:

En el estudio de campos magnéticos, aparte del campo magnético (o densidad de flujo) B, se define una segunda variable fundamental denominada intensidad de campo magnético, definida como:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

Donde μ es la permeabilidad magnética del medio. Es decir H es proporcional a B (al ser $\mu =$ constante).

Por otra parte, la intensidad de campo H esta relacionada con la corriente eléctrica, o sea con la "fuente magnética" que origina el campo, según la Ley de Ampere

$$\oint H \cdot d\ell = i$$

De aquí que se emplea como unidad mks para H [Amp. vuelta/m], y unidad cgs para H [Amp. vuelta/cm] = 102 [Amp. vuelta/m]. A veces se utiliza la unidad [Oersted] = 79,55 [Amp. vuelta/m].

Un aumento en el valor de la fuente magnética i, aumenta la intensidad H en los diversos puntos del campo magnético, subiendo proporcionalmente la densidad de flujo B. Sin embargo, existen ciertos materiales llamados ferromagnéticos (fierro, cobalto, níquel y aleaciones de los mismos), en los cuales un determinado valor de H produce un aumento de B mucho mayor que $\mu \cdot H$. Esto se debe a que dichos materiales están constituidos por dipolos magnéticos moleculares, orientados al azar cuando no hay campo magnético externo aplicado ($H = 0$). Ante la presencia de un campo magnético externo ($H \neq 0$), los dipolos se orientan en el sentido del campo, produciendo un campo interno adicional que aumenta notablemente la densidad de flujo total en el interior del material.

La diferencia principal entre las dos variables (B y H) esta en que la intensidad de campo magnético es independiente de las propiedades de los materiales empleados en la construcción de los circuitos magnéticos.

7. ¿Qué es la fuerza magnetomotriz? ¿Qué lo diferencia de la fuerza electromotriz? ¿En que se parecen ambas?

Respuesta:

Dada la siguiente ecuación:

$$Ni = \sum_K H_k \ell_K$$

Es posible hacer una analogía entre un circuito magnético como el descrito por la ecuación anterior y un circuito eléctrico. Para ello, la fuente magnética Ni puede asimilarse a una fuente de voltaje, y las caídas magnéticas $H_k \ell_K$ serian caídas de voltaje en el circuito eléctrico. El flujo magnético ϕ tendría su equivalente en la corriente del circuito eléctrico.

Luego a esta fuente magnética se le denomina Fuerza Magnetomotriz (**fmm**), la cual esta directamente relacionada con la intensidad de campo magnético. También se puede relacionar con la corriente que pasa por la(s) espira(s) de una bobina y con el número de estas.

$$F = Ni = fmm$$

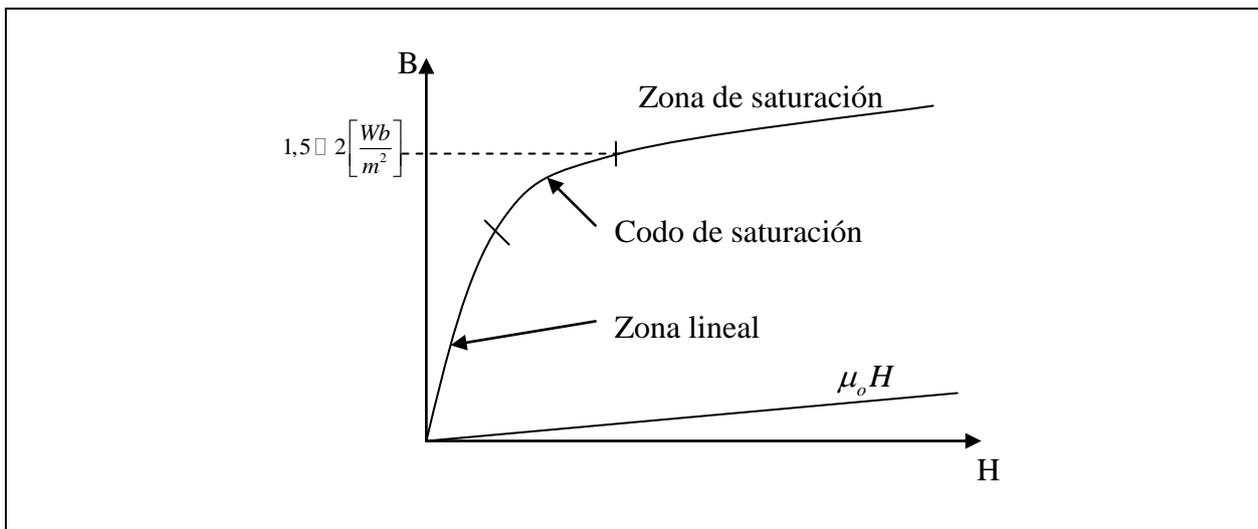
La principal diferencia es que la **fmm** es generada por campos magnéticos, en cambio, la fuerza electromotriz es generada por campos eléctricos.

8. ¿Qué entiende por saturación de un material ferromagnético?

Respuesta:

En los materiales llamados ferromagnéticos (hierro, cobalto, níquel y aleaciones de los mismos), en los cuales un determinado valor de H produce un aumento de B mucho mayor que $\mu_0 \cdot H$. Esto se debe a que dichos materiales están constituidos por dipolos magnéticos moleculares, orientados al azar cuando no hay campo magnético externo aplicado ($H = 0$). Ante la presencia de un campo magnético externo ($H \neq 0$), los dipolos se orientan en el sentido del campo, produciendo un campo interno adicional que aumenta notablemente la densidad de flujo total en el interior del material.

No obstante, el aumento de B en estos materiales no es proporcional con H, ya que mientras mas aumenta H, es menor el aumento de B pues la gran mayoría de las moléculas se habrán alineado con el campo externo. Cuando todas las moléculas ya estén orientadas (H elevado), por mas que aumente H, la densidad de flujo interna no aumentara, y B total solo aumentara según $\mu_0 \cdot H$; se dice que el material esta saturado.



**9. ¿Cuáles la relación numérica entre Tesla y Weber/m²? ¿Entre Gauss y Weber/m²?
¿Entre Tesla y Gauss?**

Respuesta:

	B
Sistema cgs	[líneas/cm ²] = [Gauss]
Sistema mks	[Wb/m ²] = [Tesla]
Equivalencias	1 [Wb/m ²] = 10 ⁴ [Gauss] = 10 [KGauss]

3. TRANSFORMADORES

3.1. GENERALIDADES.

Los transformadores son básicamente, circuitos magnéticos de dos bobinas que convierten energía eléctrica de un nivel de voltaje y corriente a otro nivel de voltaje y corriente diferente, gracias al distinto número de vueltas de cada uno de los enrollados y al flujo común, variable en el tiempo, que ambos enlazan. Estas características lo hacen indispensable en aplicaciones de transmisión y distribución de energía eléctrica de corriente alterna (CA), donde es necesario un alto nivel de voltaje para transmitir la energía a grandes distancias con pocas pérdidas. El transformador de dos enrollados se denomina monofásico, y es el más elemental. En circuitos de potencia trifásicos se usan bancos de tres transformadores monofásicos o bien transformadores trifásicos propiamente tales.

3.1.1. Principio básico de funcionamiento y campos de aplicación.

En el caso más simple, un transformador es un dispositivo de dos enrollados, uno de los cuales (enrollado primario) se conecta a una fuente de alimentación variable en el tiempo, $v_1(t)$. Esto origina un flujo magnético también variable en el tiempo $\phi(t)$, que es enlazado por el segundo enrollado (enrollado secundario), induciéndose en este un voltaje $v_2(t)$ que puede alimentar un consumo determinado (figura 3.1.).

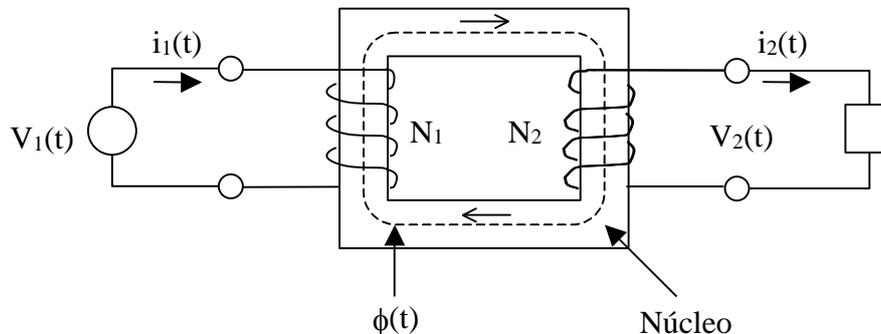


Figura 3.1. Principio de funcionamiento del transformador.

Si el transformador es ideal, es decir si no hay pérdidas de flujo, ni pérdidas de potencia y la permeabilidad magnética del núcleo es infinita, el flujo $\phi(t)$ es enlazado totalmente por las N_1 vueltas del enrollado primario y por las N_2 vueltas del enrollado secundario, cumpliéndose:

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.1)$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.2)$$

Es decir :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (3.3)$$

Además, por las condiciones de transformador ideal descritas, debe cumplirse:

$$v_1 i_1 = v_2 i_2 \quad (3.4)$$

Y de (3.3) y (3.4) se tiene también que:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (3.5)$$

Eligiendo adecuadamente los números de vueltas, se puede elevar o reducir el voltaje a los niveles requeridos.

Lo anterior corresponde al denominado transformador monofásico (una fase) de dos enrollados. Sin embargo, en sistemas de potencia se emplean circuitos trifásicos donde se requerirán tres transformadores monofásicos (uno para cada fase) o una unidad trifásica (los tres pares de enrollados con un núcleo común).

Por otra parte, los transformadores monofásicos pueden ser de más de dos enrollados si se requieren varios niveles de voltaje; igualmente en transformadores trifásicos pueden tenerse más de dos enrollados por fase. Aparte de lo anterior, hay una gran variedad de otros tipos de transformadores (transformadores hexafásicos, transformadores en conexión Scott, etc.), todos los cables se basan en el mismo principio fundamental antes descrito.

Considerando lo anterior, en general un transformador se puede definir como un sistema formado por un conjunto de circuitos eléctricos (enrollados) magnéticamente acoplados. Cabe indicar que bajo esta definición la acción de transformación también se cumple con "núcleo de aire" siendo obviamente mucho menos efectiva (por Ej.: interferencia cerca de cables de Alta Tensión). Sin embargo, lo usual será el empleo de núcleos de material ferromagnético (normalmente hierro silicoso).

La posibilidad de elevar o reducir voltajes alternos mediante transformadores, significó el gran auge de la corriente alterna (CA) en sistemas eléctricos de potencia ya que mediante estos dispositivos era posible que los sistemas generación-transmisión-consumo, funcionaran a los niveles adecuados de tensión: baja tensión (BT) en generación (por limitaciones de los generadores), alta tensión (AT) en transmisión (para bajar la corriente y reducir las pérdidas Joule en las líneas) y baja tensión en los consumos (por razones de seguridad).

Sin embargo este no es el único campo de aplicación, pues hay múltiples usos a otros niveles de voltaje, como por ejemplo en circuitos electrónicos, donde no sólo se emplean transformadores para modificar niveles de tensión, si no también para aislar circuitos, bloquear corriente continua, adaptar impedancias, etc.

3.1.2. Aspectos constructivos.

Los transformadores se fabrican en un amplio rango de potencia, dependiendo de la aplicación, que va desde algunos Watts para pequeños transformadores monofásicos de aplicación en

electrónica, hasta potencias del orden de los 100 o más MVA en transformadores trifásicos de grandes sistemas eléctricos de potencia. Las partes principales que caracterizan los transformadores son el núcleo ferromagnético y los enrollados, además, dependiendo del nivel de potencia, se agregan accesorios

Núcleo:

Está formado por un paquete de chapas o laminas de acero silicoso, de espesores de 0,3 a 0,7 [mm] por lámina. Se emplean núcleos laminados (en que las láminas están aisladas eléctricamente entre sí con barniz) de modo de reducir las perdidas por corrientes de Foucault.

Para transformadores monofásicos se emplean básicamente dos tipos de núcleos, denominados tipo ventana y tipo acorazado, como se muestran en la figura 3.2.

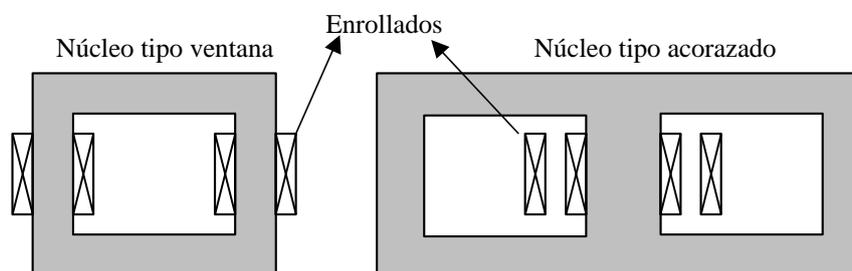


Figura 3.2. Núcleos de transformadores monofásicos.

Los núcleos correspondientes para transformadores trifásicos se indican en la figura 3.3, en que A, B, C corresponden a los circuitos de cada una de las fases.

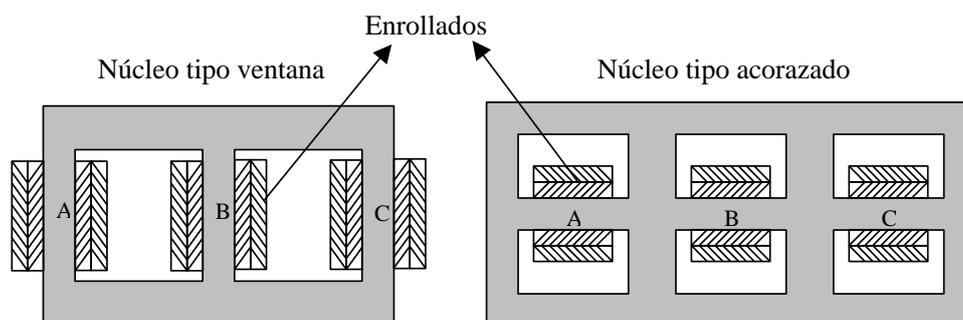


Figura 3.3. Núcleos de transformadores trifásicos.

Cabe indicar además, que cada chapa del núcleo esta particionada para facilitar el armado del mismo sobre los enrollados previamente construidos. Las laminas se van traslapando, como se indica en la figura 3.4 para el caso de núcleo acorazado monofásico, de modo de reducir el efecto de los entrehierros.

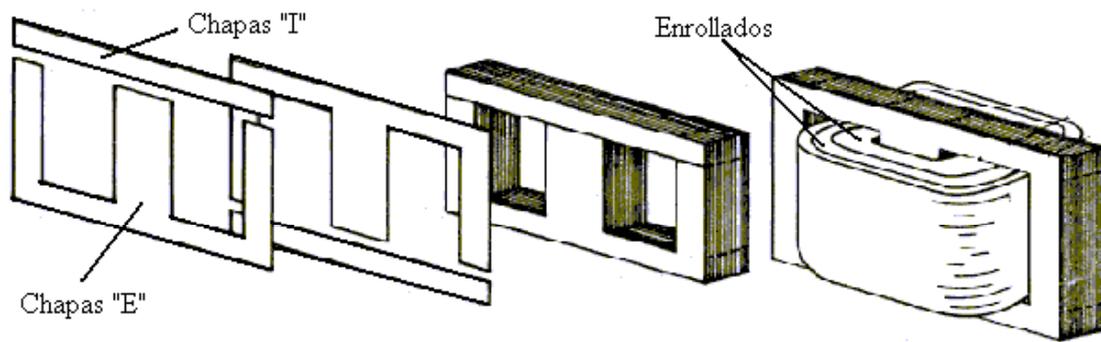


Figura 3.4. Traslape de chapas y transformador monofásico armado.

Enrollados:

Son de conductores de cobre recubierto con aislación adecuada (esmalte, papel, seda, etc.) según los niveles de voltaje. El total de vueltas de cada enrollado va distribuido en capas con aislación entre las mismas (salvo en transformadores de voltajes bajos), además de llevar aislación entre ambos enrollados y entre enrollados y núcleo.

En general se trata de ubicar los enrollados primario y secundario concéntricos para reducir lo más posible los flujos de fuga. Aún en el caso de núcleo ventana monofásico, los enrollados primario (P) y secundario (S) se suelen subdividir en dos partes en serie, de modo de dejarlos concéntricos como se muestra en la figura 3.5.

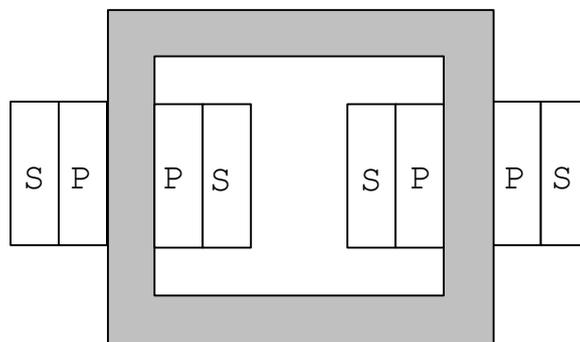


Figura 3.5. Enrollados concéntricos con núcleo tipo ventana.

Para transformadores de potencias elevadas existen otras formas de distribución de vueltas que no se detallan aquí, pero que pueden consultarse en la bibliografía respectiva.

Accesorios:

Aunque las partes esenciales de un transformador son el núcleo y los enrollados, existen (una gran cantidad de accesorios cuyas características dependen principalmente de la potencia y de los niveles de voltaje del transformador. Entre estos accesorios pueden mencionarse elementos de sujeción del núcleo, carcasa del transformador, terminales de enrollados, sistema de refrigeración, protecciones, etc.

En aplicaciones de potencia, los transformadores se construyen tradicionalmente con el núcleo y enrollados sumergidos en aceite aislante, dentro de un estanque (carcaza). Los terminales de los enrollados llegan a través de aisladores de porcelana (bushings), hasta cuyo interior llega el nivel de aceite.

Los sistemas de refrigeración son de diversa naturaleza, dependiendo de la potencia, pudiendo ser, en orden creciente de disipación de calor: refrigeración natural al aire o en aceite (con radiadores para aumentar la superficie de disipación de la carcaza), refrigeración con aceite forzado (motobombas que hacen circular aceite interiormente) y refrigeración con aceite forzado y aire forzado (con ventiladores exteriores).

En la figura 3.6 se muestran las partes esenciales de un transformador con estanque de aceite y refrigeración natural.

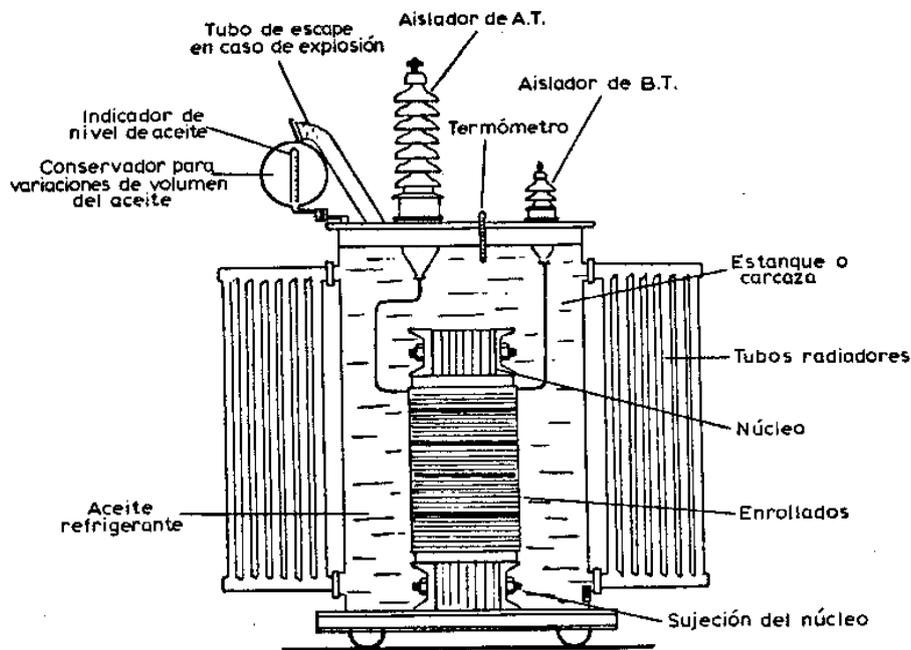


Figura 3.6. Partes esenciales de transformador sumergido en aceite.

En los últimos años, se han desarrollado también los denominados transformadores secos (en potencias entre 10 KVA y 10 MVA), los que en lugar de un estanque con aceite refrigerante emplean una resina moldeable (resina epóxica y harina de cuarzo) resistente, que sirve de protección, facilita la disipación de calor y con la cual prácticamente no se necesita mantención.

3.2. TRANSFORMADOR MONOFASICO IDEAL.

3.2.1. Definición.

Un transformador ideal es aquel en el cual no hay pérdidas de potencia ni pérdidas de flujo magnético, y además la permeabilidad magnética del núcleo es mucho mayor que μ_0 .

En suma, en un transformador ideal se cumplen las siguientes condiciones:

- Permeabilidad del núcleo $\mu \rightarrow \infty$ (reluctancia despreciable).
- No hay flujos de fuga, es decir, el flujo es enlazado en su totalidad por ambos enrollados.
- No hay pérdidas Joule en los enrollados (la resistencia eléctrica de los enrollados es nula).
- No hay pérdidas de potencia en el núcleo.

En estas condiciones, el transformador monofásico que se muestra esquemáticamente en la figura 3.7(a) puede representarse mediante el circuito equivalente de la figura 3.7(b). Este circuito contiene toda la información del transformador físico, salvo el sentido de los enrollados, el cual se indica con las denominadas marcas de polaridad como se verá más adelante (figura 3.9).

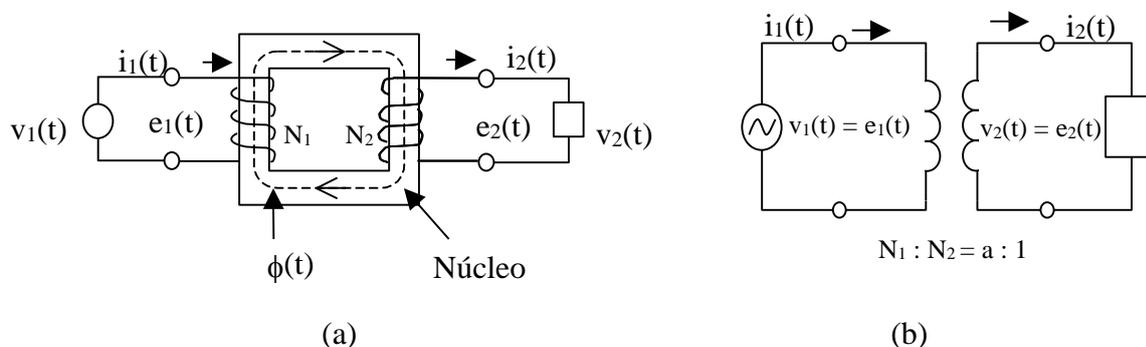


Figura 3.7: Transformador ideal.

3.2.2. Relación de voltajes.

Si el primario se alimenta desde una fuente alterna sinusoidal $v_1(t)$, la fuerza electromotriz (f.e.m.) del primario $e_1(t)$ será igual a $V_1(t)$ al no haber flujos de fuga ni resistencia del enrollado, cumpliéndose que

$$v_1 \approx e_1(t) = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.6)$$

Luego, si el voltaje es sinusoidal, el flujo también lo será:

$$\phi = \phi_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t) \quad (3.7)$$

De modo que de (3.6):

$$v_1 \approx e_1(t) = \omega \cdot N_1 \cdot \phi_{m\acute{a}x} \text{cos}(\omega t) \quad (3.8)$$

Siendo:

$$\omega = 2\pi f \quad (3.9)$$

Con f la frecuencia de la fuente de alimentación (red).

Así, el valor efectivo del voltaje, V_1 o E_1 , esta relacionado con el flujo máximo mediante:

$$V_1 \approx E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_1 f \phi_{m\acute{a}x} \Rightarrow V_1 = 4.44 \cdot N_1 \cdot f \phi_{m\acute{a}x} \quad (3.10)$$

Es importante notar que, al aplicar un voltaje V_1 al primario (valor efectivo), se establece un flujo en el núcleo cuyo valor máximo es independiente de la corriente y solo depende de la razón V_1/f :

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{1}{4.44 N_1} \cdot \frac{V_1}{f} \quad (3.11)$$

Además, por (3.6), el flujo está retrasado con respecto al voltaje en 90° .

Si se considera que “ A_N ” es el área transversal neta del núcleo, la relación (3.10) se puede escribir también como:

$$V_1 \approx E_1 = 4.44 N_1 \cdot f \cdot B_{m\acute{a}x} \cdot A_N \quad (3.12)$$

Donde $B_{m\acute{a}x}$ es la densidad de flujo máxima en el núcleo, cuyo valor para los núcleos reales (no ideales) no debe superar los límites de saturación (1,5 a 1,8 [Wb/m²]).

En el secundario, como todo el flujo ϕ es enlazado por las N_2 vueltas de dicho enrollado, similarmente se cumplirá para el voltaje efectivo.

$$V_2 \approx E_2 = 4.44 \cdot N_2 \cdot f \cdot \phi_{m\acute{a}x} \quad (3.13)$$

O bien

$$V_2 \approx E_2 = 4.44 \cdot N_2 \cdot f \cdot B_{m\acute{a}x} \cdot A_N \quad (3.14)$$

Siendo E_2 la f.e.m. inducida y V_2 el voltaje en los terminales del enrollado, que en este caso coinciden (transformador ideal).

Así, de (3.10) y (3.13) se encuentra que para los valores efectivos (o fasores):

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (3.15)$$

Siendo “ a ” la razón de vueltas del transformador.

O sea, para los valores efectivos se cumple la misma relación de voltajes instantáneos (3.3) vista anteriormente.

3.2.3. Relación de corrientes.

Ya se vio antes (ecuación (3.5)) que las corrientes instantáneas en ambos enrollados están en relación inversa al número de vueltas. Igual conclusión se puede obtener si se analiza como circuito magnético. En la figura 3.8 se indica el circuito magnético del transformador de la figura 3.7(a) cuando circula una corriente i_1 por el primario e i_2 por el secundario; R es la reluctancia del núcleo, y ambas fuerzas magnetomotrices (f.e.m.) $N_1 \cdot i_1$ y $N_2 \cdot i_2$ son opuestas de acuerdo al sentido de las corrientes indicado en la figura 3.7(a).

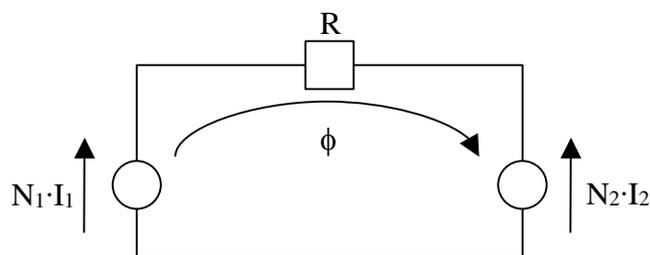


Figura 3.8. Circuito magnético equivalente

Se cumple así:

$$N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = R \cdot \phi \quad (3.16)$$

Como $R \rightarrow 0$ y siendo $\phi \neq 0$ se tiene:

$$N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = 0 \quad (3.17)$$

Es decir:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (3.18)$$

Esto justifica los sentidos elegidos para las corrientes en la figura 3.7(a). (De haber seleccionado sentido contrario para i_2 , la ecuación (3.18) habría resultado con signo negativo). Este tipo de enrollados se denomina con polaridad sustractiva, puesto que ambas f.e.m. se restan (ecuación (3.17)). Si el secundario estuviera enrollado en el sentido contrario, las f.e.m. se sumarían, denominándose polaridad aditiva.

Esta información se indica en el circuito equivalente con las denominadas marcas de polaridad (\bullet), en las cuales se debe entender que cuando la corriente i_1 entra a la marca de polaridad y la corriente i_2 sale, corresponde a polaridad sustractiva; en cambio cuando ambas corrientes entran o ambas corrientes salen de las marcas de polaridad, es polaridad aditiva. En la figura 3.9 se resume lo dicho anteriormente.

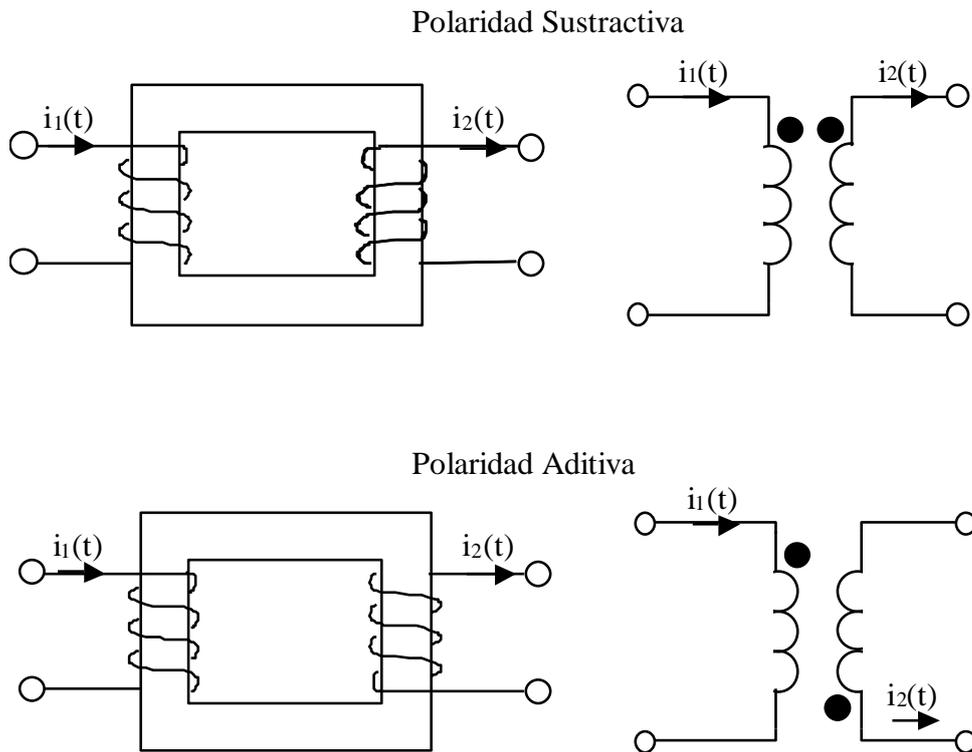


Figura 3.9. Marcas de polaridad.

Por otra parte, como la alimentación es sinusoidal, i_1 e i_2 serán sinusoidales de modo que la relación (3.18) se cumplirá también para los valores efectivos de corrientes (fasores):

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (3.19)$$

La ecuación (3.15) indica que \dot{V}_1 (o \dot{E}_1) y \dot{V}_2 (o \dot{E}_2) están en fase. Igualmente (3.19) indica que \dot{I}_1 e \dot{I}_2 también están en fase. Además \dot{I}_2 estará desfasado con respecto a \dot{V}_2 en un ángulo ψ , equivalente al ángulo de la impedancia de carga conectada al secundario. Así, el diagrama fasor será el de la figura 3.10.

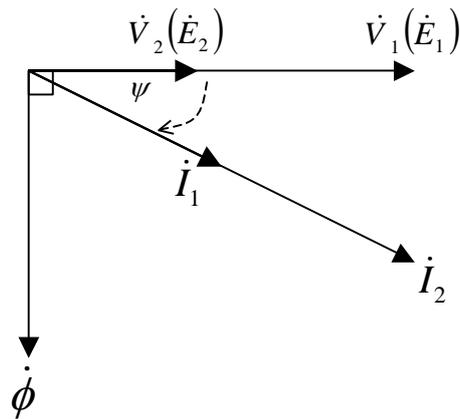


Figura 3.10. Diagrama fasor del transformador ideal.

3.2.4. Circuito equivalente referido a uno de los enrollados.

Por facilidad para los cálculos (en transformadores reales, no ideales) es conveniente trabajar con un circuito equivalente referido a uno de los enrollados. Por ejemplo, en la figura 3.11(a) se muestra el circuito equivalente ya visto, y en la figura 3.11(b) el mismo referido al primario.

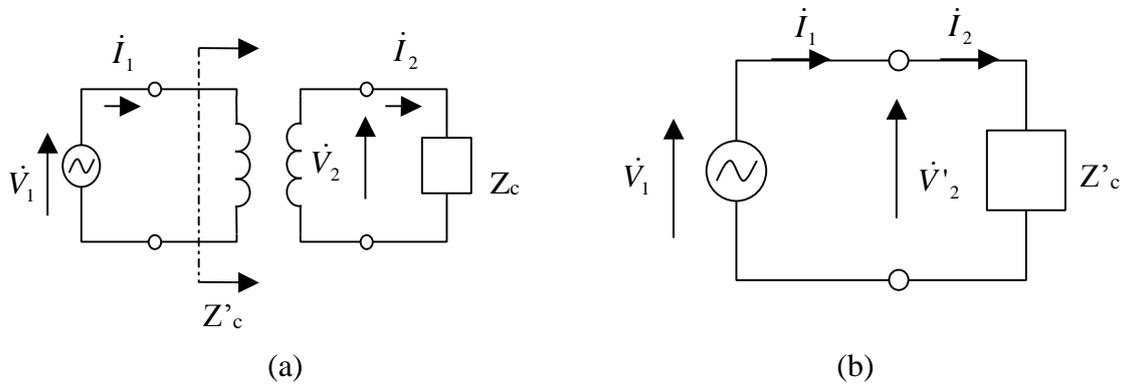


Figura 3.11. Circuito referido al primario.

Para que el circuito (b) sea equivalente con (a), la impedancia Z'_c debe tener un valor tal que siga entrando I_1 al primario:

$$Z'_c = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} \quad (3.20)$$

Puesto que $\dot{V}_1 = a\dot{V}_2$, e $\dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_2}{a}$, se tiene:

$$Z'_c = a^2 \cdot \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} \quad (3.21)$$

Y como $Z_c = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}$, se tiene finalmente:

$$Z_c^1 = a^2 \cdot Z_c \quad (3.22)$$

Z_c^1 es denominada impedancia de carga referida al primario, o vista desde el primario. En general se puede encontrar que cualquier impedancia en el circuito secundario se puede referir al primario multiplicándola por a^2 .

Al voltaje y la corriente en Z_c^1 se les designara por \dot{V}_2' e \dot{I}_2' : voltaje y corriente secundarios, referidos al primario, cumpliéndose:

$$\dot{V}_2' = a \cdot \dot{V}_2 \quad (3.23)$$

$$\dot{I}_2' = \frac{\dot{I}_2}{a} \quad (3.24)$$

Análogamente se puede encontrar un circuito equivalente referido al secundario, en cuyo caso los voltajes en el primario se dividen por “a”, las corrientes deben ser multiplicadas por “a” y cualquier impedancia Z conectada al circuito primario habrá que dividirla por a^2 para referirla al secundario,

3.3. TRANSFORMADOR MONOFASICO REAL (NO IDEAL).

En este capítulo se estudia como se modifica el circuito equivalente de un transformador, si se quieren representar los fenómenos que ocurren al no cumplirse cada una de las restricciones impuestas en el punto 3.2.1 para el transformador ideal.

3.3.1. Permeabilidad magnética finita.

Se considerara que el núcleo tiene una reluctancia $R \neq 0$; sin embargo siempre se asumirá la permeancia magnética μ constante. El resto de suposiciones del transformador ideal se mantendrá inalterable por el momento.

Si $R \neq 0$ la ecuación (3.16) queda:

$$N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = R \cdot \phi \neq 0 \quad (3.25)$$

Si el secundario esta abierto ($i_2 = 0$), la corriente por el primario $i_{1(t=0)} = i_0$ conocida como corriente en vacío, esta dada por:

$$N_1 \cdot i_0 = R \cdot \phi_0 \neq 0 \quad (3.26)$$

Entonces:

$$i_0 = \left(\frac{\ell}{\mu_A \cdot N_1} \right) \cdot \phi_0 \quad (3.27)$$

Donde ℓ es el largo medio de la trayectoria magnética en el núcleo.

De la expresión anterior se deduce que i_0 está en fase con ϕ . Además, conforme a la ecuación (3.13), V_1 está adelantado 90° con respecto a ϕ . Como \dot{I}_0 está retrasado 90° con respecto a \dot{V}_1 , el circuito equivalente en vacío sería una inductancia pura, llamada de magnetización (L_m), a la cual la corresponde una reactancia de magnetización (X_m) dada por:

$$X_m = 2\pi \cdot f \cdot L_m \quad (3.28)$$

Con

$$L_m = \frac{N_1^2}{R} \quad (3.29)$$

Por tanto, el circuito equivalente es el de la figura 3.12.

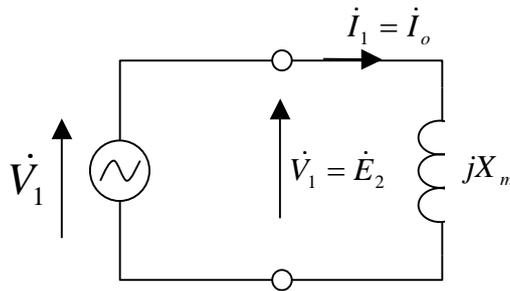


Figura 3.12. Circuito equivalente de transformador en vacío.

Es importante notar, que en las ecuaciones anteriores se ha denotado \dot{I}_0 como el fasor de i_0 , considerando i_0 como sinusoidal. En la práctica debido a la no-linealidad del material magnético (figura 3.13(a)), i_0 resulta no sinusoidal tal como se ve en la figura 3.13(b).

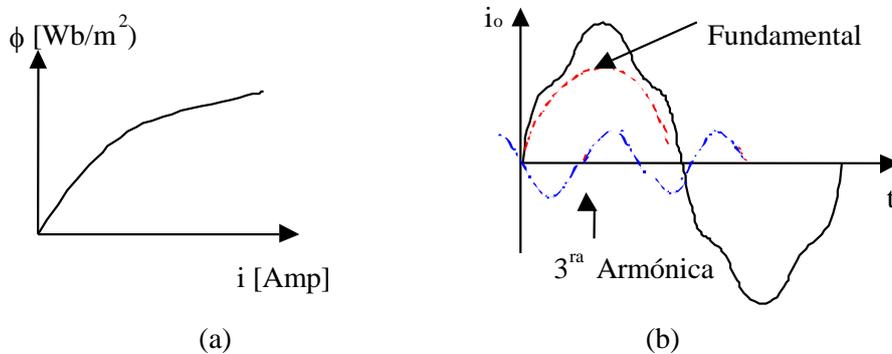


Figura 3.13 Característica magnética no lineal.

Así, i_0 tiene principalmente un contenido de 3ª armónica, razón por la cual el valor de \dot{I}_0 (efectivo) que se considera en la práctica es el de una onda sinusoidal equivalente, que tiene el mismo valor efectivo que la onda real deformada.

Cuando se conecta una carga en el secundario:

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = R\phi \Rightarrow i_1 = \frac{R\phi}{N_1} + \frac{N_2}{N_1} i_2 \quad (5) \quad (3.30)$$

Luego:

$$i_1 = \frac{R\phi}{N_1} + \frac{N_2}{N_1} i_2 = i_0 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \quad (3.31)$$

Fasorialmente:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}'_2 \quad (3.32)$$

Siendo $\dot{I}'_2 = \frac{N_2}{N_1} \dot{I}_2$ la corriente secundaria referida al primario.

En la figura 3.14 se ve el diagrama fasor para este caso.

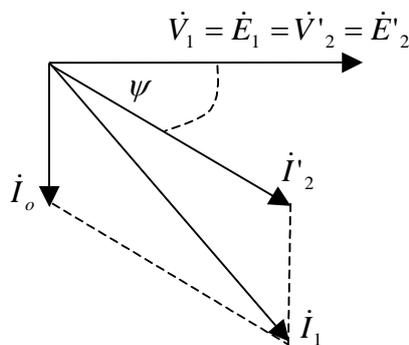


Figura 3.14. Diagrama fasor con carga secundaria.

Se aprecia que en este caso \dot{I}_1 ya no está en fase con \dot{I}_2 . El circuito equivalente es entonces el de la figura 3.15.

⁽⁵⁾ ϕ es el mismo que en vacío (ϕ_0), pues su valor máximo, depende solo de V_1 y f , que se mantienen.

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{V_1}{(4,44 \cdot N_1 \cdot f)}$$

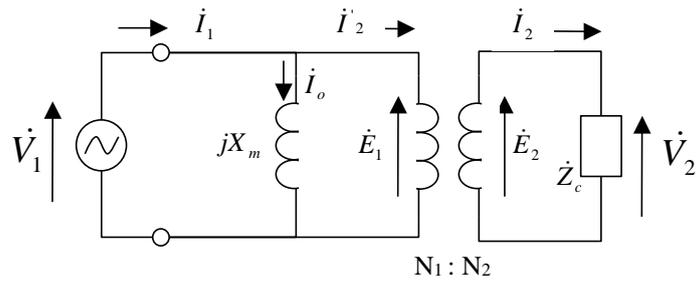


Figura 3.15. Circuito equivalente con carga en el secundario.

Se representa la reactancia de magnetización X_m referida al primario, aunque también se puede colocar en el secundario, con el valor:

$$X_m'' = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 X_m \quad (3.33)$$

3.3.2. Existencia de flujos de fuga.

En la práctica existen flujos de fuga en ambos enrollados, como se ilustra en la figura 3.16, los que se denominarán ϕ_{f1} y ϕ_{f2} respectivamente.

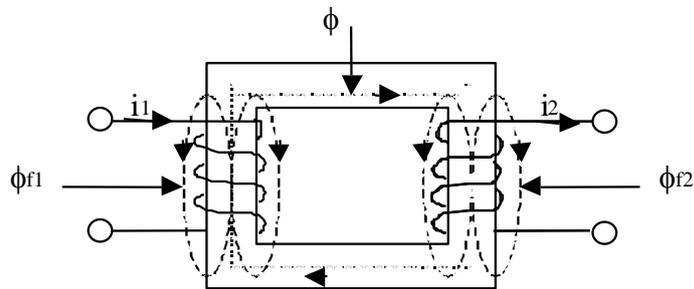


Figura 3.16. Flujos de fuga.

El flujo mutuo, se seguirá denominando ϕ . Igualmente se designarán por e_1 , e_2 los voltajes inducidos por el flujo mutuo. Es decir:

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.34)$$

$$e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.35)$$

Es decir, se seguirá cumpliendo $e_1:e_2 = N_1:N_2$; o bien $\dot{E}_1:\dot{E}_2 = N_1:N_2$.

Los voltajes en los terminales serán ahora:

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} \quad (3.36)$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{22}}{dt} \quad (3.37)$$

Donde:

$$\phi_{11} = \phi + \phi_{f1} \quad (3.38)$$

$$\phi_{22} = \phi - \phi_{f2} \quad (3.39)$$

Luego:

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{f1}}{dt} + N_1 \frac{d\phi}{dt} = N_1 \frac{d\phi_{f1}}{dt} + e_1 \quad (3.40)$$

$$v_1 = v_{x1} + e_1$$

De las ecuaciones anteriores se observa que existe un voltaje v_{x1} en adelanto de 90° con respecto al flujo. Se puede definir entonces una inductancia de fuga:

$$L_1 = \frac{d\lambda_{f1}}{di_1} = N_1 \frac{d\phi_{f1}}{di_1} \quad (3.41)$$

Debe notarse que como el circuito magnético para el flujo de fuga se cierra en el aire, no hay saturación, es decir es lineal:

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + e_1 \quad (3.42)$$

v_{x1} es una caída de voltaje en la reactancia inductiva, que se denomina reactancia de fuga del primario, dada por:

$$X_1 = 2\pi \cdot f \cdot L_1 \quad (3.43)$$

Fasorialmente, la ecuación (3.43) es:

$$\dot{V}_1 = jx_1 \cdot \dot{I}_1 + \dot{E}_1 \quad (3.44)$$

Análogamente para el secundario:

$$v_2 = -N_2 \frac{d\phi_{f2}}{dt} + e_2 \quad (3.45)$$

Definiendo la inductancia de fuga del secundario:

$$L_2 = N_2 \frac{d\phi_{f2}}{di_2} \quad (3.46)$$

Y la reactancia de fuga del secundario:

$$X_2 = 2\pi \cdot f \cdot L_2 \quad (3.47)$$

Se tendrá:

$$\dot{V}_2 = \dot{E}_2 - jx_2 \cdot \dot{I}_2 \quad (3.48)$$

Luego, el circuito equivalente se puede modificar agregando x_1 y x_2 en serie con el primario y secundario respectivamente, obteniéndose el circuito de la figura 3.17.

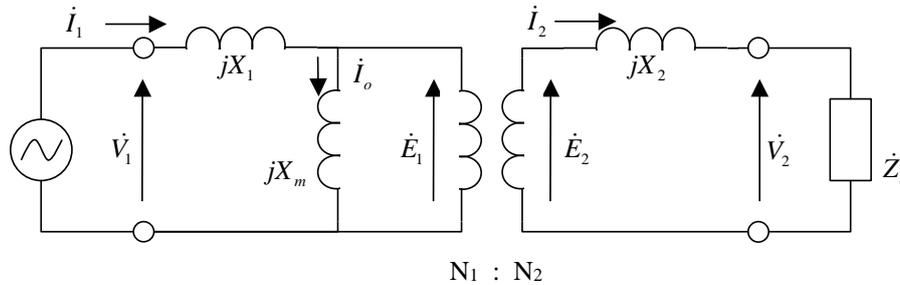


Figura 3.17. Circuito equivalente incluyendo el efecto de flujos de fuga.

3.3.3. Efecto de resistencias de enrollados.

Si se consideran las resistencias r_1 y r_2 ⁽⁶⁾ de los enrollados, habrá una caída de tensión en ellas, de modo que la ecuación (3.40) queda:

$$\dot{V}_1 = r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1 + \dot{E}_1 \quad (3.49)$$

O bien

$$\dot{V}_1 = (r_1 + jx_1) \dot{I}_1 + \dot{E}_1 \quad (3.50)$$

$Z_1 = r_1 + jx_1$ se denomina impedancia del primario, se tendrá:

$$\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 + \dot{E}_1 \quad (3.51)$$

Para el secundario (3.50) se convierte en:

$$\dot{E}_2 = r_2 \dot{I}_2 + jx_2 \dot{I}_2 + \dot{V}_2 \quad (3.52)$$

Si: $Z_2 = r_2 + jx_2$ es la impedancia del secundario, se tendrá:

$$\dot{E}_2 = (r_2 + jx_2) \dot{I}_2 + \dot{V}_2 \quad (3.53)$$

Luego, el circuito equivalente será el de la figura 3.18.

⁽⁶⁾ Las resistencias r_1, r_2 deben corresponder a C.A. a la frecuencia f , y a la temperatura media de los enrollados.

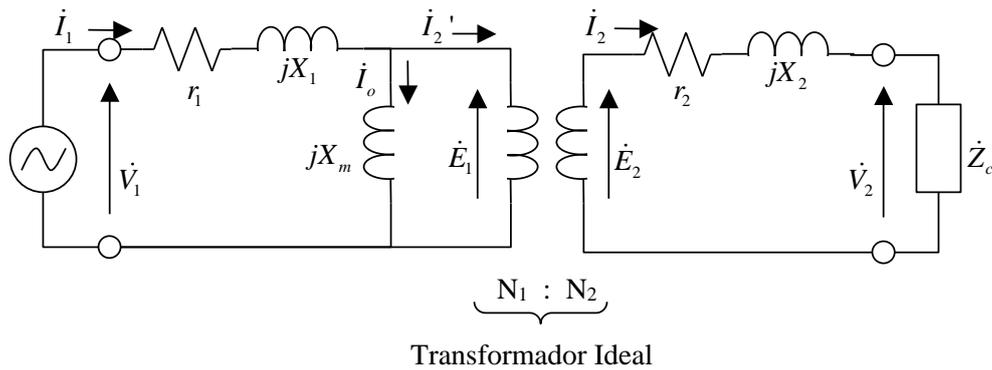


Figura 3.18. Circuito equivalente incluyendo resistencia de enrollados.

3.3.4. Consideración de pérdidas en el fierro.

Según se estudió en la sección 2.2.6., en el caso de existir pérdidas en el fierro, la característica ϕ - i es un ciclo de histéresis. Si se considera el transformador en vacío ($\dot{I}_1 = \dot{I}_0$), se puede analizar la forma de onda de la corriente i_0 , para un flujo ϕ sinusoidal, como se hace en la figura 3.19.

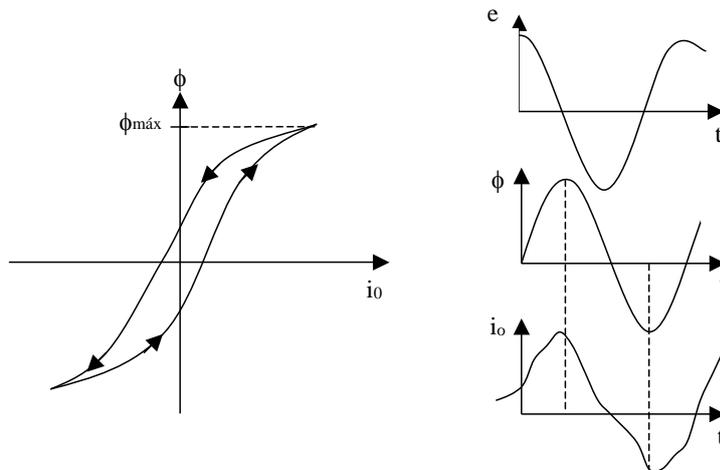


Figura 3.19. Corriente en vacío para núcleo con pérdidas.

Se observa que \dot{I}_0 está desfasada (adelantada) en un pequeño ángulo (ψ_p) con respecto al flujo. En un diagrama fasor la situación es la de la figura 3.20.

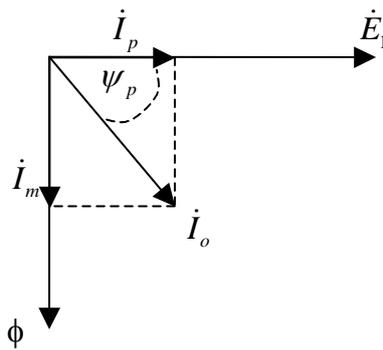


Figura 3.20. Representación fasorial de corriente en vacío para núcleo con pérdidas.

De este modo, \dot{I}_0 puede descomponerse en una corriente \dot{I}_p en fase con \dot{E}_1 , y una corriente \dot{I}_m en fase con ϕ denominadas corriente de pérdidas en el núcleo y corriente de magnetización respectivamente.

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_p + \dot{I}_m \quad (3.54)$$

Igual descomposición puede apreciarse en las formas de onda en función del tiempo (figura 3.21).

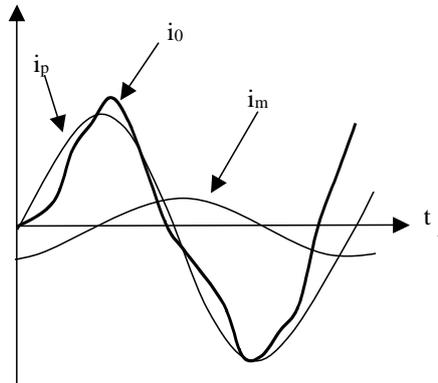


Figura 3.21. Forma de onda de la corriente en vacío

En consecuencia, \dot{I}_0 tiene una componente inductiva \dot{I}_m , y una resistiva \dot{I}_p .

El circuito equivalente debe modificarse de manera que \dot{I}_0 se descomponga en una corriente por una inductancia (x_m), y una corriente por una resistencia (r_p) ⁽⁷⁾, obteniéndose el circuito equivalente de la figura 3.22, denominado circuito equivalente exacto (aunque sin embargo tiene aún varias simplificaciones implícitas).

⁽⁷⁾ Normalmente X_m es bastante mayor que r_p .

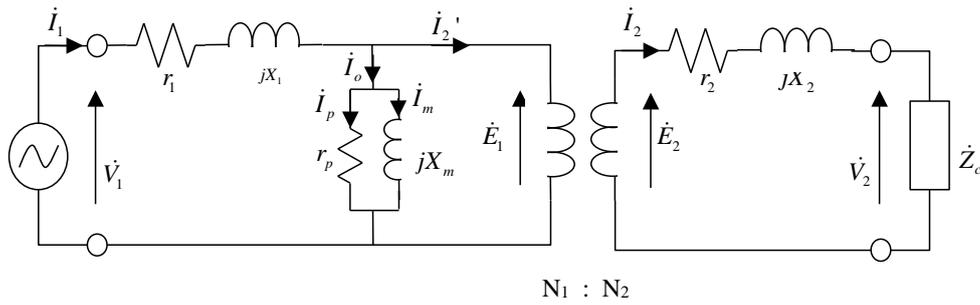


Figura 3.22. Circuito equivalente exacto.

De este modo, la resistencia r_p representa las pérdidas en el fierro:

$$W_{Fe} = \frac{E_1^2}{r_p} = r_p I_p^2 = E_1 I_p \quad (3.55)$$

Si se considera $V_1 \approx E_1$, se tiene que $W_{Fe} \approx \frac{V_1^2}{r_p}$, lo cual significa que las pérdidas en el fierro son aproximadamente independientes de la carga (I_2).

Debido a los órdenes de magnitud de las corrientes, no se comete mucho error si se coloca la rama de magnetización del transformador a la entrada del circuito. El circuito así logrado se denomina circuito equivalente aproximado y su equivalente referido al primario se muestra en la figura 3.23.

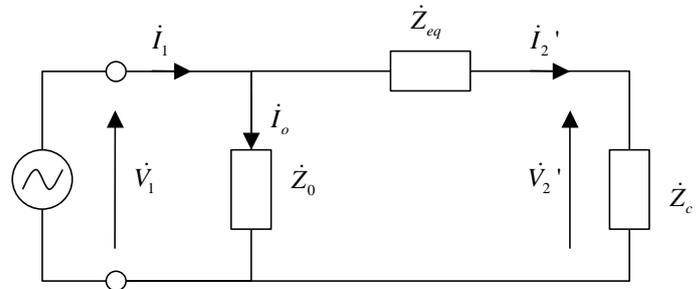


Figura 3.23. Circuito equivalente aproximado.

En la figura se tiene que:

$$\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}'_2 = \dot{Z}_1 + a^2 \cdot \dot{Z}_2 \quad (8) \quad (3.56)$$

$$Z_0 = \frac{r_p \cdot X_m}{X_m - jr_p}$$

(8) Z_{eq} es llamada impedancia equivalente del transformador (corresponde a la impedancia equivalente, si se desprecia I_0).

3.3.5. Determinación experimental de los parámetros del circuito equivalente.

En la práctica es posible realizar la determinación experimental de los parámetros del circuito equivalente de un transformador mediante dos pruebas, la de circuito abierto y la de cortocircuito, pudiendo además medirse en forma directa la resistencia de los enrollados.

Prueba de circuito abierto:

Se efectúa la medición de voltaje (V_1) corriente (I_0), potencia activa (P_0) en uno de los enrollados del transformador conectado a la red y manteniendo el otro enrollado en circuito abierto. La prueba se efectúa a tensión nominal, normalmente en el lado de baja tensión, y a frecuencia nominal para no saturar el núcleo y lograr condiciones similares a las nominales.

Dado que la impedancia de la rama paralela del transformador es alta, la corriente circulante durante la prueba es baja, por lo cual es posible desprestigiar las pérdidas de la rama serie del primario y determinar así únicamente los parámetros de la rama de excitación (r_p y x_m) (ver figura 3.24).

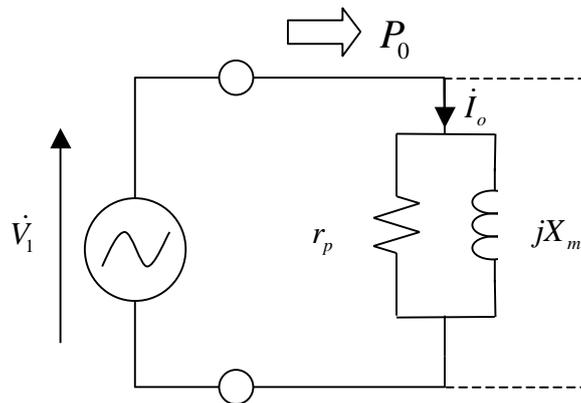


Figura 3.24. Prueba de circuito abierto

Los parámetros, en función de las medidas V_1 , I_0 , P_0 , son:

$$r_p = \frac{V_1^2}{P_0} \quad (3.57)$$

$$x_m = \frac{V_1^2}{Q_0} \quad (3.58)$$

$$Q_0 = \sqrt{(V_1 I_0)^2 - P_0^2} \quad (3.59)$$

Prueba de cortocircuito:

Se miden el voltaje, (V_1) corriente (I_1) y potencia (P_c) entrando a uno de los enrollados conectado a una fuente, y manteniendo el otro enrollado en cortocircuito. La prueba debe efectuarse a voltaje V_1 reducido, de modo que I_1 sea la corriente nominal (para no dañar los

enrollados). Por ello, es común realizar esta prueba cortocircuitando el lado de alta tensión y aplicando un voltaje reducido en el lado de baja tensión hasta lograr la corriente nominal.

Puesto que la prueba se realiza a voltaje reducido es posible despreciar las pérdidas de la rama paralela del circuito equivalente del transformador y determinar los parámetros de las ramas serie del primario y secundario (ver figura 3.25).

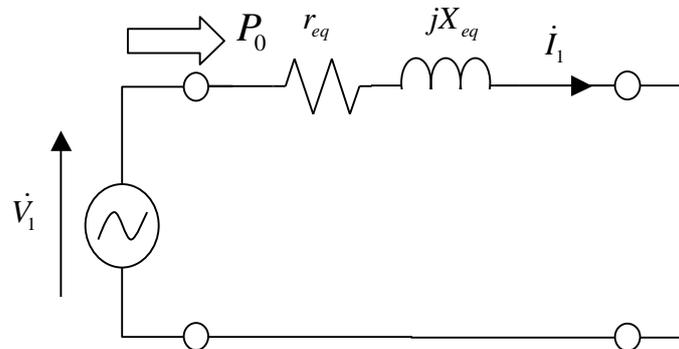


Figura 3.25. Prueba de corto circuito

Así, los parámetros quedan dados por:

$$r_{eq} = \frac{P_c}{I_1^2} \quad (3.60)$$

$$x_{eq} = \frac{Q_c}{I_1^2} \quad (3.61)$$

Con

$$Q_c = \sqrt{(V_1 I_1)^2 - P_c^2} \quad (3.62)$$

Además, puede suponerse con buena aproximación que:

$$\begin{aligned} r_1 = r_2' &= 0,5 \cdot r_{eq} \\ x_1 = x_2' &= 0,5 \cdot x_{eq} \end{aligned} \quad (3.63)$$

Adicionalmente, r_1 y r_2 se pueden medir directamente con las precauciones que se indican en el punto siguiente.

Medida de resistencias de enrollados:

Las medidas de resistencias de enrollados se pueden efectuar directamente con un óhmetro. Sin embargo los valores así obtenidos corresponden a resistencia en corriente continua. En general, el valor de resistencia aumenta con la frecuencia y con la sección del conductor (efecto skin o pelicular), resultando valores de resistencia en corriente alterna del orden de 1,1 a 1,2 veces mayor que el valor en continua.

Otro aspecto que influye en el valor medido es la temperatura. En efecto, sobre la resistencia de un conductor de cobre a una temperatura T_1 [°C] y la misma resistencia a temperatura T_2 [°C], están relacionados por:

$$\frac{R(T_1)}{R(T_2)} = \frac{234.5 + T_1}{234.5 + T_2} \quad (3.64)$$

Esta ecuación sirve para evaluar las resistencias a las temperaturas de trabajo (75°C) a partir de la medida hecha a temperatura ambiente.

También esta relación se utiliza a la inversa, es decir para determinar la temperatura de un enrollado a través de medir su resistencia en régimen de trabajo, y compararla con la misma a temperatura ambiente. La temperatura así determinada corresponde a un valor promedio en el enrollado, y el método se denomina "determinación de temperatura por variación de resistencia".

Otras pruebas:

Hay una gran variedad de pruebas que se realizan a los transformadores de poder para medir la calidad de sus aislaciones (pruebas dieléctricas, como son la resistencia de aislación, de impulso, de voltaje aplicado, de voltaje inducido), obtención de la curva de saturación del hierro, determinación de la relación de vueltas, etc.

De estas pruebas, es importante la determinación de la razón vueltas (N_1/N_2), ya que como las pruebas de vacío y cortocircuito se realizan en BT y AT respectivamente, será necesario referir los parámetros allí obtenidos a uno de los lados del transformador mediante la relación de vueltas.

Un método simple para obtener N_1/N_2 es mediante dos voltímetros, uno conectado en el primario (V_1) y otro en el secundario (V_2) en la prueba de vacío⁽⁹⁾. Así,

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad (3.65)$$

3.3.6. Análisis del comportamiento a partir del circuito equivalente.

Conocidos los parámetros del circuito equivalente de un transformador, la fuente de alimentación y la carga conectada en su secundario, se pueden calcular, mediante el circuito, todas las corrientes, voltajes y otras variables eléctricas en los distintos parámetros. En particular interesa determinar el comportamiento del transformador a través de su eficiencia, regulación y durante transientes.

Eficiencia:

⁽⁹⁾ Pues en este caso, $V_1 = E_1$ y $V_2 = E_2$.

La eficiencia se define como la relación porcentual entre la potencia de salida o potencia útil respecto de la potencia de entrada del transformador:

$$\eta = \frac{\text{Potencia útil}}{\text{Potencia de entrada}} \cdot 100 \quad (3.66)$$

La potencia de salida de un transformador (potencia en el secundario) puede calcularse:

$$P_2 = V_2 I_2 \cos \Psi = V_2' I_2' \cos \Psi \quad (3.67)$$

Donde ψ es el ángulo de desfase entre el voltaje y la corriente en la carga (asumiendo la carga conectada al secundario).

Además, las pérdidas en el transformador corresponden a la suma de las pérdidas en el cobre (Joule) y las pérdidas en el hierro (Histéresis y Foucault), las que calculadas del circuito equivalente exacto, son:

$$w_p = r_1 I_1^2 + r_2' (I_2')^2 + \frac{E_1^2}{r_p} \quad (3.68)$$

Y del circuito equivalente aproximado:

$$w_p = (r_1 + r_2') \cdot (I_2')^2 + \frac{V_1^2}{r_p} \quad (3.69)$$

Con lo cual es posible rescribir (3.66) como:

$$\eta = \frac{V_2 \cdot I_2 \cos(\Psi)}{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos(\Psi) + r_{eq} \cdot (I_2')^2 + \frac{V_1^2}{r_p}} \quad (3.70)$$

Se observa que las pérdidas en el hierro son prácticamente independientes de la carga (I_2), a diferencia de las pérdidas en el cobre, pudiendo demostrarse que la eficiencia es máxima cuando las pérdidas en el cobre son iguales a las pérdidas en el hierro.

Regulación:

Se define como regulación de un transformador la variación que experimenta el voltaje del secundario al variar una carga, de determinado factor de potencia, entre su valor nominal y cero, manteniendo el voltaje en el primario constante.

La regulación se define como un porcentaje respecto del valor de la tensión nominal del secundario, de acuerdo a la expresión:

$$\text{Re } g = \frac{V_1/a - V_2}{V_2} \cdot 100 \quad (10) \quad (3.71)$$

Considerando el circuito equivalente aproximado referido al secundario y teniendo como referencia el voltaje en el secundario ($\dot{V}_2 = V_2 \angle 0$) se tiene:

$$\dot{V}_1/a = \dot{V}_2 + \dot{I}_2 \cdot (r_{eq}'' + jx_{eq}'') \quad (3.72)$$

$$\dot{V}_1/a = V_2 + I_2 \cdot \left\{ r_{eq}'' \cdot \cos(\Psi) + x_{eq}'' \cdot \text{sen}(\Psi) + j(x_{eq}'' \cdot \cos(\Psi) - r_{eq}'' \cdot \text{sen}(\Psi)) \right\}$$

Donde:

Ψ es el ángulo de desfase entre voltaje y corriente en la carga conectada al secundario.

r_{eq}'' , x_{eq}'' son la resistencia y la reactancia equivalentes del transformador referidas al secundario, es decir, $r_{eq}'' = (r_1/a^2) + r_2$ y $x_{eq}'' = (x_1/a^2) + x_2$

Normalmente, el término imaginario $j(x_{eq}'' \cdot \cos(\Psi_2) + r_{eq}'' \cdot \text{sen}(\Psi_2))$ es pequeño comparado con la parte real⁽¹¹⁾, por lo cual la regulación se obtiene aproximadamente como:

$$\text{Re } g = \frac{I_2 \cdot (r_{eq}'' \cdot \cos(\Psi) + x_{eq}'' \cdot \text{sen}(\Psi))}{V_2} \quad (3.73)$$

Es importante notar como la regulación depende del factor de potencia de la carga, por ejemplo, una carga resistiva o bien inductiva generarán una regulación positiva, en tanto que al conectar una carga capacitiva la regulación puede ser nula o incluso negativa.

Comportamiento transiente:

En cuando al comportamiento transiente, considerando únicamente el caso de alimentación sinusoidal, ocurre un transiente eléctrico importante en el instante en que el transformador se conecta a la red. En efecto, la forma del flujo (o enlace de flujo) en el núcleo dependerá del valor de $v_1(t)$ al momento de la conexión.

En el mejor de los casos, la conexión se hace cuando $v_1(t)$ pasa por su valor máximo positivo o negativo (ver figura 3.26).

⁽¹⁰⁾ $(V_1/a - V_2)$ corresponde a una resta algebraica y no fasorial.

⁽¹¹⁾ Esto implica suponer a \dot{V}_1/a colineal con V_2

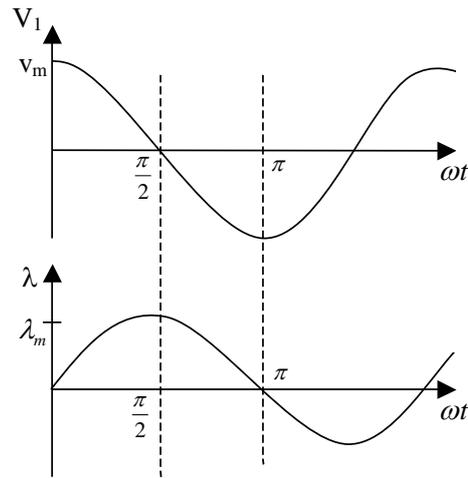


Figura 3.26. Conexión en instante $v_1 = v_m$.

En este caso $v_1(t) = v_m \cos(\omega t) = d\lambda/dt$ ⁽¹²⁾, por lo tanto:

$$\lambda = \lambda_0 + \int_0^t v_1 dt = \lambda_0 + \frac{v_m}{\omega} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (3.74)$$

Como λ debe ser cero para el instante inicial (en caso ideal en que no hay flujo remanente) y consecuentemente λ_0 debe ser cero, se tiene:

$$\lambda = \frac{v_1}{\omega} \text{sen}(\omega t) = \lambda_m \text{sen}(\omega t) \quad (3.75)$$

Es decir, $\lambda(t)$ es una senoide de amplitud máxima λ_m , como se aprecia en la Figura 3.26.

El peor de los casos ocurre cuando el transformador se conecta en el instante en que $v_1(t)$ tiene su cruce por cero (ver figura 3.27).

En este caso $v_1 = v_m \text{sen}(\omega t)$, por lo que se tiene:

$$\lambda = \lambda_0 - \frac{v_m}{\omega} \cos(\omega t) + \frac{v_m}{\omega} \quad (3.76)$$

Como $\lambda_{(t=0)} = 0$ y $\lambda_0 = 0$, se tiene:

$$\lambda = \frac{v_m}{\omega} (1 - \cos(\omega t)) = \lambda_m (1 - \cos(\omega t)) \quad (3.77)$$

La ecuación (3.77) corresponde a la senoide desplazada tal como muestra la figura 3.27.

⁽¹²⁾ Considerando un circuito magnético ideal

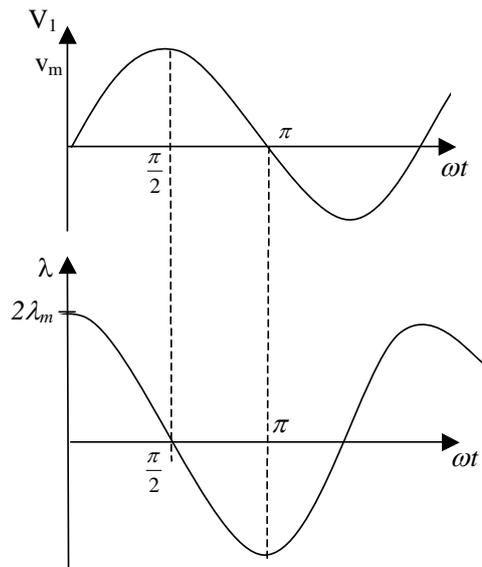


Figura 3.27. Conexión en instante $v_1 = 0$.

Como se aprecia, en este caso el máximo enlace de flujo es $2\lambda_m$. Este valor puede saturar el fierro del núcleo, produciéndose un fenómeno denominado de "inrush" que se caracteriza por la aparición de elevadísimas corrientes transientes (ver figura 3.28).

En la práctica, la amplitud inicial de la corriente de inrush no se mantiene, debido a que existen pérdidas que la amortiguan, llegándose en pocos ciclos a régimen permanente.

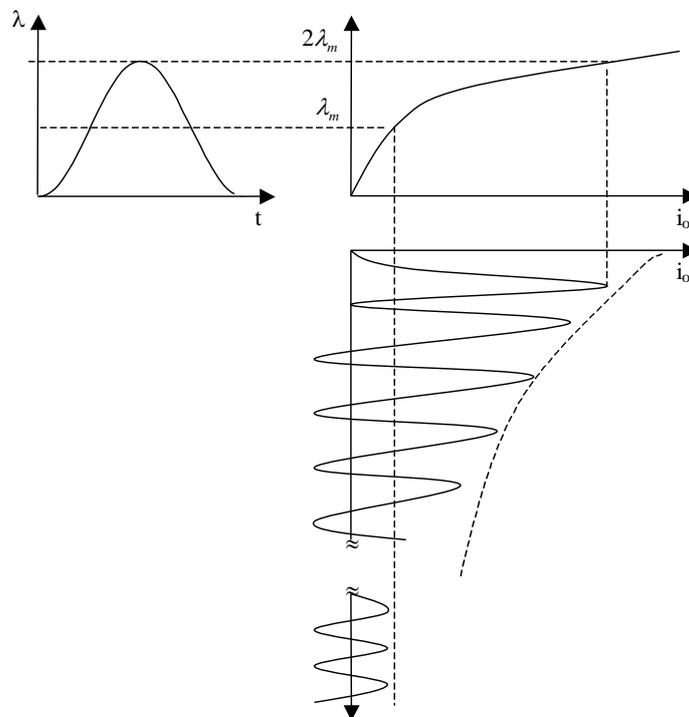


Figura 3.28. Corriente de inrush.

3.3.7. Conexión en paralelo de transformadores monofásicos.

Para aumentar la potencia transferida en un sistema monofásico, es posible emplear dos o más transformadores conectados en paralelo. Sin embargo, la potencia total del banco de transformadores en paralelo no es la simple suma de las potencias de cada transformador. Por otra parte es necesario tomar una serie de precauciones para evitar problemas en la operación del conjunto.

En la figura 3.29 se muestra el caso más simple de dos transformadores en paralelo, cuyos circuitos equivalentes, referidos al secundario, se han simplificado a las impedancias serie z_a'' y z_b'' respectivamente. El transformador A es de razón $a:1$, y el transformador B de razón $b:1$.

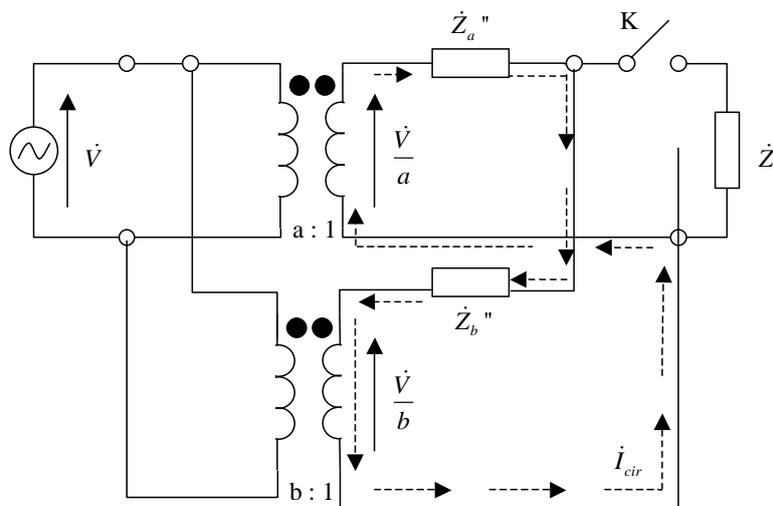


Figura 3.29. Banco de transformadores en paralelo sin carga.

En vacío (interruptor K abierto), si los voltajes inducidos en los secundarios V/a , V/b , son diferentes (en módulo y/o en ángulo), habrá una corriente de circulación I_{cir} dada por:

$$I_{cir} = \frac{\frac{v}{a} - \frac{v}{b}}{z_a'' + z_b''} = \frac{v}{ab} \frac{b - a}{z_a'' + z_b''} \quad (3.78)$$

Esta corriente, que circula aún estando desconectada la carga, provoca pérdidas que pueden llegar a ser elevadas cuando a y b son muy diferentes.

Por otra parte, aunque $a=b$ existirá corriente de circulación si los transformadores tienen polaridad diferente. En este caso:

$$I_{cir} = \frac{v}{ab} \frac{a + b}{z_a'' + z_b''} \quad (3.79)$$

Obteniéndose valores elevadísimos de I_{cir} en vacío.

Por ello, las condiciones para eliminar la corriente de circulación son razones de transformación iguales y polaridades iguales. Por otra parte, obviamente las tensiones nominales de ambos transformadores deben ser iguales (o muy similares).

Si los dos transformadores de la figura 3.29 cumplen estas condiciones ($I_{\text{cir}} = 0$) y se cierra el interruptor K, se encuentra que ⁽¹³⁾:

$$z_a'' \cdot I_a' = z_b'' \cdot I_b' \quad (3.80)$$

Así, la corriente total consumida por la carga, $I_z' = I_a' + I_b'$, se reparte entre ambos transformadores en forma inversa a las impedancias equivalentes.

En este caso, la potencia que aporta el transformador A es $\dot{S}_A = \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_a'^*$, y el transformador B, $\dot{S}_B = \dot{V}_2 \dot{I}_b'^*$, de modo que los transformadores se reparten la potencia en la razón:

$$\frac{\dot{S}_A}{\dot{S}_B} = \frac{\dot{V}_2 I_a'^*}{\dot{V}_2 I_b'^*} = \frac{Z_b^*}{Z_a^*} \quad (3.81)$$

La potencia total transferida hacia la carga es $\dot{S}_T = \dot{S}_A + \dot{S}_B$.

Como los transformadores no pueden sobrecargarse, si $S_A = S_{A \text{ nominal}}$, debe ser $S_B < S_{B \text{ nominal}}$, o viceversa. Para que ambos transformadores entreguen exactamente su potencia nominal (máxima transferencia posible del banco), debe cumplirse:

$$\frac{S_{An}}{S_{Bn}} = \frac{Z_b}{Z_a} \quad (3.82)$$

En caso contrario, solo un transformador operara a carga nominal, y el otro operará subcargado. En general, para varios transformadores en paralelo, la máxima potencia del banco se alcanza si

$$S_{An} : S_{Bn} : S_{Cn} : \dots = \frac{1}{Z_a} : \frac{1}{Z_b} : \frac{1}{Z_c} \quad (3.83)$$

⁽¹³⁾ En este caso se sigue despreciando la rama paralela de los transformadores.

3.5 Transformadores Trifásicos

3.5.1 Consideraciones básicas.

En los sistemas eléctricos de potencia (trifásicos), para obtener distintos niveles de voltaje se emplean transformadores trifásicos. En general se construyen a partir de tres transformadores monofásicos idénticos, uno por cada fase (o bancos trifásicos de transformadores monofásicos), o bien mediante transformadores trifásicos propiamente tal, en el cual los tres pares de enrollados correspondientes a las tres fases emplean un núcleo magnético común.

En cualquiera de los dos casos anteriores, cada primario se conectará a cada una de las fases de alimentación, de modo que en los secundarios se tendrá el sistema trifásico a otro nivel de voltaje. Los tres primarios se pueden conectar entre cada fase y neutro del sistema (conexión estrella o Y), o entre fases (conexión delta o Δ). Igualmente los secundarios pueden entregar la potencia a la carga conectados en Y o Δ . Así, es posible tener 4 tipos de conexión: YY, $\Delta\Delta$, Y Δ , Δ Y (el primer símbolo indica el tipo de conexión de los primarios y el segundo el de los secundarios).

Para los análisis posteriores de supondrá (salvo que se diga lo contrario), que el sistema trifásico es equilibrado en fuentes (módulos iguales y desfases de 120° entre sí) y en cargas (cargas idénticas en las tres fases).

En los puntos siguientes se verá las características de los distintos tipos de conexión, y su análisis en sistemas trifásicos, indicándose previamente algunos aspectos de construcción de transformadores trifásicos, en particular sus núcleos.

3.5.2. Núcleos de Transformadores trifásicos

En la Fig. 3.47 se ilustra una primera aproximación al empleo de un núcleo común para tres transformadores monofásicos idénticos.

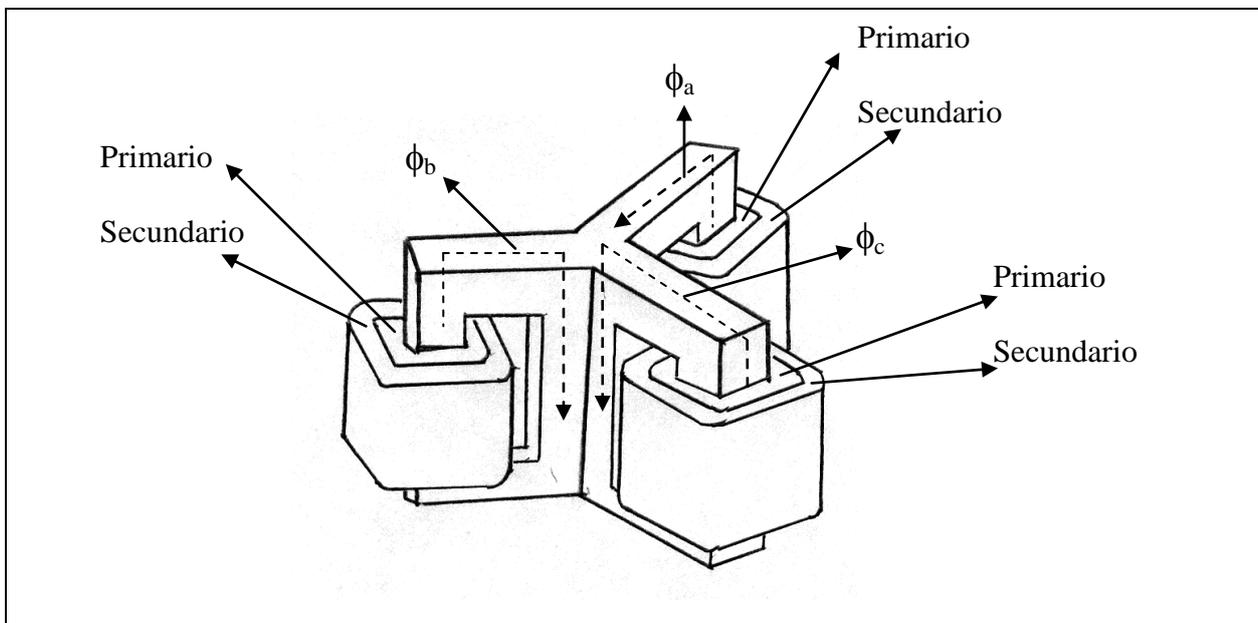


Fig. 3.47 Tres Transformadores monofásicos con núcleo común.

Los flujos por cada una de las ramas del núcleo, Φ_a , Φ_b y Φ_c , son iguales en magnitud y desfasados en el tiempo en 120° entre sí. De esta manera el flujo de la rama central $\Phi_T = \Phi_a + \Phi_b + \Phi_c$ será nulo en todo momento ($\Phi_T = 0$). Entonces, la rama central del núcleo no será necesario (en condiciones de equilibrio), lo que da origen al denominado núcleo trifásico tipo ventana, mostrado en la Fig. 3.48.

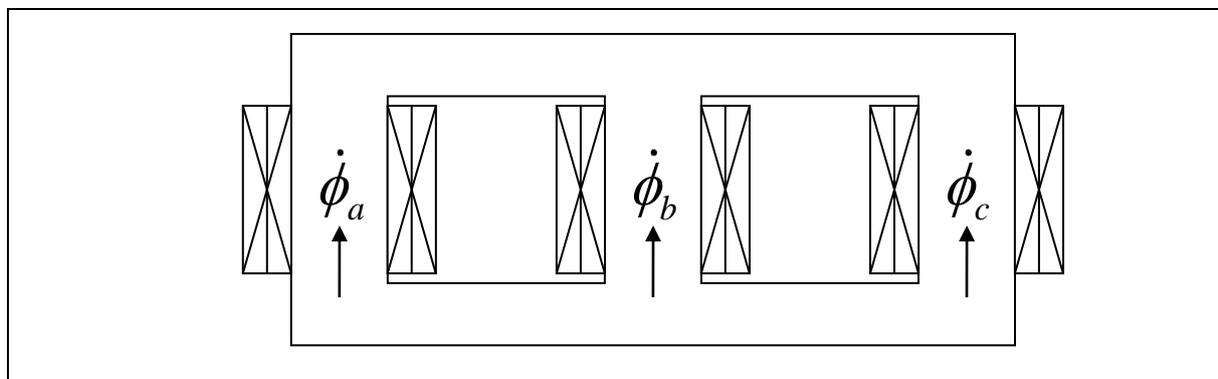


Fig. 3.48 Núcleo trifásico tipo ventana.

En casos de desequilibrios significativos en los voltajes, $\Phi_T \neq 0$, debiendo éste cerrarse por el aire, elevándose en consecuencias en forma apreciable la corriente magnetizante. Esto se puede evitar con un núcleo tipo ventana de 5 piernas, como el de la Fig. 3.49, que es

relativamente costoso, o bien empleando un núcleo trifásico tipo acorazado (“shell”), como el indicado en la Fig. 3.50. En este último caso, las secciones de los distintos tramos del núcleo son diferentes, ya que se trata de mantener la densidad de flujo constante en todo el núcleo. Así, las secciones deben estar en la proporción de los respectivos flujos por ella; y si por ejemplo A es la sección de los tramos centrales, por las que circula $|\Phi_a| = |\Phi_b| = |\Phi_c| = \Phi$, los tramos de la periferia deben ser de sección A/2, pues por ellos circula $|\Phi_a/2 - \Phi_b/2| = \sqrt{3} \Phi/2$, debiendo ser su sección de $\sqrt{3} A/2$.

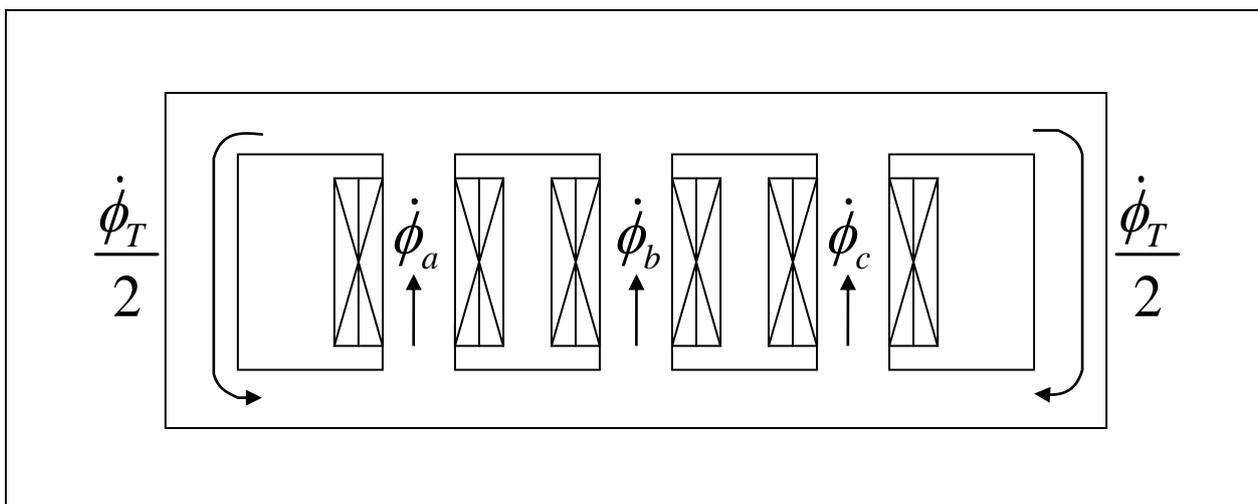


Fig. 3.49. Núcleo ventana 5 piezas.

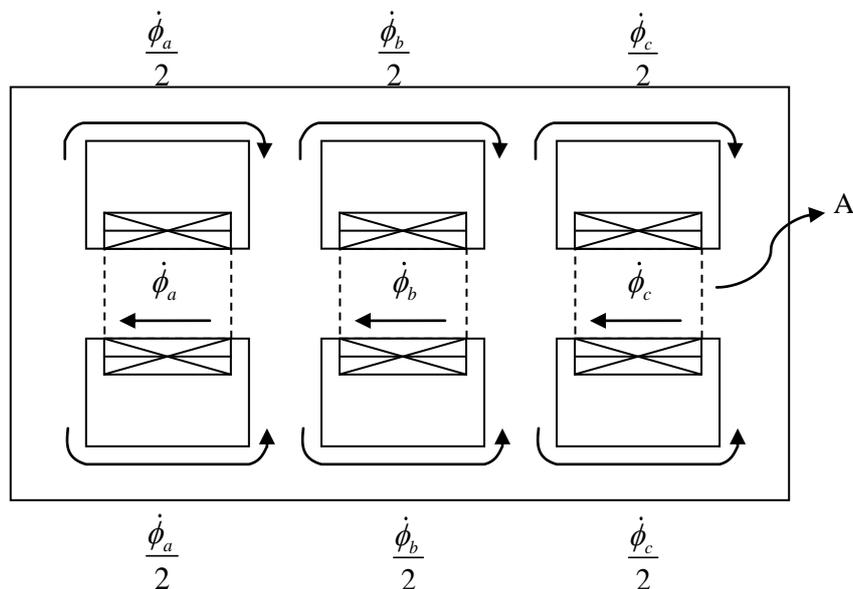


Fig. 3.50. Núcleo tipo acorazado.

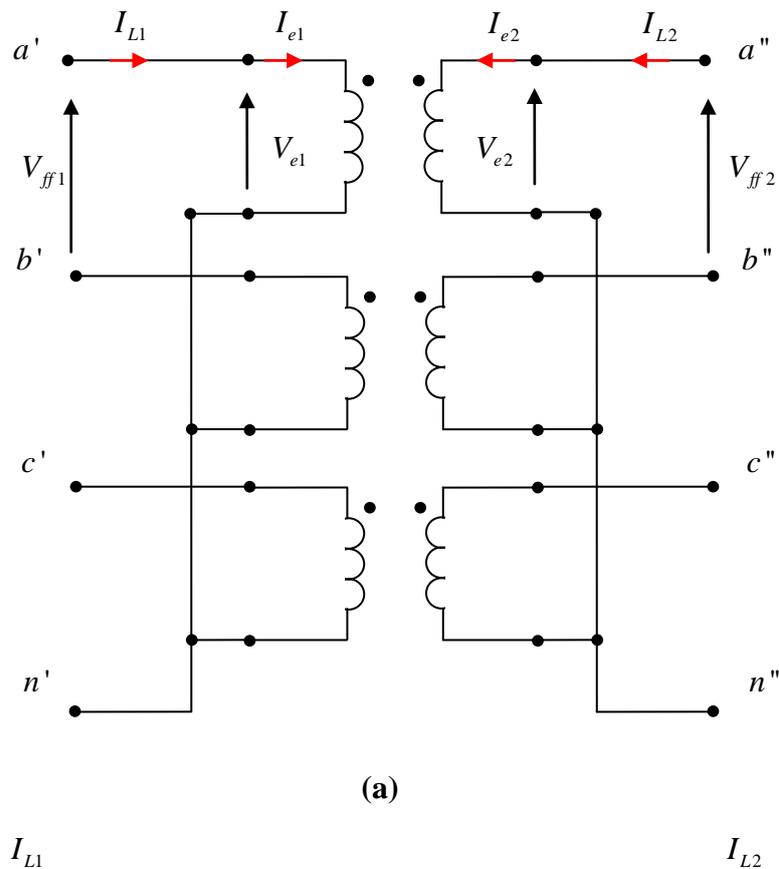
3.5.3 Principales características de las conexiones trifásicas de transformadores.

En este punto se describirán los principales aspectos de los distintos tipos de conexión, considerando transformadores ideales.

i) Conexiones YY.

Cada enrollado primario se conecta entre una de las fases y el neutro de la red de alimentación. Análogamente, las secundarias se conectan en Y dando origen a las tres fases y un neutro en común. Esto es válido tanto para un banco trifásico de transformadores monofásicos, o para un transformador trifásico propiamente tal.

En la Fig. 3.51 (a) se indica la forma de conectar cada unidad monofásica para formar la conexión YY. En la Fig. 3.51 (b) se ilustra una forma esquemática de representar esta misma conexión, donde se dibujan paralelos los primarios y secundarios respectivos.



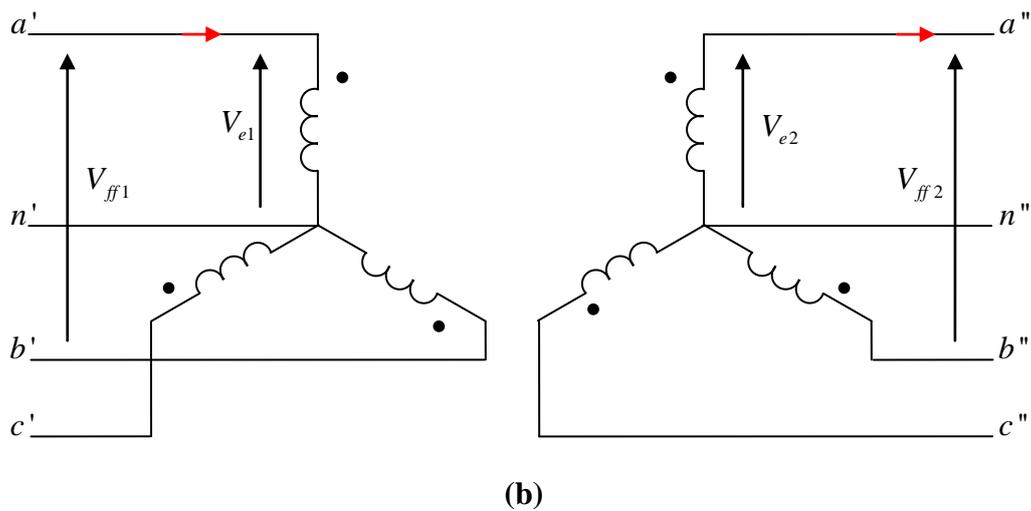


Fig. 3.51 Conexión YY

Se acostumbra denominar a los equipos trifásicos de acuerdo a su potencia trifásica ($S_{3\phi}$) y su voltaje entre fases (V_{ff}). Así, los transformadores trifásicos se especificaran por $S_{3\phi}$ y la razón V_{ff1}/V_{ff2} . La relación entre estas variables trifásicas y los valores nominales de cada una de las unidades monofásicas o de los enrollados depende del tipo de conexión. En este caso de conexión YY se tiene:

$$\text{Potencia: } S_{3\phi} = 3S_{1\phi} \quad (3.157)$$

Voltajes: En cada unidad monofásica siempre se especifican los voltajes por enrollado, cumpliéndose para conexión YY:

$$V_{e1} = \frac{V_{ff1}}{\sqrt{3}}; \quad V_{e2} = \frac{V_{ff2}}{\sqrt{3}} \quad (3.158)$$

Corrientes: En cada unidad monofásica siempre se especifican las corrientes por enrollado (I_{e1}/I_{e2}) en cambio en el equipo trifásico se deben especificar las corrientes por línea (I_{L1}/I_{L2}). En este caso (YY), obviamente se cumple:

$$I_{e1} = I_{L1}; \quad I_{e2} = I_{L2} \quad (3.159)$$

Las corrientes están relacionadas con la potencia y el voltaje

$$I_{e1} = \frac{S_{1\phi}}{V_{e1}} ; I_{e1} = \frac{S_{1\phi}}{V_{e1}} \quad (3.160)$$

$$I_{L1} = I_{e1} = \frac{\frac{S_3\phi}{\sqrt{3}}}{\frac{V_{ff1}}{\sqrt{3}}} \quad (3.161)$$

$$I_{L1} = \frac{S_3\phi}{\sqrt{3}V_{ff1}} ; I_{L2} = \frac{S_3\phi}{\sqrt{3}V_{ff2}}$$

Es fácil ver que estas últimas relaciones son generales, válidas para cualquier conexión, y para cualquier equipo trifásico en condiciones equilibradas (ver Fig 3.52).

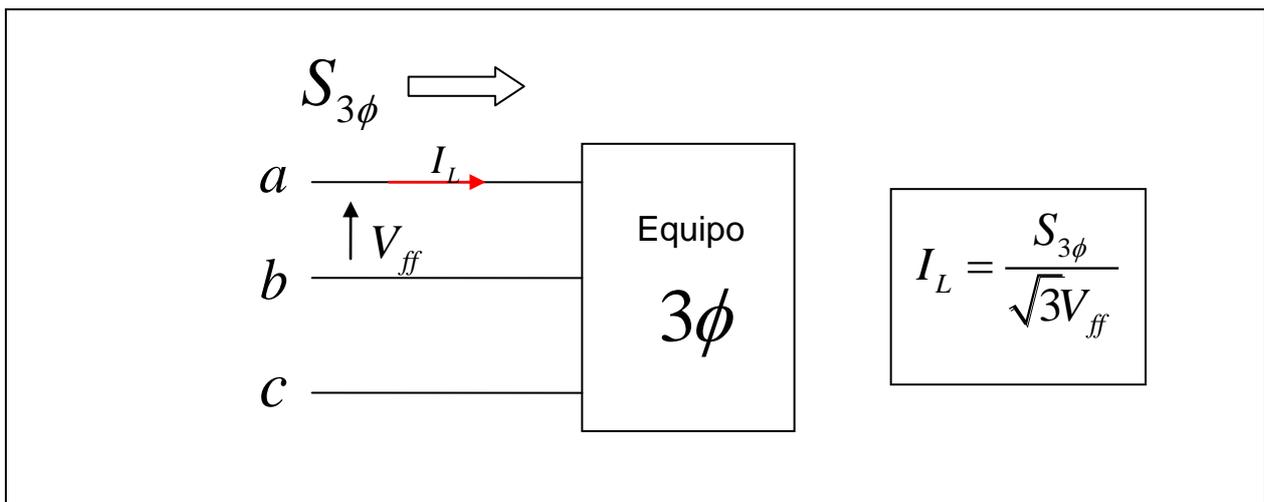


Fig.3.52 Corriente de línea en equipo trifásico.

En la conexión analizada, los voltajes primarios y secundarios respectivos del transformador 3Φ estarán en fase. Igualmente las corrientes de línea primarias y secundarias.

La conexión YY se emplea usualmente para sistemas primarios y secundarios de tensión elevada (>30 [KV]), ya que los enrollados deben soportar sólo $1/\sqrt{3}$ veces dicha tensión. En estos niveles de tensión las corrientes de línea (y por lo tanto de enrollados) son relativamente bajas.

ii) Conexión $\Delta\Delta$

Cada enrollado se conecta entre dos fases de la red de alimentación, formando una Δ . Análogamente los secundarios se conectan en Δ dando origen a 3 fases, sin neutro.

En la Fig. 3.53(a) se indica la forma de conectar cada unidad monobásica, y en la fig. 3.53(b) se ilustra una representación esquemática de la conexión $\Delta\Delta$, donde se dibujan paralelo los primarios y secundarios respectivos.

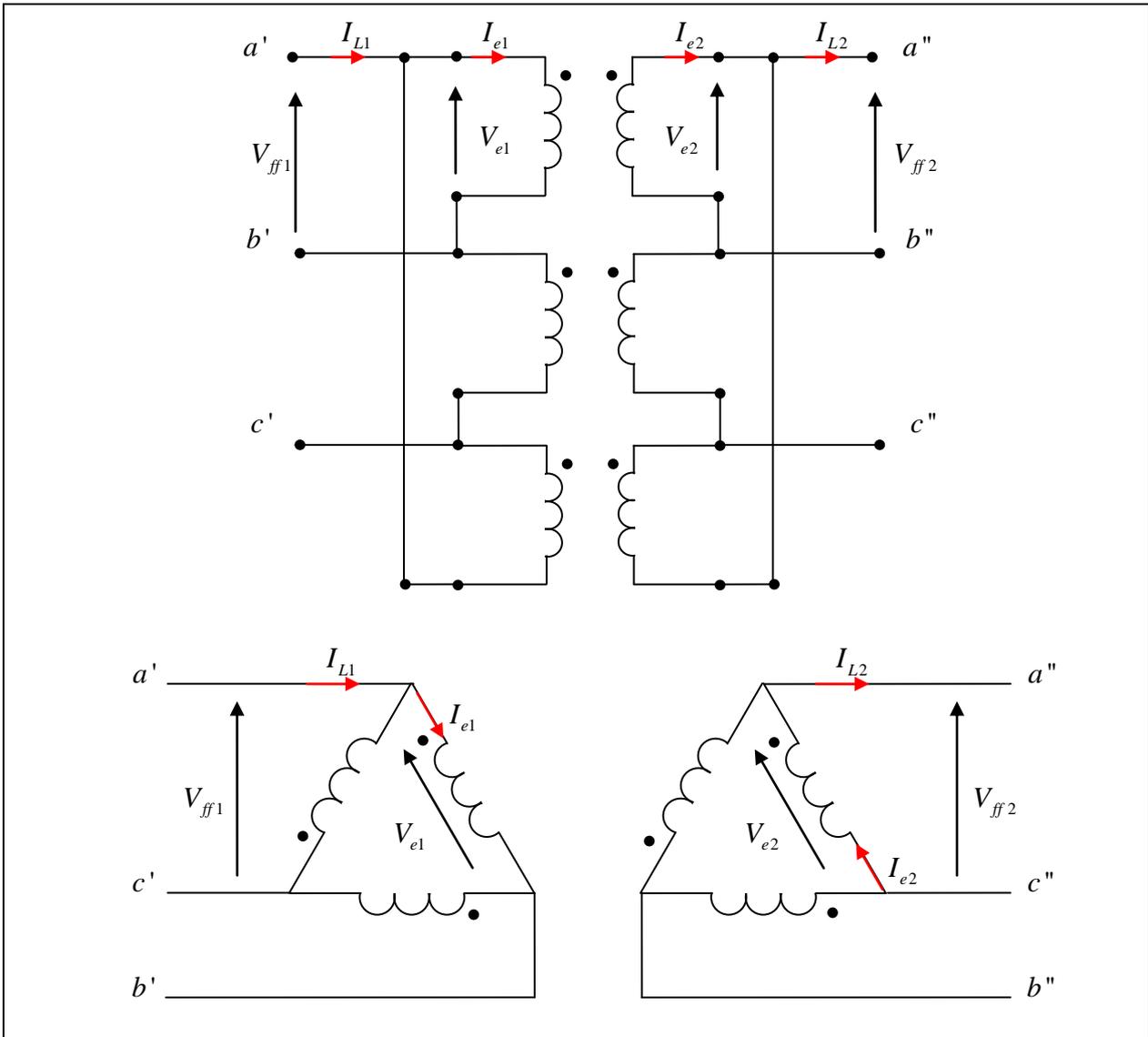


Fig. 3.53. Conexión $\Delta\Delta$

En este caso, cada unidad monofásica estará especificada por $S_{1\phi}$, V_{e1}/V_{e2} , I_{e1}/I_{e2} , siendo $S_{1\phi} = 1/3 S_{3\phi}$, los voltajes aplicados a los enrollados son los voltajes fase-fase, $V_{e1} = V_{ff1}$, $V_{e2} = V_{ff2}$ y las corrientes por:

$$I_{e1} = \frac{I_{L1}}{\sqrt{3}} ; I_{e2} = \frac{I_{L2}}{\sqrt{3}} \quad (3.162)$$

Donde I_{L1} , I_{L2} son las corrientes de línea dadas por (3.161). Al igual que en el caso anterior, los voltajes primarios y secundarios respectivos del transformador 3 Φ están en fase. Igualmente las corrientes de línea primarias y secundarias.

Por otra parte, como los enrollados deben soportar la tensión entre fases, esta conexión se emplea con tensiones bajas en primario y secundario (≤ 30 KV). Las altas corrientes de línea en estos niveles de tensión, se ven reducidas en $1/\sqrt{3}$ en los enrollados, por lo que esta no es tan crítica

iii) Conexión Y Δ .

Es una combinación de las conexiones anteriores. La fig. 3.54 ilustra esquemáticamente esta conexión, dibujándose paralelos los enrollados primario y secundario de cada unidad monofásica.

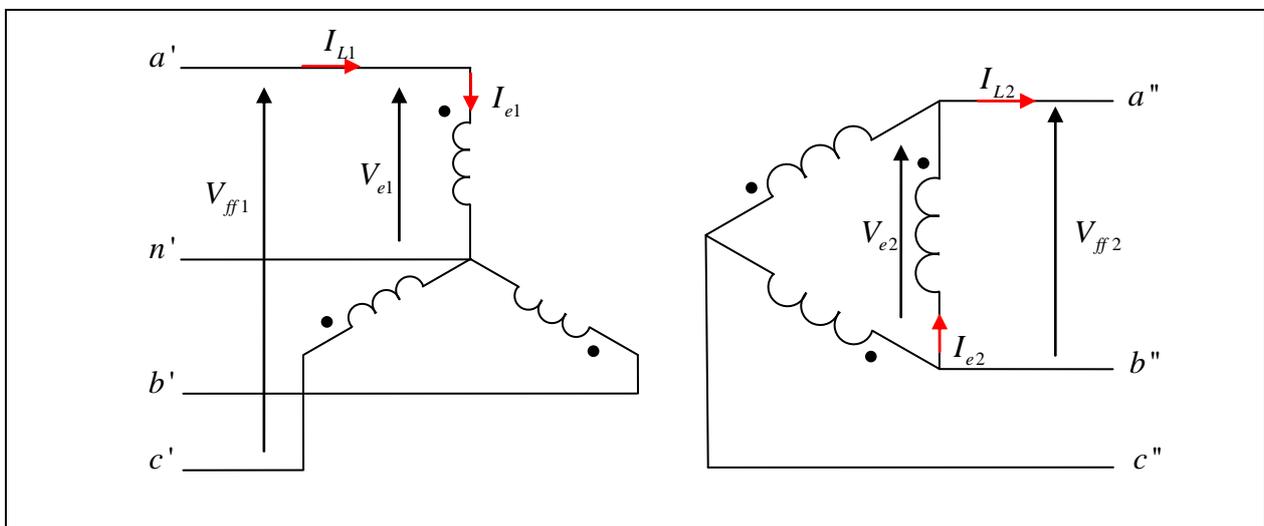


Fig.3.54 Conexión Y Δ

Cada unidad monofásica estará especificada por $S_{1\Phi}$, V_{e1}/V_{e2} , I_{e1}/I_{e2} , siendo la relación con las variables trifásicas:

$$S_{1\Phi} = S_{3\Phi}/3, V_{e1} = V_{ff1}/\sqrt{3} \text{ y } V_{e2} = V_{ff2}, I_{e2} = I_{L1}, I_{e2} = I_{L2}/\sqrt{3}$$

A diferencia de las conexiones anteriores, V_{ff1} no está en fase con V_{ff2} , como se aprecia en el diagrama fasorial de la fig.3.55. Existe un desfase de 30° (o algún múltiplo de 30° como se vera mas adelante) entre V_{ff1} y V_{ff2} . Igualmente ocurre con las respectivas corrientes de línea.

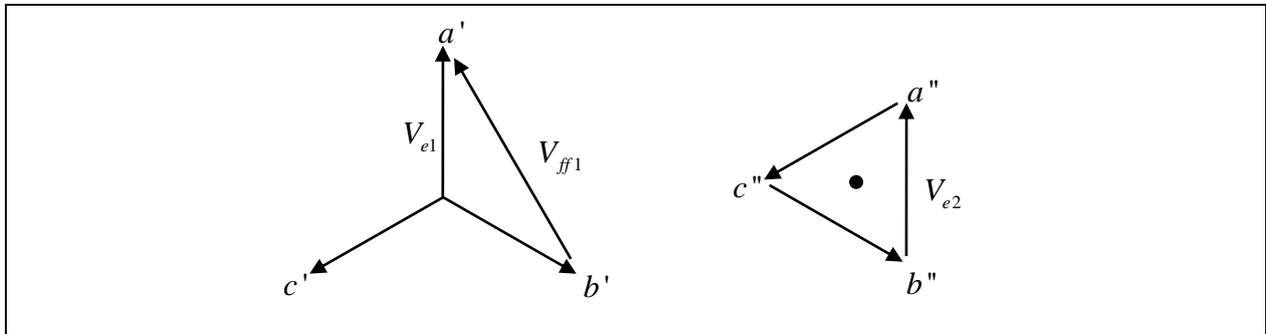


Fig. 3.55. Diagrama fasorial de la conexión YΔ

La conexión YΔ se emplea usualmente con la Y en alta tensión y con la Δ en baja tensión, por las mismas razones dadas antes. O sea como transformador reductor de tensión.

iii) Conexión ΔY.

Es totalmente análogo al caso anterior, intercambiando variables de primario y secundario. Luego, también en este caso están desfasados V_{ff1} con V_{ff2} , y I_{L1} con I_{L2} .

Esta conexión se utiliza normalmente para elevar voltajes (Δ en BT, Y en AT). Una excepción la constituyen los transformadores de distribución, que son de 13KV/380V, y utilizan conexión ΔY (en lugar de ΔΔ) pues se requiere neutro secundario en los consumos.

La fig. 3.56 ilustra un diagrama unilineal típico de un sistema eléctrico de potencia, donde se indica las conexiones usuales de los distintos transformadores según los niveles de voltaje. Los generadores de las centrales, por razones de diseño, en general

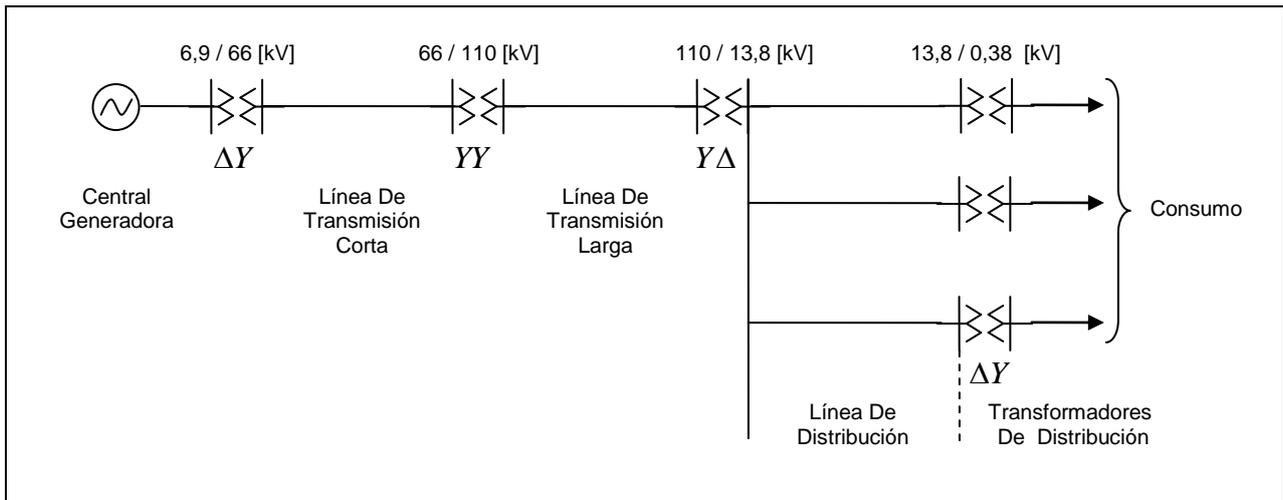


Fig. 3.56. Conexión de transformadores un sistema eléctrico de potencia

Generan voltajes menores de 20 KV lo que hace necesario transformadores elevadores ΔY para la transmisión a largas distancias. La elevación de tensión se suele hacer por tramos, en sub-estaciones (SS/EE) transformadoras, de modo que las líneas de transmisión más largas sean las de mayor voltaje. A la llegada a los centros de consumo, los voltajes deben bajarse a niveles que no sean peligrosos (10 o 15 KV) con transformadores reductores $Y\Delta$, formándose la red de distribución trifilar, que usualmente va en las crucetas de las postaciones. Los transformadores de distribución (ΔY , para tener neutro en los consumos) entregan la tensión de 380 V (220 V fase-neutro) que se distribuye en 4 líneas (neutro y 3 fases) a los consumidores, tratándose de lograr un consumo lo más equilibrado posible.

3.5.4 Armónicas en las distintas conexiones trifásicas de transformadores.

Aparte de las recomendaciones generales dadas anteriormente para la utilización de una u otra conexión en transformadores trifásicos, al decidir una instalación deben considerarse además una serie de otros aspectos técnicos y económicos; uno de estos, de relativa importancia, corresponde a las armónicas de corriente y voltaje que introduce el transformador trifásico en el sistema, los que dependen fuertemente del tipo de conexión.

Como se vio en su oportunidad, el diseñar los transformadores con el punto de operación en la zona del codo de saturación del núcleo, provoca la aparición de corrientes de magnetización con un alto contenido de 3ª armónica. Se analizará lo que ocurre con estas armónicas en los distintos tipos de conexión

i) Conexión de primario en Y

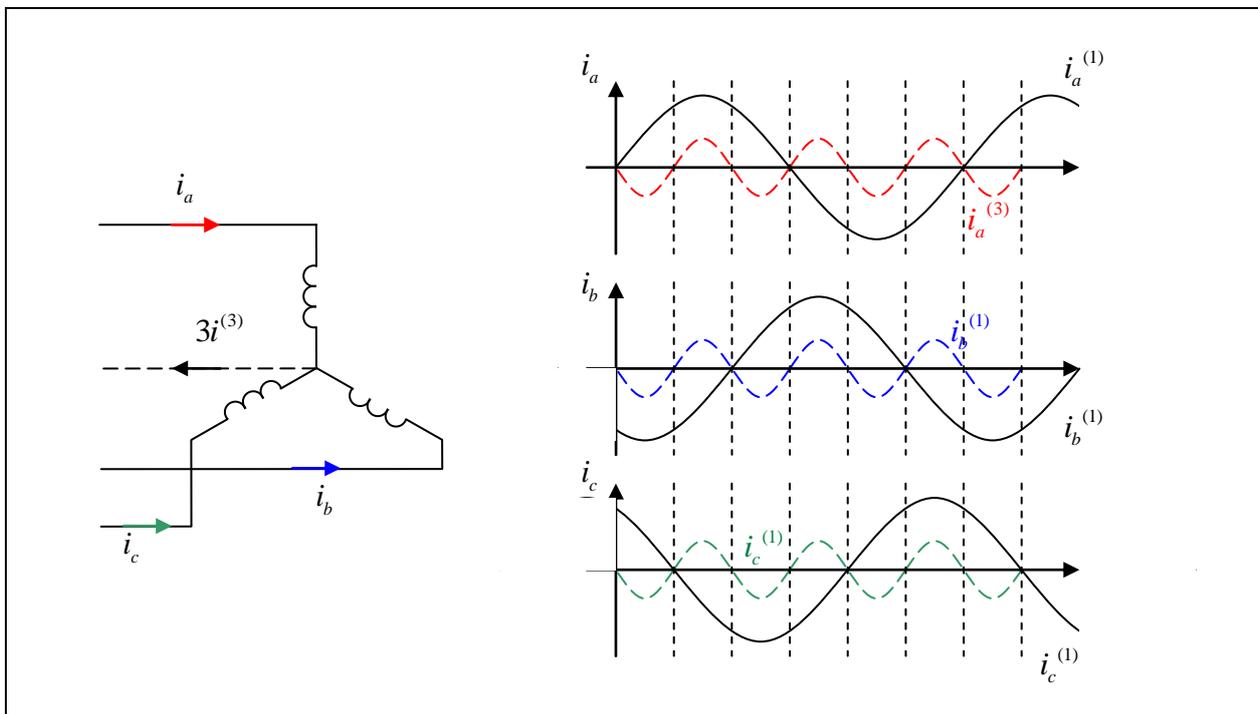


Fig 3.57 Armónicas en conexión Y

La tensión aplicada es sinusoidal, y las corrientes por enrollado (y de línea) tendrán una componente fundamental y una componente de 3ª armónica. Como se aprecia en la fig. 3.57, las componentes fundamentales suman cero en cualquier instante ($i_a^{(1)} + i_b^{(1)} + i_c^{(1)} = 0$), y por lo tanto no circula corriente fundamental por el neutro. No obstante, las componentes de 3ª armónica están en fase y son de igual magnitud:

$$i_a^{(3)} = i_b^{(3)} = i_c^{(3)} = i^{(3)} \quad (3.163)$$

De modo que si existe neutro de retorno (conductor o al terreno), por éste circulará una corriente $i_n = 3i^{(3)}$; es decir, sólo 3ª armónica. Así, cuando los primarios están en Y con neutro de retorno, hay circulación de corrientes de 3ª armónica por las líneas y por el neutro. Esta alta frecuencia puede provocar interferencia telefónica importante.

Cuando no hay neutro de retorno, debe ser $i_n = 0$; es decir $3i^{(3)} = 0$. Luego, si las corrientes de 3ª armónica no existen, las corrientes por los enrollados (y las líneas) deben ser sinusoidales de frecuencia fundamental (sin 3ª armónica). Y como las características Φ v/s i

tiene saturación, la única posibilidad es que Φ sea no sinusoidal (Fig. 3.58), con una componente de 3ª armónica principalmente ($\Phi = \Phi_1 \text{sen}(\omega t) + \Phi_3 \text{sen}(3\omega t)$).

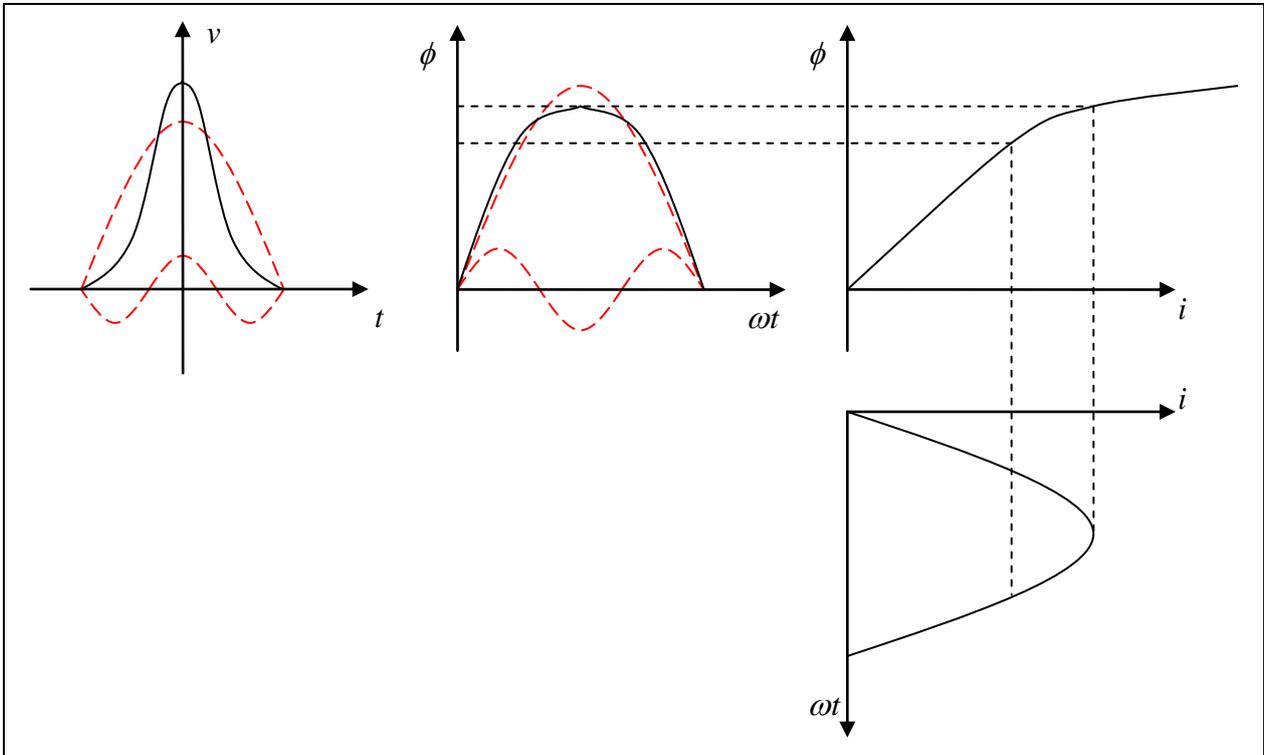


Fig 3.58 Armónicas con Y sin neutro.

Esto significa que el voltaje fase-neutro tendrá 3ª armónica

$$(v = \frac{d\phi}{dt} = v_1 \cos \omega t + v_3 \cos 3\omega t).$$

$$v_a = v_a^{(1)} + v_a^{(3)}$$

$$v_b = v_b^{(1)} + v_b^{(3)}$$

$$v_c = v_c^{(1)} + v_c^{(3)}$$

Sin embargo los voltajes fase-fase no tendrán 3ª armónica ya que por ejemplo $v_{ab} = v_a - v_b = v_a^{(1)} - v_b^{(1)}$, pues $v_a^{(3)} = v_b^{(3)} = v_c^{(3)} = v^{(3)}$. En resumen, cuando los primarios están en Y sin neutro de retorno, no hay circulación de 3as armónicas por las líneas, los voltajes fase-neutro presenta 3ª armónica, pero no así los voltajes fase-fase. Cabe agregar que, como se aprecia en la Fig. 3.58, el voltaje fase-neutro, con 3ª armónica, es mayor que el de la fundamental, pudiendo existir sobre tensiones peligrosas para la aislación, considerando que en algunos casos el voltaje de 3ª armónica puede alcanzar valores del 30 al 50% de la componente fundamental. Por ello, los transformadores para conexión Y sin neutro de retorno se diseña con densidades de flujo relativamente menor que la usual.

ii) Conexión de primario en Δ

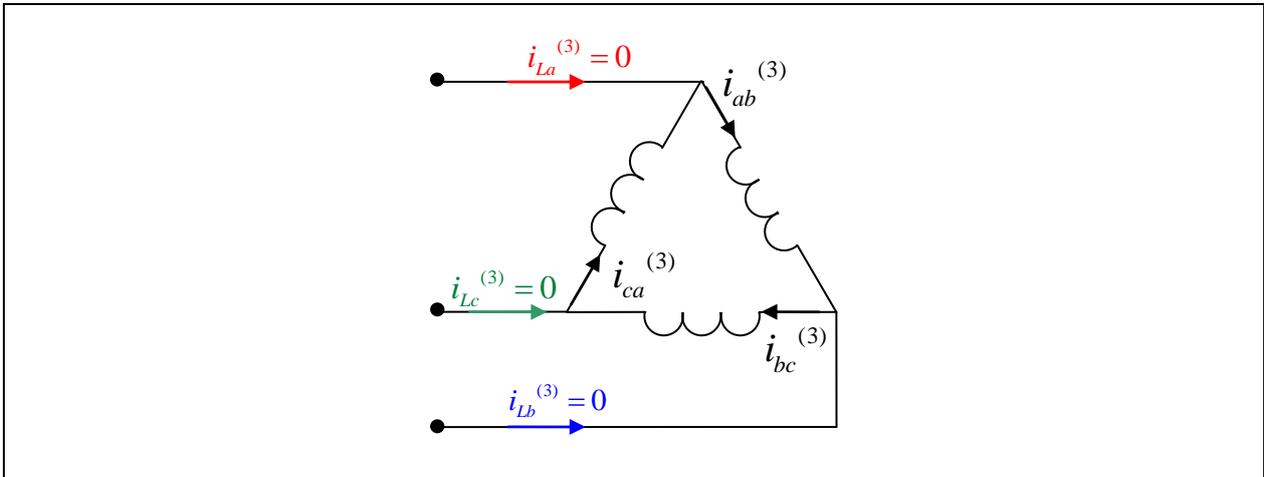


Fig 3.59 Armónicas en conexión Δ .

Cada enrollado tiene aplicado un voltaje sinusoidal, y circulará por él una corriente fundamental y una 3ª armónica:

$$\begin{aligned} i_{ab} &= i_{ab}^{(1)} + i_{ab}^{(3)} \\ i_b &= i_{bc}^{(1)} + i_{bc}^{(3)} \\ i_c &= i_{ca}^{(1)} + i_{ca}^{(3)} \end{aligned}$$

Siendo $i_{ab}^{(3)} = i_{bc}^{(3)} = i_{ca}^{(3)} = i^{(3)}$. Luego, las corrientes por las líneas no tendrán 3ª armónica, pues por ejemplo $i_{La} = i_{ab} - i_{ca} = i_{ab}^{(1)} - i_{ca}^{(1)}$.

En consecuencia, con los primarios en Δ no circulan corrientes de 3ª armónica por las líneas, pero sí por la Δ , es decir por los enrollados del transformador.

iii) Armónicas en los Secundarios.

En los enrollados secundarios se inducirá un voltaje no sinusoidal si el flujo magnético originado por el primario es no sinusoidal. Así, en el caso de primarios en Y con neutro de retorno o primarios en Δ , donde Φ es sinusoidal, no se inducirán voltajes armónicos en el secundario. La corriente magnetizante de 3ª armónica que se presenta en este caso, queda compartida entre el primario y el secundario, siempre que en la conexión secundaria haya caminos de circulación para la 3ª armónica como en el caso de Y conectado a tierra o Δ .

En el caso de primarios en Y sin neutro de retorno, el flujo magnético presenta armónicas y por lo tanto en los enrollados secundarios se inducirán voltajes con 3ª armónica principalmente, pudiendo darse los casos siguientes:

- Secundarios en Y con neutro.

Aquí, los voltajes fase-neutro presentan 3ª armónica, pero no así los voltajes fase-fase. Por las líneas y por el neutro podrán circular las corrientes de 3ª armónica, lo que reduce la distorsión del voltaje.

- Secundarios en Y sin neutro.

En este caso los voltajes fase-neutro presentan 3ª armónica (no así los voltajes fase-fase), pero no hay camino de circulación para las 3as armónicas de corriente. Luego, éstas no circulan por las líneas pero la distorsión de los voltajes fase-neutro es significativa

- Secundarios en Δ .

Los voltajes fase-fase (de enrollados) presentan 3ª armónica, y por lo tanto circulan corrientes de 3ª armónica en el interior de la Δ (enrollados del transformador) pero no en las líneas secundarias. Este camino de circulación para la 3ª armónica de corriente puede atenuar significativamente la distorsión del voltaje. Por ello, en algunos transformadores se usa un "terciario" en Δ únicamente para proporcionar un camino de circulación a las corrientes de 3ª armónica y mejorar así la forma de onda de los voltajes.

iv) Influencia del Tipo de núcleo en transformadores trifásicos.

En los transformadores 3Φ con núcleo tipo ventana, no hay un camino para la circulación de flujos armónicos (en caso que estos se presenten, como en la conexión de primarios en Y sin neutro de retorno). Entonces este flujo armónico deberá circular por el aire (alta reluctancia), por lo que alcanza magnitudes reducidas (aproximadamente 5% del fundamental) siendo pequeña la deformación del voltaje. En este aspecto, esta alternativa favorable con respecto a núcleo acorazado o a bancos 3Φ de transformadores donde la 3ª armónica del flujo tiene un camino de circulación expedito.

3.5.5. Designación normalizada de conexiones de transformadores trifásicos.

Los transformadores trifásicos se designan, normalizadamente mediante 2 letras y un número. La 1ª letra, en mayúscula, indica la conexión de los enrollados de alta tensión Y: estrella o D: delta; la 2ª letra, en minúscula, indica la conexión de los enrollados de baja tensión (y ó d) y el número indica el ángulo de adelanto del voltaje fase-neutro de AT respecto al voltaje fase-neutro de BT, dividido por 30° . Por ejemplo un transformador Yd7 significa:

- Enrollados de AT conectados en estrella.
- Enrollados de BT conectados en delta.
- Voltaje fase-neutro de AT respecto al voltaje fase-neutro de BT en 210° .

Los ángulos de desfase que es posible encontrar en las distintas conexiones pueden ser muchos como se vera a continuación:

i) Desfases en conexión Yy.

El caso mas usual visto en el párrafo 3.5.3, corresponde a lo que se ilustra en la Fig.3.60, con los diagramas fasoriales de voltajes. Se aprecia que el voltaje fase neutro de

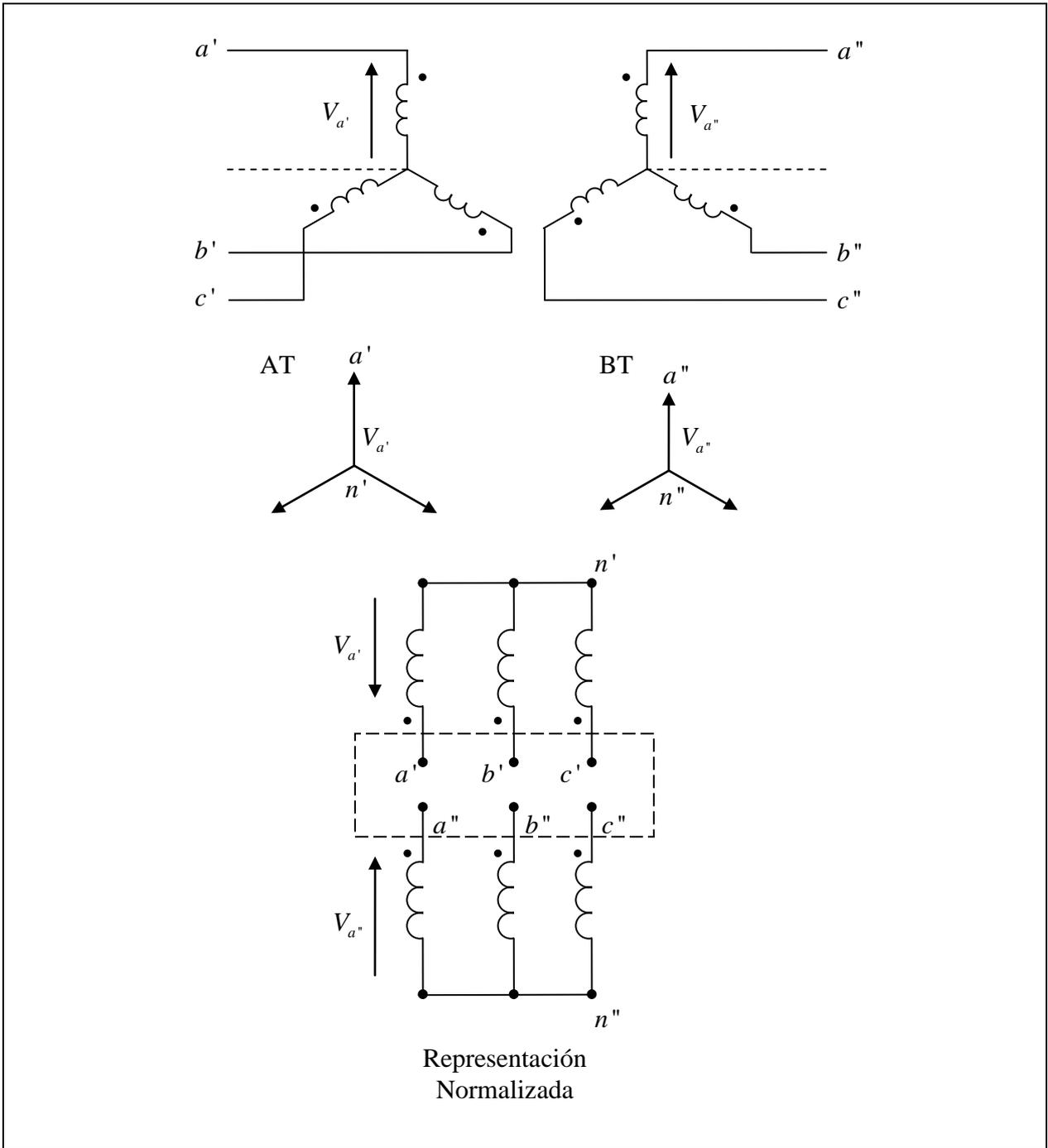


Fig.3.60 Conexión Yy0

AT, $V_{a'}$, está en fase con el de BT, $V_{a''}$. Luego el desfase es 0° , y por lo tanto, el transformador es un Yy0. La figura incluye además la representación normalizada de esta conexión.

Si en lugar de polaridad sustractiva los enrollados tuvieron polaridad aditiva, la situación sería la de la Fig.3.61. Es decir, $V_{a'}$ adelanta a $V_{a''}$ en $180^\circ (= 6 \times 30^\circ)$. Luego, es un Yy6.

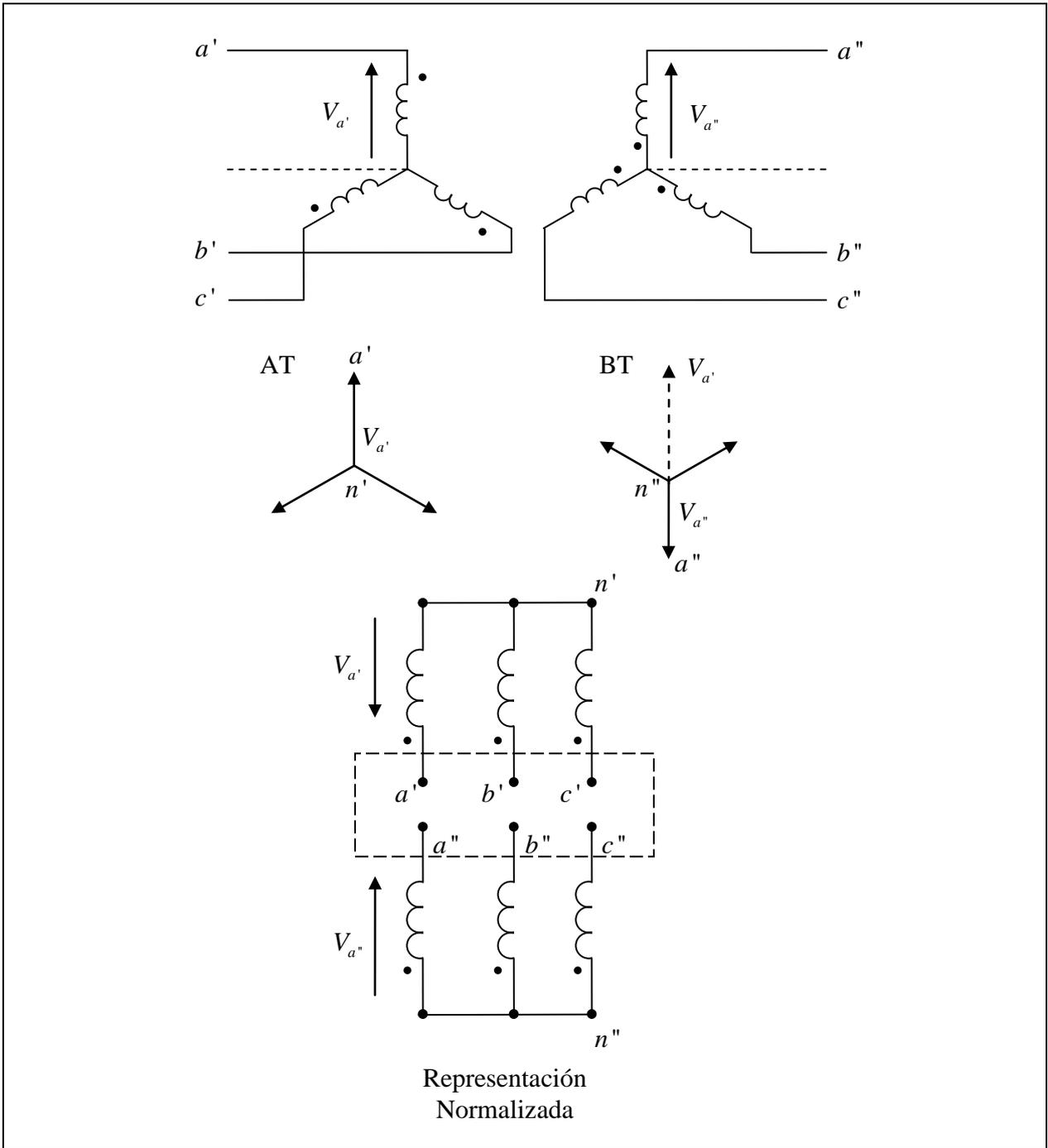


Fig.3.61 Conexión Yy6

Otros desfases se logran con la “permutación cíclica de fases”, que consiste simplemente en designar en la caja de terminales a'' al terminal b'' original; b'' al terminal c'' original y c'' al terminal a'' original. El transformador que se logra al hacer esta permutación en el Yy0 es el de la Fig. 3.62, donde se aprecia que $V_{a'}$ adelante a $V_{a''}$ en $120^\circ (= 4 \times 30^\circ)$, o sea es un transformador Yy4.

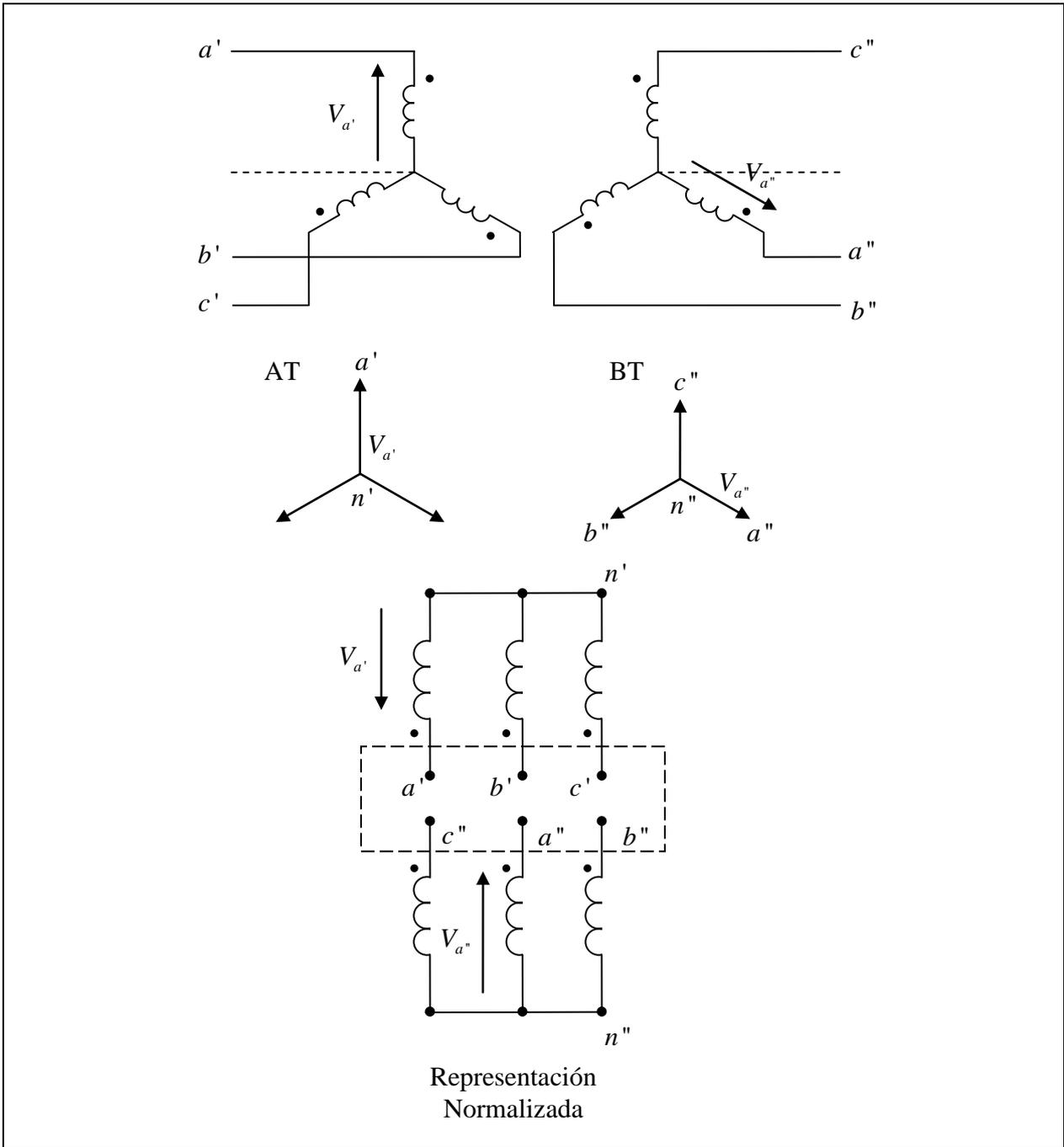


Fig.3.61 Conexión Yy4

Análogamente se puede encontrar que con una permutación cíclica de fases sobre el Yy4, se obtiene el Yy8; con una permutación cíclica sobre el Yy6 se logra el Yy10; y con una permutación cíclica sobre el Yy10, se logra el Yy2. Cabe indicar que el Yy10 tiene polaridad inversa al Yy4, y el Yy2 polaridad inversa al Yy8. Las distintas conexiones Yy se relacionan entonces como se muestra en la Fig. 3.63; es decir se tienen siempre números pares (múltiplos de 30°) como desfase.

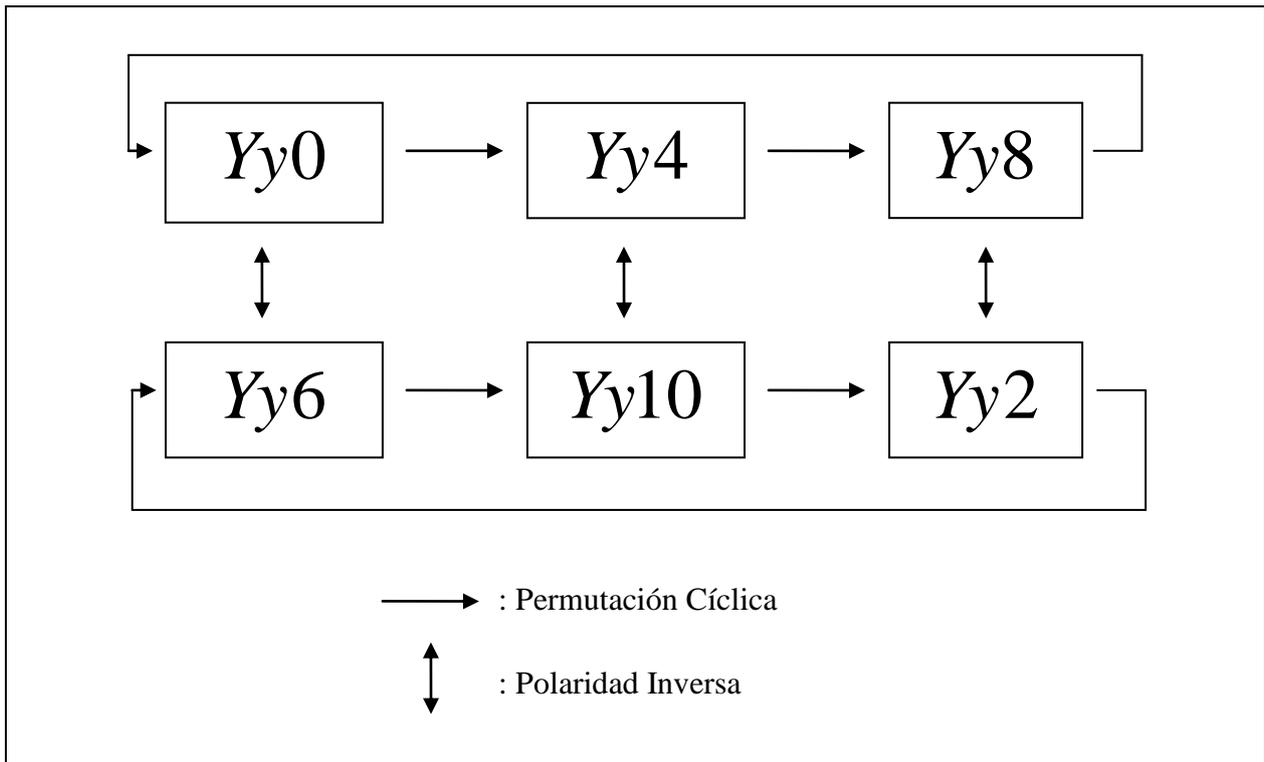


Fig.3.63 Grupos de conexión Yy

Los transformadores Yy que usualmente se fabrican son los Yy0 e Yy6.

ii) Desfases en conexión Dd.

El caso más simple es el que se ilustra en la fig. 3.64. Para conocer el número de desfase, debe compararse los voltajes fase-neutro V_a' y V_a'' . En este caso están en fase; o sea, se trata de un transformador Dd0.

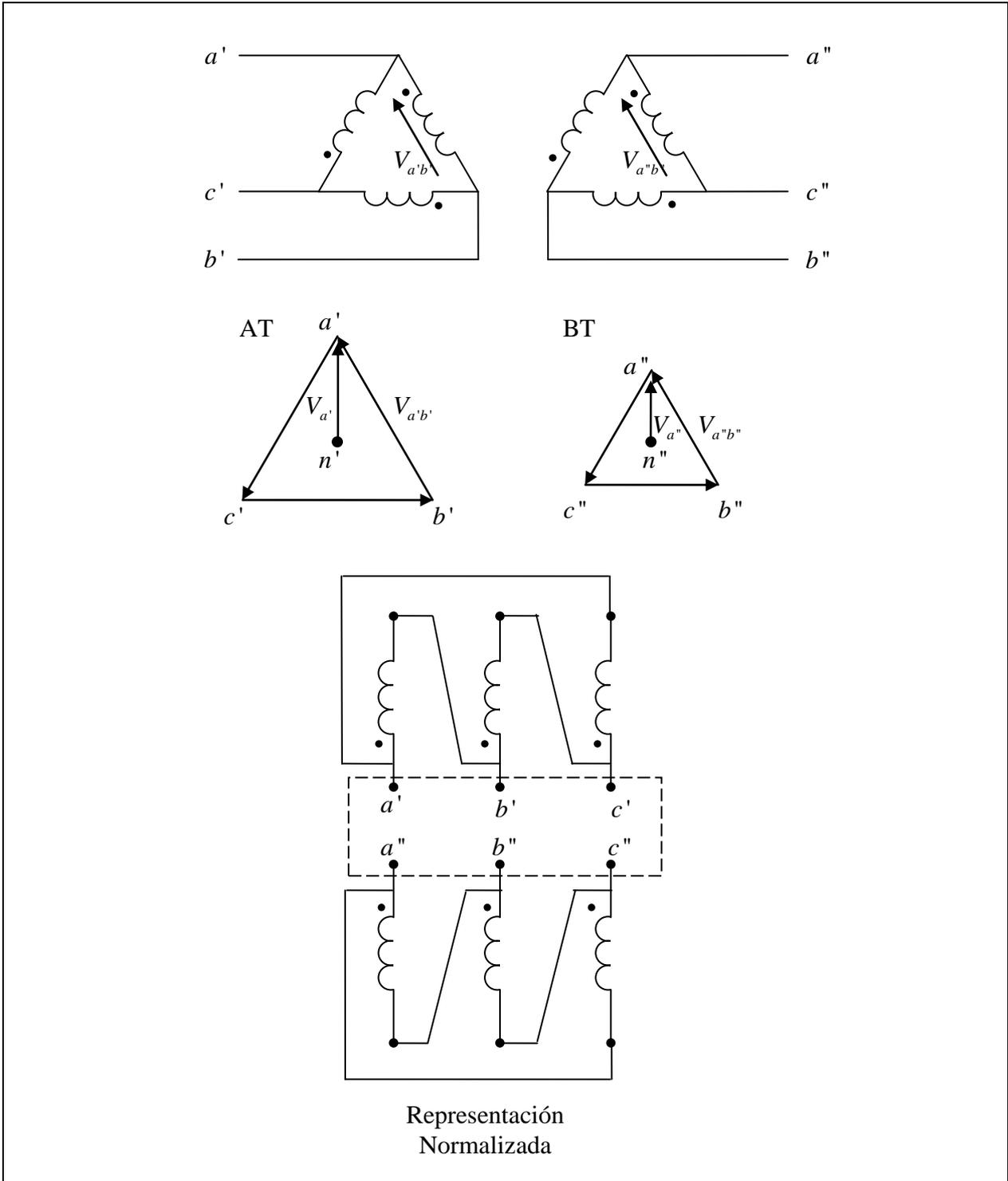


Fig.3.64 Grupos de conexión Dd0

Procediendo igual que, en la conexión Yy, se encuentra que las conexiones Dd tienen siempre desfases que son múltiplos pares de 30° , relacionados como se muestra en la Fig. 3.65.

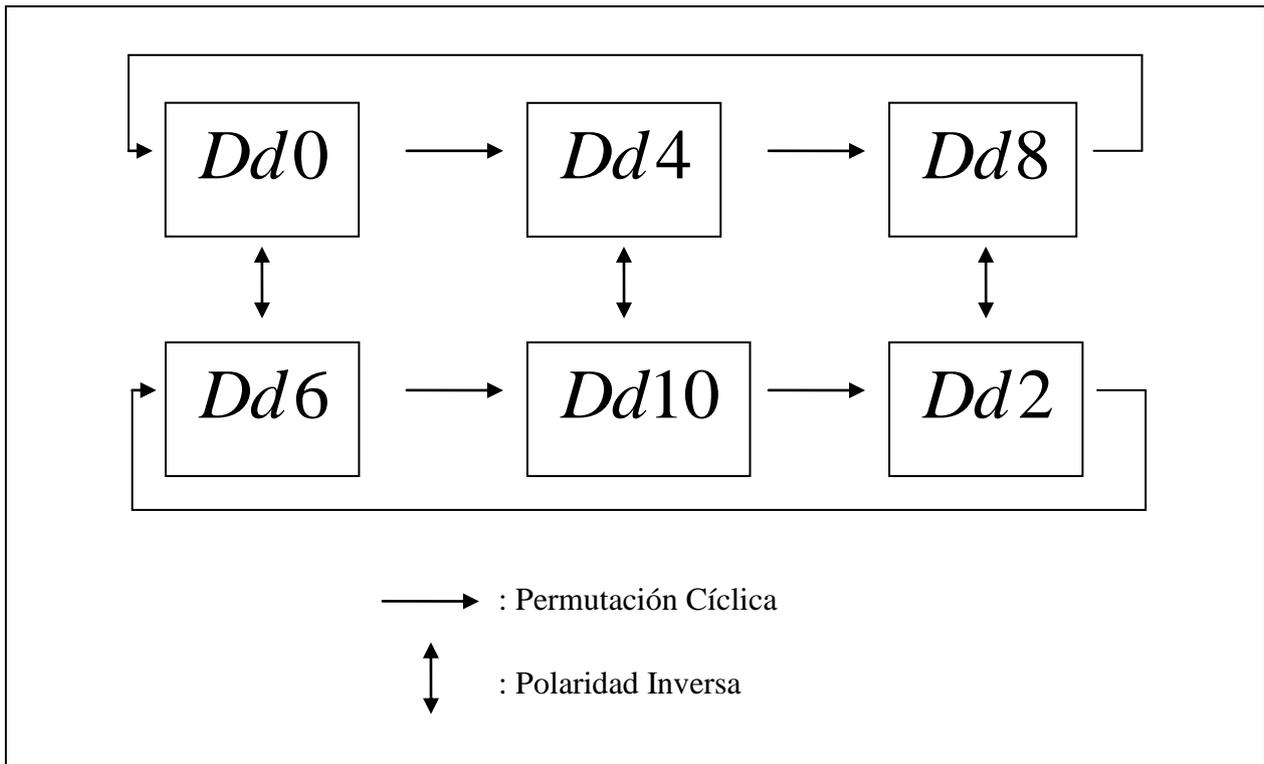


Fig.3.65 Grupos de conexión Dd.

Además, también en este caso los transformadores usualmente fabricados son los Dd0 y Dd6.

iii) Desfases en conexión Yd

El caso mas simple es el ilustrado en Fig. 3.66, donde, al comparar los voltajes fase-neutro V_a' y V_a'' , se aprecia un adelanto de 30° del primero con respecto al segundo. Es decir, se trata de un Yd1.

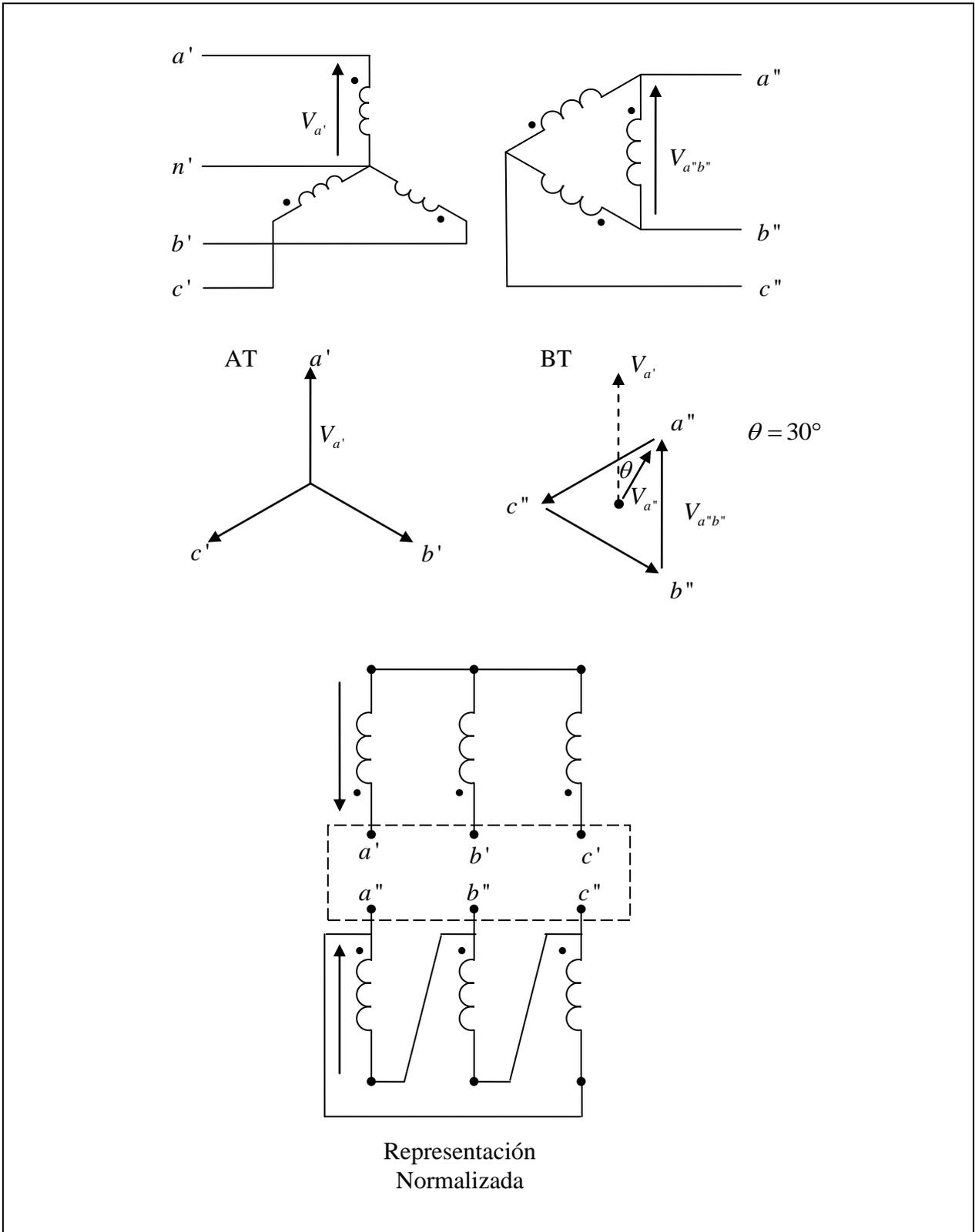


Fig.3.65 Transformadores Yd1.

El transformador de polaridad inversa a éste es el Yd7. A la vez haciendo sucesivas permutaciones cíclicas de fases sobre el Yd1 y sobre el Yd7, se puede encontrar que se

obtienen respectivamente el Yd5 e Yd9, y el Yd11 e Yd3. En resumen, se obtienen desfases múltiplos impares de 30°, que se relacionan como se muestra en la Fig. 3.67.

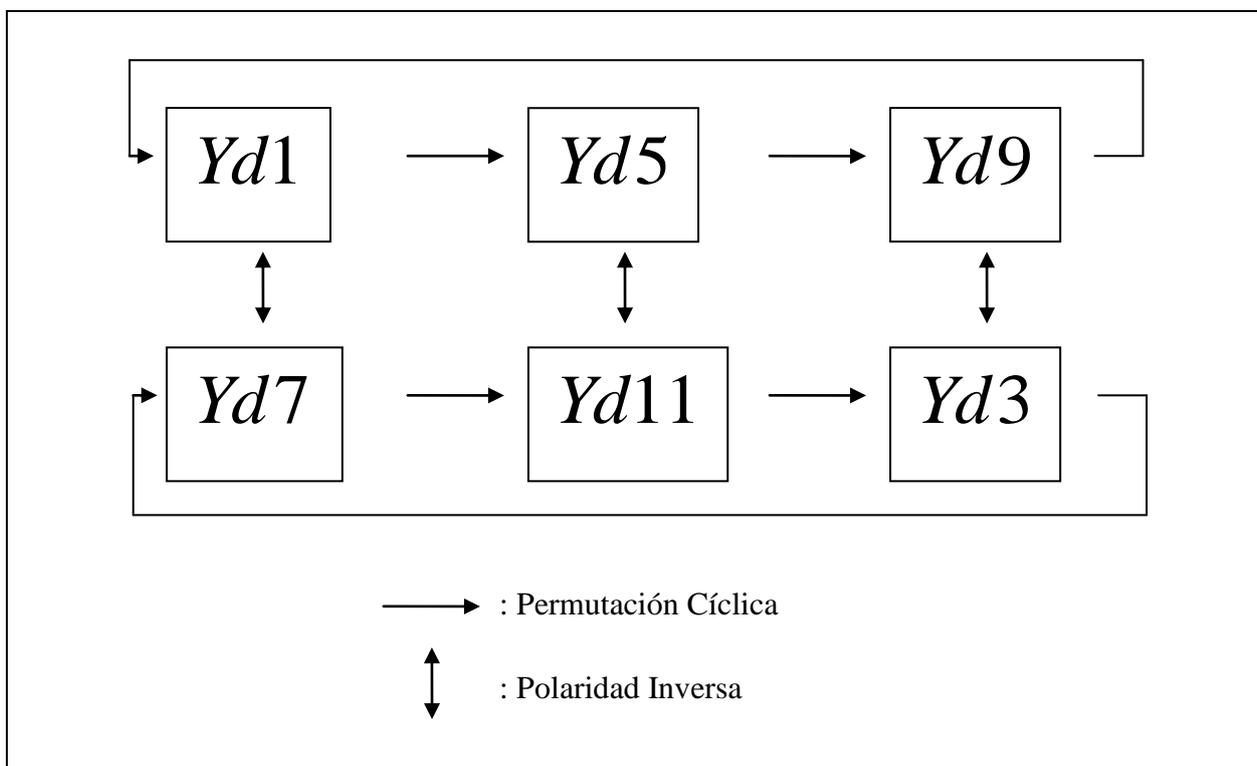


Fig.3.67 Grupos de conexión Yd.

Los transformadores Yd que normalmente se fabrican son, en las fábricas americanas (normas IEC) el Yd1 (preferentemente) y el Yd7; y en las fábricas europeas que se rigen por la norma alemana VDE, el Yd5 (preferentemente) y el Yd11.

iv) Desfases en conexión Dy.

Los desfases que se obtienen en la conexión Dy son, obviamente, los mismos de la conexión Yd (notar sin embargo que si por ej. Un Yd1 se rediseña con la D para AT, pasaría a ser un Dy11). La Fig.3.68 muestra un Dy1, y la Fig. 3.69 un resumen de los desfases posibles y sus relaciones entre sí.

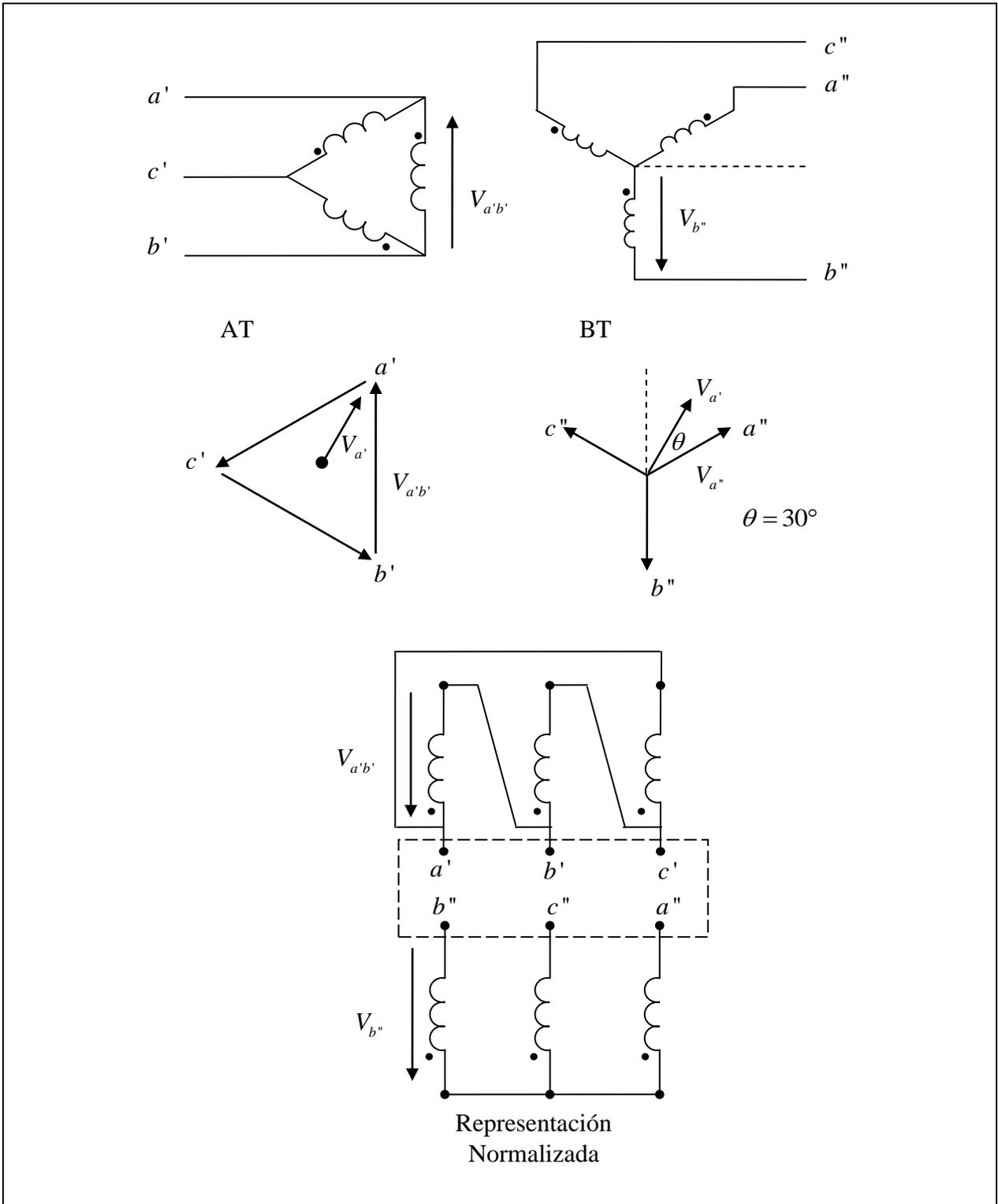


Fig.3.68 Grupos de conexión Dy1.

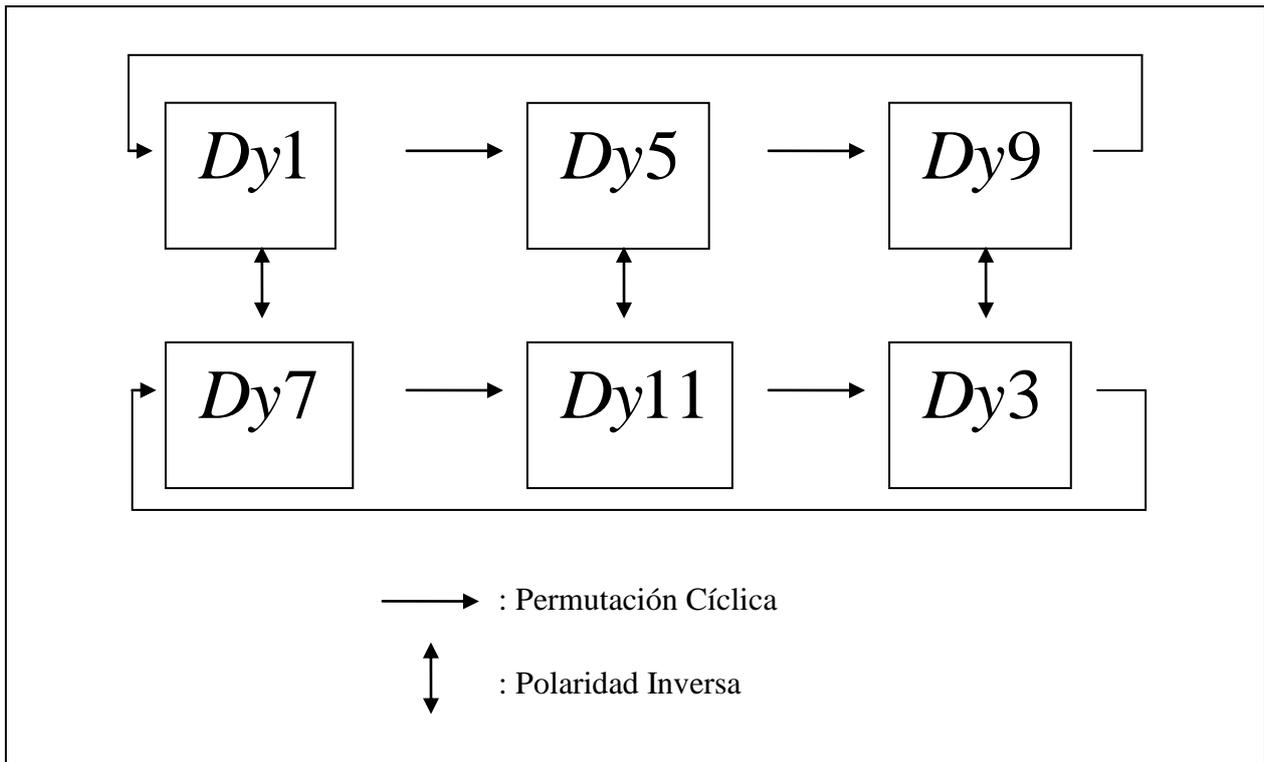


Fig.3.69 Grupos de conexión Dy.

Al igual que en las conexiones Yd, los transformadores Dy que usualmente se fabrican Dy1, Dy7 (normas IEC) y los Dy5, Dy11 (normas VDE).

3.5.6. Conexión en paralelo de transformadores trifásicos.

Al conectarse en paralelo 2 transformadores trifásicos deben tenerse en cuenta las mismas condiciones que en transformadores monofásicos (voltajes fase-fase primarios, nominales, aproximadamente iguales; razones de transformación, V_{ff1}/V_{ff2} , iguales; impedancia en $[^{\circ}/1]$ base propia similares) y además, una vez conectados los bornes primarios respectivos, la diferencia de voltaje en vacío entre los terminales secundarios que se conectaran entre sí debe ser nula. Por ejemplo, la Fig. 3.70 ilustra la conexión en paralelo de un transformador Dy1 con uno Yd9. Cuando se conectan los primarios a^{\prime} , b^{\prime} , c^{\prime} de los transformadores, los diagramas fasores (fase-neutro) de los secundarios son los que se ilustran (utilizando la denominada “regla del reloj”, para el transformador A, que es Dy1, $V_{a^{\prime\prime}}$ debe estar en la 1; y para el transformador B, que es Yd9, $V_{a^{\prime\prime}}$ debe estar en las 9). Así el desfase es nulo entre $V_{a^{\prime\prime}A}$ y $V_{b^{\prime\prime}B}$; luego debe unirse $a^{\prime\prime}A$ con $b^{\prime\prime}B$. Análogamente $b^{\prime\prime}A$ con $c^{\prime\prime}B$ y $c^{\prime\prime}A$ con $a^{\prime\prime}B$.

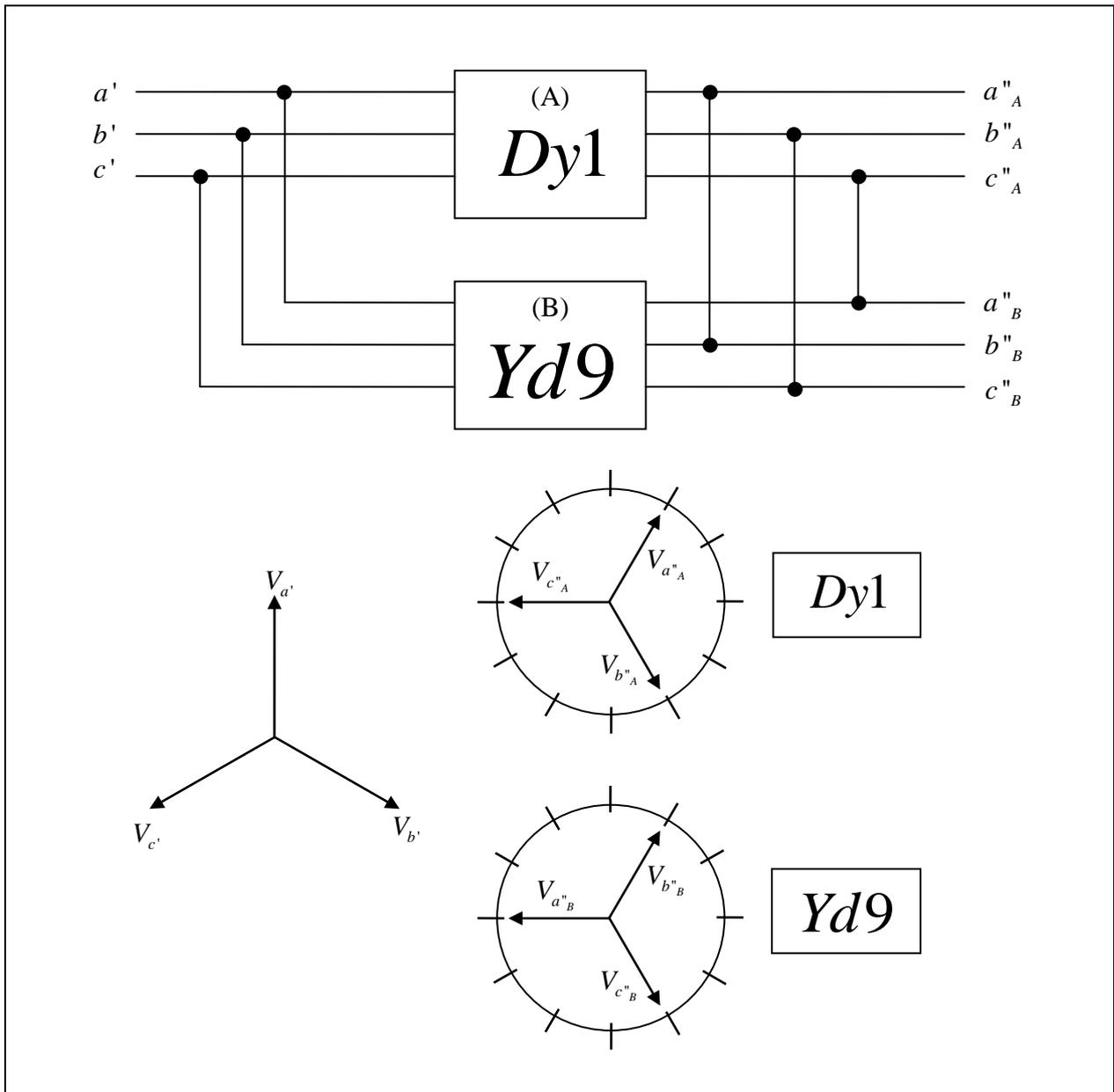


Fig.3.70. Conexión en paralelo de transformadores Dy1 e Yd9.

Se observa el peligro que significaría intentar unir a''_A con a''_B , pues entre ellos hay una diferencia de potencial equivalente al voltaje fase-fase secundario.

Hay transformadores que no pueden conectarse en paralelo como por ej. Yd1 con Yd7, pues entre ninguna de las fases secundarias hay diferencia de tensión nula, como se observa en los diagramas fasores de la Fig.3.71. La única posibilidad en este caso sería que alguno de los secundarios tuviera los 3 pares de terminales de las bobinas secundarias accesibles, e intercambiar nombres $n'' \leftrightarrow a''$, $n'' \leftrightarrow b''$, $n'' \leftrightarrow c''$, para invertir la polaridad.

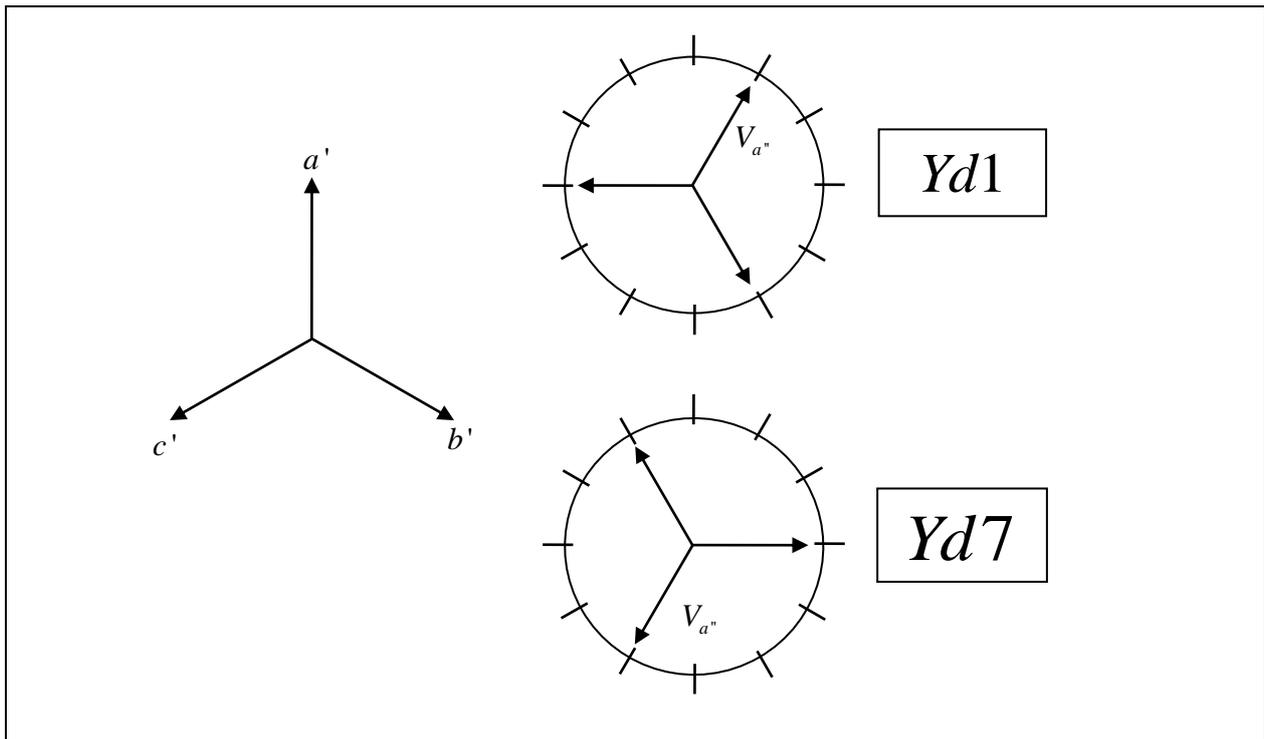
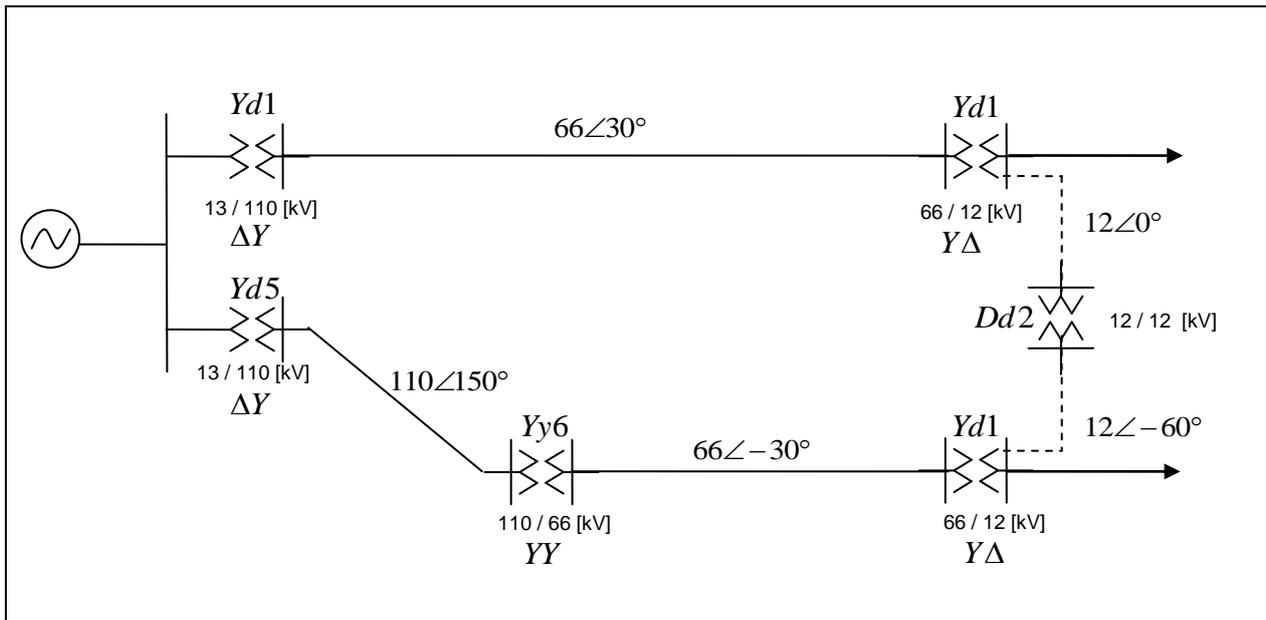


Fig.3.71. Transformadores Yd1 e Yd7.

Conexiones en paralelo imposibles de hacer son, obviamente los de transformadores Yd con Dd o Yy, y transformadores Dy con Dd o Yy.

Finalmente cabe agregar que la expansión de sistemas trifásicos, a veces obliga a usar conexiones diferentes a las convencionales como son Dd o Yy con desfases 2, 4, 8 ó 10, y las conexiones Yd ó Dy con desfases 3 ó 9. Por ejemplo, la fig. 3.72 muestra un sistema de potencia radial, donde desde la central alimenta a 2 centros de consumo mediante 2 transformadores Yd1 en un caso, y mediante transformadores Yd5, Yd6 e Yd1 en el otro. Considerando un sistema ideal (sin pérdidas), se indican los voltajes en las barras, con su ángulo respectivo de acuerdo al transformador utilizado en cada caso. Si, como ocurre muchas veces, para asegurar continuidad de servicio ante fallas en líneas, se unen las barras de 12 KV de ambos, por haber un desfase de -60° entre ellos, sería necesario unirlos a través de un transformador Dd2.



3.72 Sistema de potencia

i) Caso de transformadores ideales.

Para estudiar el comportamiento de un sistema trifásico equilibrado, que contiene transformadores, basta analizar un equivalente monofásico, considerando que lo que ocurre en las otras fases es idéntico en magnitud, con los desfases que corresponda.

Como los elementos del sistema trifásico (fuentes enrollados de transformadores y cargas) pueden estar conectados en Y o en Δ , primeramente es conveniente pasar las Δ a sus equivalentes en Y, como se indica en el ejemplo de la Fig. 3.73 donde la Fig. 3.73(a) corresponde al sistema original y la Fig. 3.73(b) al equivalente en Y. En esta última figura, una fase corresponde al equivalente monofásico a estudiar (Fig. 3.73(c)). Cabe indicar que los sistemas trifásicos equilibrados se suelen representar con un diagrama unilineal como el de la figura 3.73 (d) donde se indican los valores trifásicos de los elementos (voltaje fase-fase y potencia trifásicas) y las impedancias por fase de las líneas (Z_L). En este ejemplo, se trata de una fuente de alimentación conectada a un transformador ΔY de razón V_{1ff}/V_{2ff} , el que a través de una línea de impedancia Z_L [Ω /fase] alimenta una carga en Δ de impedancia Z_{L1} [Ω /fase]. En la misma fig.3.73 se indican las relaciones para el equivalente en Y de los elementos conectados en Δ .

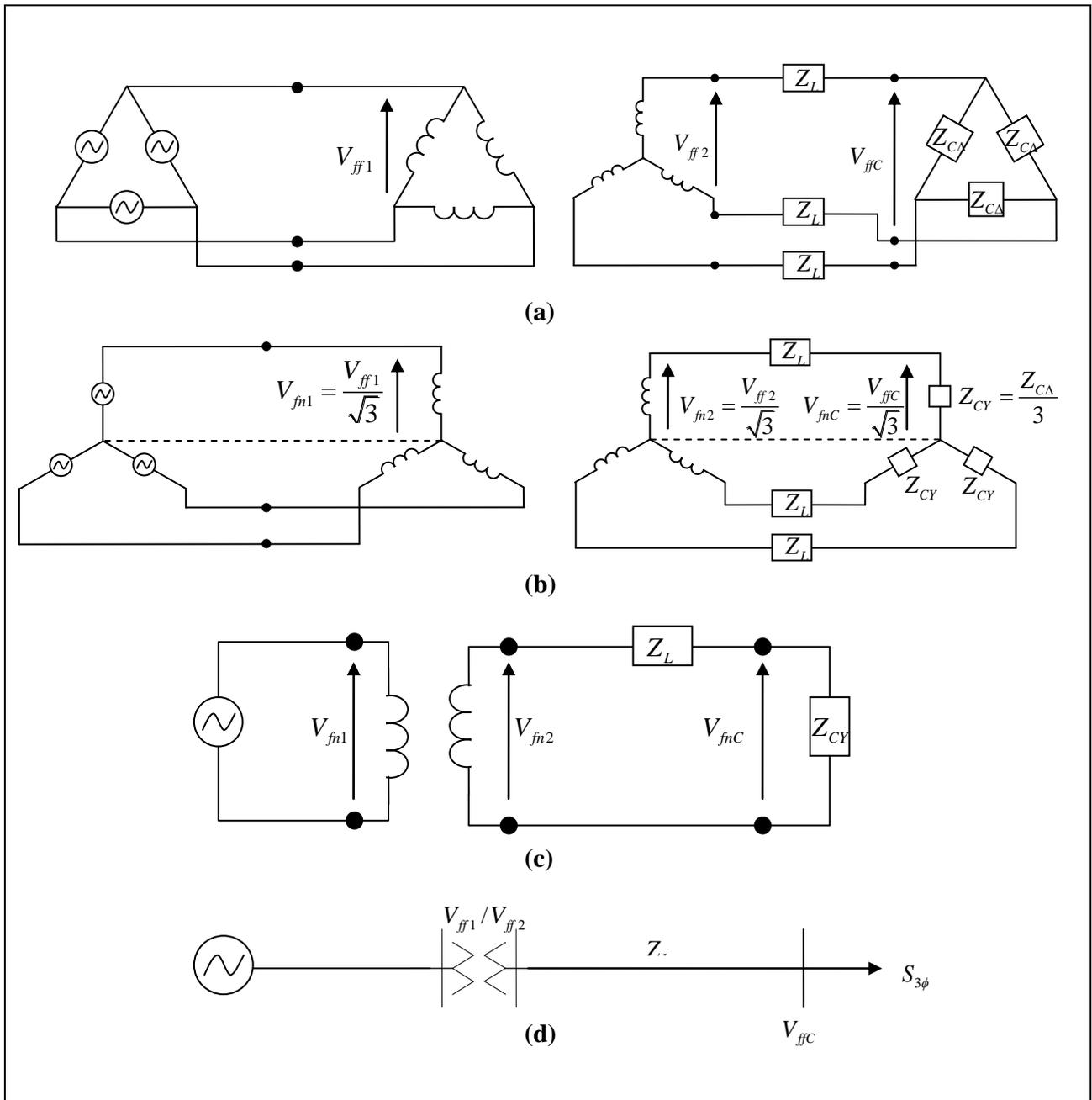


Fig.3.73. Sistema trifásico equilibrado con Transformadores DY.

Finalmente, debe asegurarse que el equivalente monofásico se resuelve igual que los sistemas monofásicos ya estudiados anteriormente.

ii) Transformadores con impedancia

Al considerar transformadores reales, deben incluirse las impedancias propias de éstos. Sin embargo, en estudios de sistemas trifásicos de potencia que incluyen transformadores solo se acostumbra a considerar la impedancia serie de los mismos, denominada "impedancia de

cortocircuito" o simplemente "impedancia equivalente del transformador". El valor que se utiliza en el equivalente monofásico dependerá de la conexión del transformador. Por ejemplo si es un transformador ΔY y se conoce la impedancia equivalente referida al primario, Z_{e1} [Ω /enrollado primario], como los enrollados primarios están en Δ , en el equivalente monofásico debe usarse:

$$Z'_{eq1\phi} = \frac{1}{3} Z_{e1} [\Omega] \quad (3.164)$$

Pero si se conoce la impedancia referida al secundario Z_{e2} [Ω /enrollado primario], como estos enrollados están en Y, en el equivalente monofásico este voltaje no se alterará:

$$Z''_{eq1\phi} = Z_{e2} [\Omega] \quad (3.165)$$

Así, el circuito equivalente monofásico será el de la fig. 3.74 (a) ó (b). Es fácil ver que las relaciones anteriores son coherentes con esta representación.

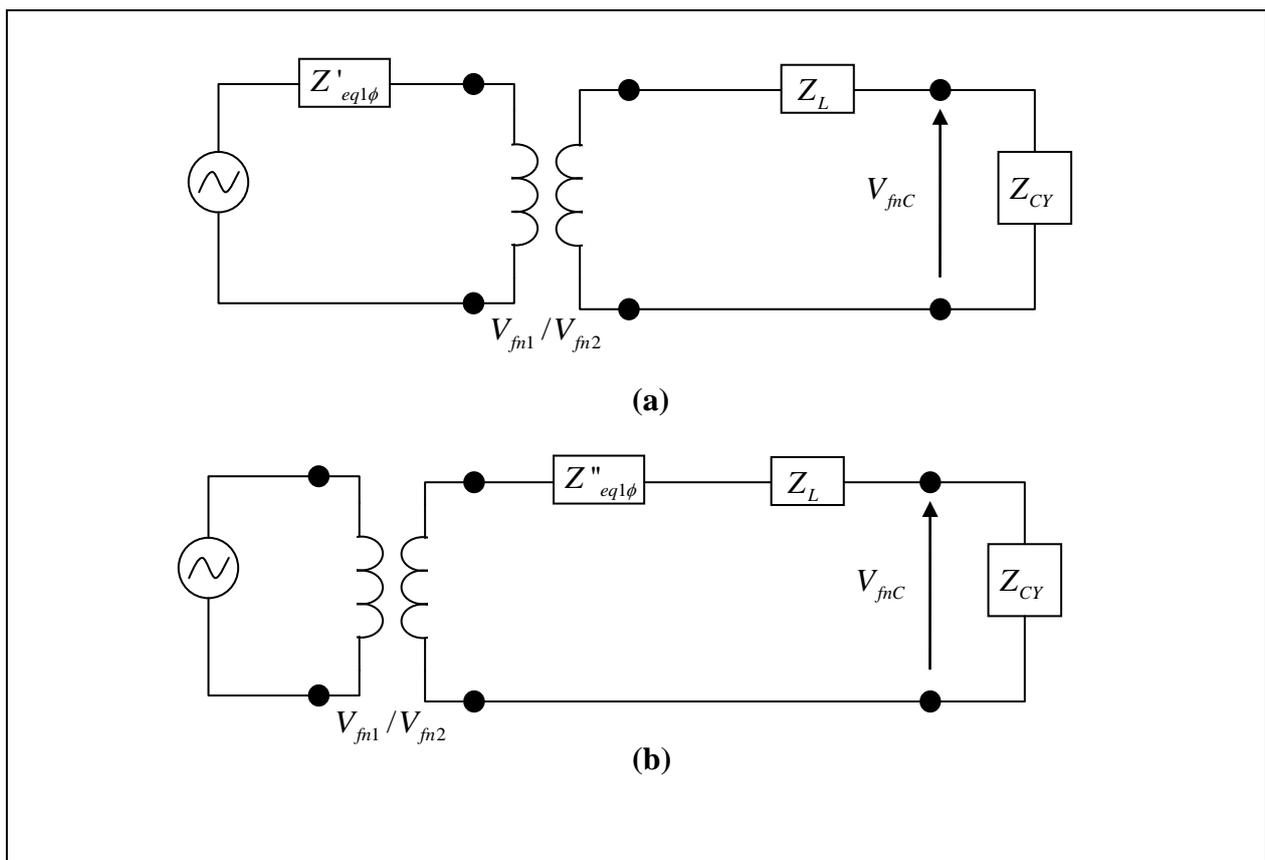


Fig.3.74.Equivalente monofásico considerando impedancia del transformador.

En efecto en el transformador original, si la impedancia Z_{e2} referida al enrollado secundario (en Y) se refiere al enrollado primario (en Δ), debe usarse la relación:

$$Z_{e1} = \left(\frac{V_{ff1}}{V_{fn2}} \right)^2 Z_{e2} \rightarrow Z_{e1} = 3 \left(\frac{V_{fn1}}{V_{fn2}} \right)^2 Z_{e2} \quad (3.166)$$

Luego, reemplazando Z_{e1} y Z_{e2} de (3.164) y (3.165):

$$Z'_{eq1\phi} = \left(\frac{V_{fn1}}{V_{fn2}} \right)^2 Z''_{eq1\phi} \quad (3.167)$$

Lo cual es concordante con la Fig. 3.74.

iii) Uso de variables en [o/1].

En sistemas trifásicos es posible usar [o/1] en la misma forma que en sistemas monofásicos. Aquí, la base de voltaje se elige entre fases (V_{Bff}) y la de potencia es trifásica ($S_{3\Phi}$). En esta forma, la impedancia base trifásica coincide con la monofásica:

$$Z_{B3\phi} = \frac{V_{Bff}^2}{S_{B3\phi}} = \frac{(\sqrt{3}V_{Bff})^2}{3S_{B1\phi}} = \frac{V_{Bfn}^2}{S_{B1\phi}}$$

Luego:

$$Z_{BS\phi} = Z_{B1\phi} \quad (3.168)$$

Así, en el diagrama unilineal los voltajes entre fase, potencias trifásicas e impedancias que se indican se llevan directamente a [o/1] dividiendo por las bases trifásicas respectivas:

$$V[o/1] = \frac{V_{ff} [V]}{V_{Bff} [V]} \quad (3.169)$$

$$S[o/1] = \frac{S_{3\phi} [VA]}{S_{B3\phi} [VA]} \quad (3.170)$$

$$Z[o/1] = \frac{Z [\Omega]}{Z_{B3\phi} [\Omega]} \quad (3.171)$$

Las impedancias equivalentes de los transformadores una vez llevados al equivalente monofásico, se llevan a [o/1] según (3.171), con la impedancia base correspondiente.

Ejemplo: La Fig. 3.75 ilustra el diagrama unilineal de un sistema de potencia, donde los transformadores son bancos trifásicos de las siguientes características:

- Banco E: Cada transformador monofásico es de 1 [MVA], 63.5/33 [KV], $10.7 + j 86.4 [\Omega]$ referidos a BT ($=Z''E$).
- - Banco R: Cada transformador monofásico es de 1 [MVA], 33/13.2 [KV], $1.71 + j 9.33 [\Omega]$ referidos a BT ($=Z''R$).

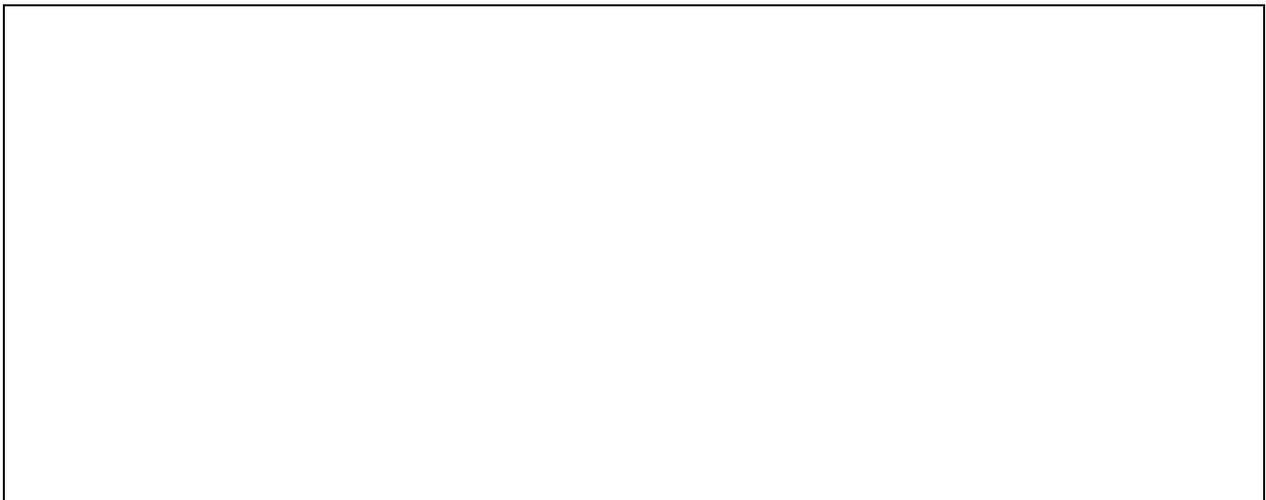


Fig. 3.75 Diagrama unilineal del problema.

Si se está alimentando al consumo indicado, se desea determinar el voltaje en bornes de la central generadora para lograr exactamente 13.2 [KV] en la carga.

(Nota: Usualmente estos problemas se resuelven independientemente de los desfases introducidos por los transformadores, a menos que ello se requiera específicamente).

Solución:

La Fig. 3.76 muestra el equivalente monofásico del sistema.



Fig. 3.76 Equivalente monofásico.

Se desea conocer el voltaje V_{ff1} necesario para que $V_{ff2} = 13.2$ [KV]. Entonces V_{ff1} se puede calcular como:

$$V_{ff1} = \sqrt{3}V_1, \text{ con } V_1 = \frac{110}{33}V_1''$$

Y donde V_1'' se calculara a partir de

$$\dot{V}_1'' = (Z_{EY}'' + Z_L + Z_{RY}')\dot{i} + \dot{V}_2'$$

Siendo

$$\dot{V}_2' = \frac{33}{13.2}\dot{V}_2''; \dot{V}_2'' = \frac{13.2}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ \Rightarrow \dot{V}_2' = \frac{33}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ [KV]$$

$$\dot{i} = \dot{i}'' \frac{13.2}{33}, \text{ con } \dot{i}'' = \left(\frac{S_{1\phi}}{\dot{V}_e} \right)^* = \frac{1000}{13.2}\sqrt{3}\angle 0^\circ$$

Y las impedancias:

Se da para el transformador E la impedancia referida a BT, donde la conexión es Δ . Osea, se da $Z_{E\Delta}''$ y se necesita Z_{EY}''

$$\Rightarrow Z_{EY}'' = \frac{1}{3}Z_{E\Delta}'' = 3.6 + j28.8[\Omega]$$

Para el transformador R se conoce la impedancia referida a BT, donde la conexión es Δ . Osea, se conoce $Z_{R\Delta}''$ y se necesita Z_{RY}'

$$\Rightarrow Z_{RY}' = \frac{1}{3}Z_{R\Delta}'' = \frac{1}{3}(1.71 + j9.33)[\Omega]$$

Y

$$Z_{RY}' = \left(\frac{33}{13.2} \right)^2 Z_{RY}'' = 3.6 + j19.4[\Omega]$$

Reemplazando los valores numéricos en la expresión de \dot{V}_1'' :

$$\dot{V}_1'' = (3.6 + j28.8 + 7.3 + j18.2 + 3.6 + j19.4) \cdot \frac{13.2}{33} \cdot \frac{1000}{13.2} \sqrt{3} \angle 0^\circ + \frac{33}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$$

Obteniendo finalmente

$$V_{ff1} = \sqrt{3} \cdot \frac{110}{33} V_1'' = 117 [KV].$$

Resolución en °/1.

Lo primero que hay que hacer es definir las bases en cada una de las zonas del sistema correspondientes a cada nivel de voltaje nominal, como lo muestra la Fig. 3.77.

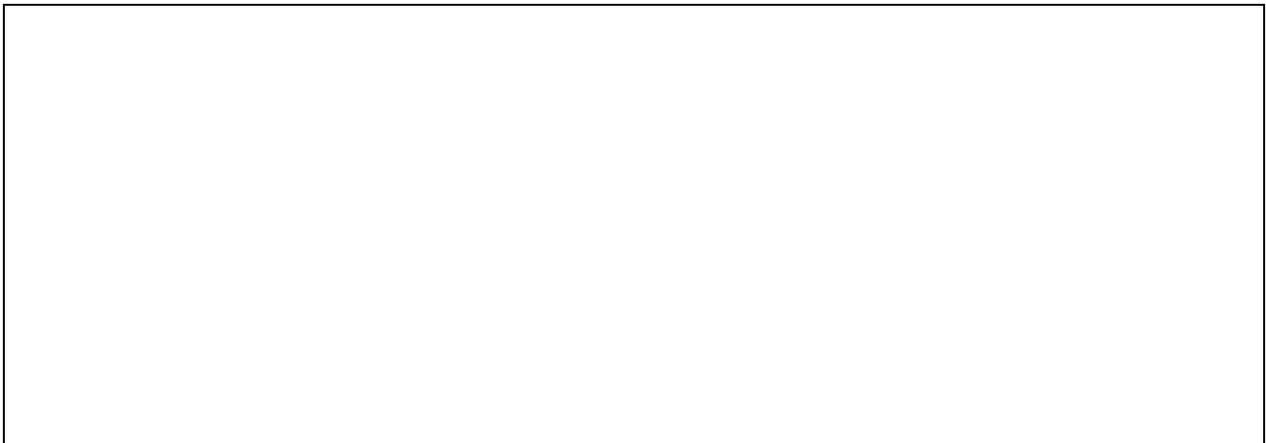


Fig. 3.77 Valores bases.

Las impedancias dadas de los transformadores hay que pasarlas a su equivalente Y, y luego dividir por la base que corresponda:

$$Z_{EY}'' = \frac{1}{3} Z_{E\Delta}'' = 3.6 + j28.8 [\Omega]$$

$$\Rightarrow Z_E \left[\frac{^\circ}{1} \right] = \frac{Z_{EY}''}{362} = 0.010 + j0.080 \left[\frac{^\circ}{1} \right]$$

$$Z_{RY}'' = \frac{1}{3} Z_{R\Delta}'' = 0.57 + j3.11 [\Omega]$$

$$\Rightarrow Z_R \left[\frac{^\circ}{1} \right] = \frac{Z_{RY}''}{58} = 0.010 + j0.054 \left[\frac{^\circ}{1} \right]$$

y para la línea:

$$\Rightarrow Z_L [^{\circ}/1] = \frac{Z_L [\Omega]}{363} = 0.020 + j0.050 [^{\circ}/1]$$

El circuito equivalente en $^{\circ}/1$ es el de la fig.3.28, de donde:

$$V_1 = (Z_E [^{\circ}/1] + Z_L [^{\circ}/1] + Z_R [^{\circ}/1]) \cdot I [^{\circ}/1] + V_2 [^{\circ}/1]$$

Siendo $V_1 [^{\circ}/1] = 1 \angle 0^{\circ} [^{\circ}/1]$, $I [^{\circ}/1] = \left(\frac{S [^{\circ}/1]}{V_2 [^{\circ}/1]} \right)^* = \frac{1 \angle 0^{\circ}}{1 \angle 0^{\circ}} = 1 \angle 0^{\circ}$, se obtiene finalmente

$$V_1 = 1,06 [^{\circ}/1] = 110 \cdot 1.06 = 117 [KV] \text{ entre fases.}$$



Fig.3.78 Circuito equivalente en $[^{\circ}/1]$.

3.6 Transformadores Especiales

Existe una gran diversidad de transformadores para aplicaciones especiales, como son los transformadores de medida, autotransformadores, transformadores de 3 enrollados, etc., algunas de los cuales se analizarán en los párrafos siguientes.

3.6.1. Transformadores de medida.

Son transformadores destinados a obtener una muestra reducida y fiel de voltaje o corriente de un sistema de potencia, con el fin de utilizar en sus secundarios instrumentos convencionales:

i) Transformadores de voltaje o de potencial (T/P)

Sirven para tomar una muestra reducida de voltaje desde un sistema de alta tensión, como muestra la Fig. 3.79 en un cierto equivalente referido al primario. Se pueden usar así voltímetros convencionales y además éstos quedan eléctricamente aislados del sistema.

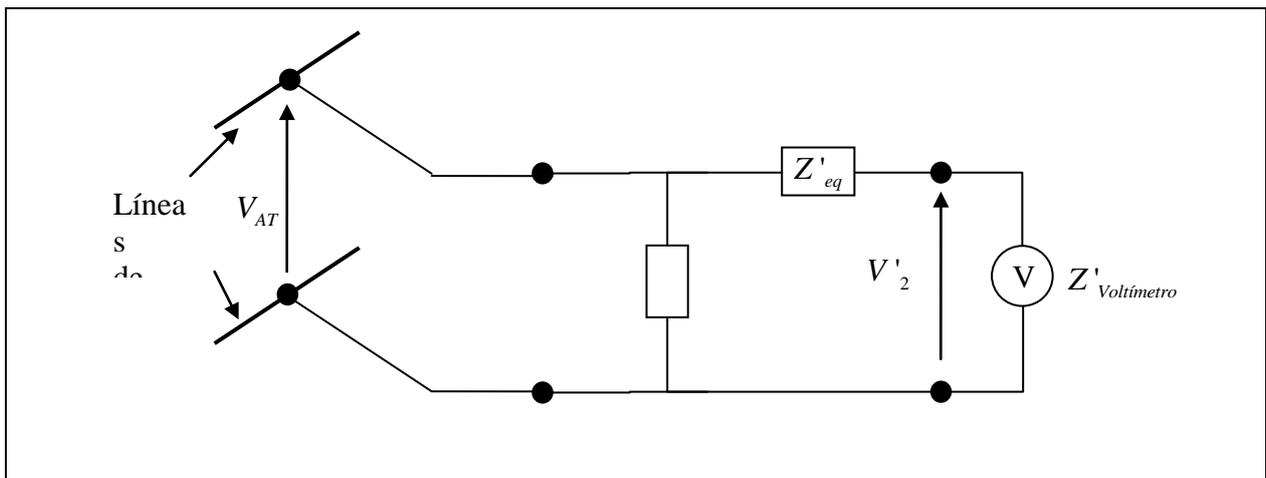


Fig. 3.79. Transformador de potencia, referido al primario.

Si el T/P fuera ideal, se tendría que $V_2 \cong V_{AT}$ de manera que el voltaje leído en el instrumento multiplicado por la razón de transformación del T/P, sería el voltaje de AT:

$$V_{AT} \cong \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \cdot V_{voltmetro} \quad (3.172)$$

En la práctica se utiliza esta fórmula, en el supuesto que el T/P se aproxima a un transformador ideal en lo que a voltaje se refiere. Para ello, el diseño del T/P debe ser tal que $Z'_{eq} \approx 0$; es decir los conductores deben estar muy sobredimensionados en sección ($r'_{eq} \approx 0$) y las fugas de flujo deben ser mínimas ($X'_{eq} \approx 0$). En todo caso, de todas formas nunca se logra

$Z_{eq}' \approx 0$, y la ec.(1.171) involucra errores de módulo y ángulo en la estimación de V_{AT} . Estos errores máximos están normalizados y se incluyen como dato en la placa del T/P a través de la denominada "clase de precisión". Por ej. Un T/P de razón 100:1, cuando mide 100 [V] en el voltímetro significaran voltaje de 10 [KV] en AT. Y si el error de módulo es 0.1%, el voltaje en AT será 10000 ± 10 [V]. También están normalizados los voltajes secundarios entre 100 y 200 [V] usualmente.

ii) Transformadores de corriente (T/C)

Sirven para tomar una muestra reducida de corriente desde un sistema de alta corriente, como muestra reducida de corriente desde un sistema de alta corriente, como muestra la Fig. 3.80. Así se puede utilizar un amperímetro convencional, que queda eléctricamente aislado del sistema. El primario del T/C debe conectarse obviamente en serie con la línea de alta corriente a medir I_L . Si el T/C fuera ideal, $I_L \approx I_2'$, y por lo tanto la alta corriente de línea se calcularía a partir de la lectura del amperímetro como:

$$I_L \cong \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \cdot I_{Amperimetro} \quad (3.173)$$

Donde $\left(\frac{I_1}{I_2} \right)$ es la razón de transformación de corrientes del T/C (usualmente en los T/C se da

esta razón, es decir $\left(\frac{N_2}{N_1} \right)$, en lugar de $\left(\frac{N_1}{N_2} \right)$)

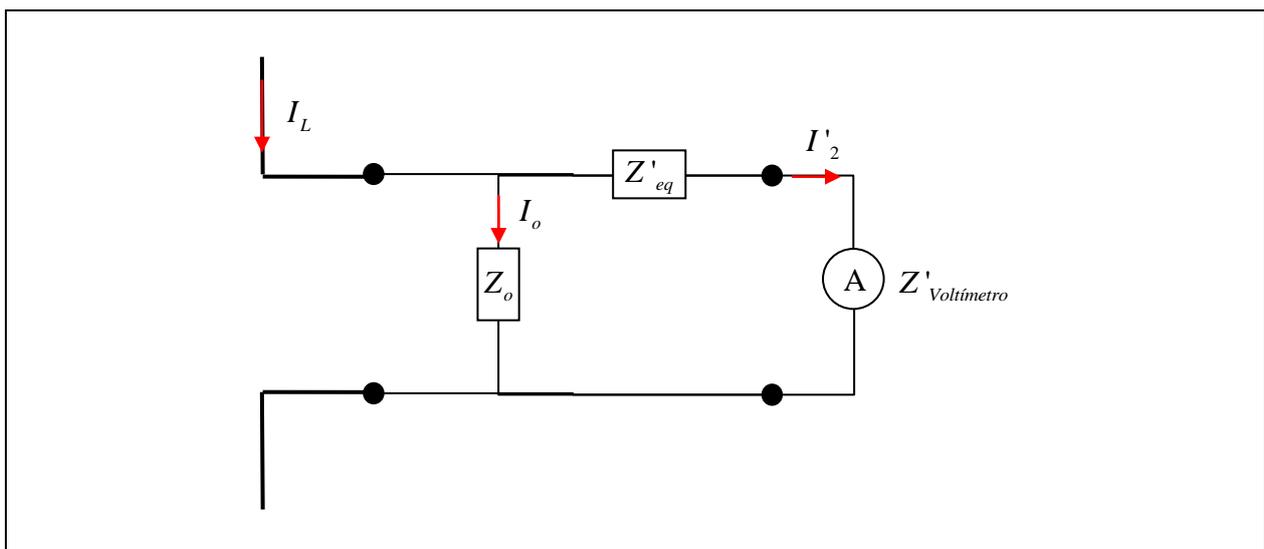


Fig.3.80. Transformador de corriente referido al primario

Para que la aproximación sea válida, es necesario que la impedancia de magnetización Z_o del T/C sea de valor muy elevado de modo que $I_o \approx 0$. Y como

$Z_o \approx X_m = 2\pi fN^2\mu\left(\frac{A_N}{l}\right)$, significa que el diseño del núcleo del T/C debe hacerse con una sección transversal A_N muy elevada; es decir densidad de flujo muy baja (< 0.3 [WL/m²]). Cabe indicar que como en estas condiciones la reluctancia del fierro es muy pequeña, se hacen significativas las reluctancias de los entrehierros en las juntas de las chapas del núcleo (Fig. 3.81(a)); por ello en los T/C suele usarse una laminación o fleje continuo, enrollado sobre si mismo para formar un núcleo toroidal sin entrehierros (Fig. 3.81(b)).

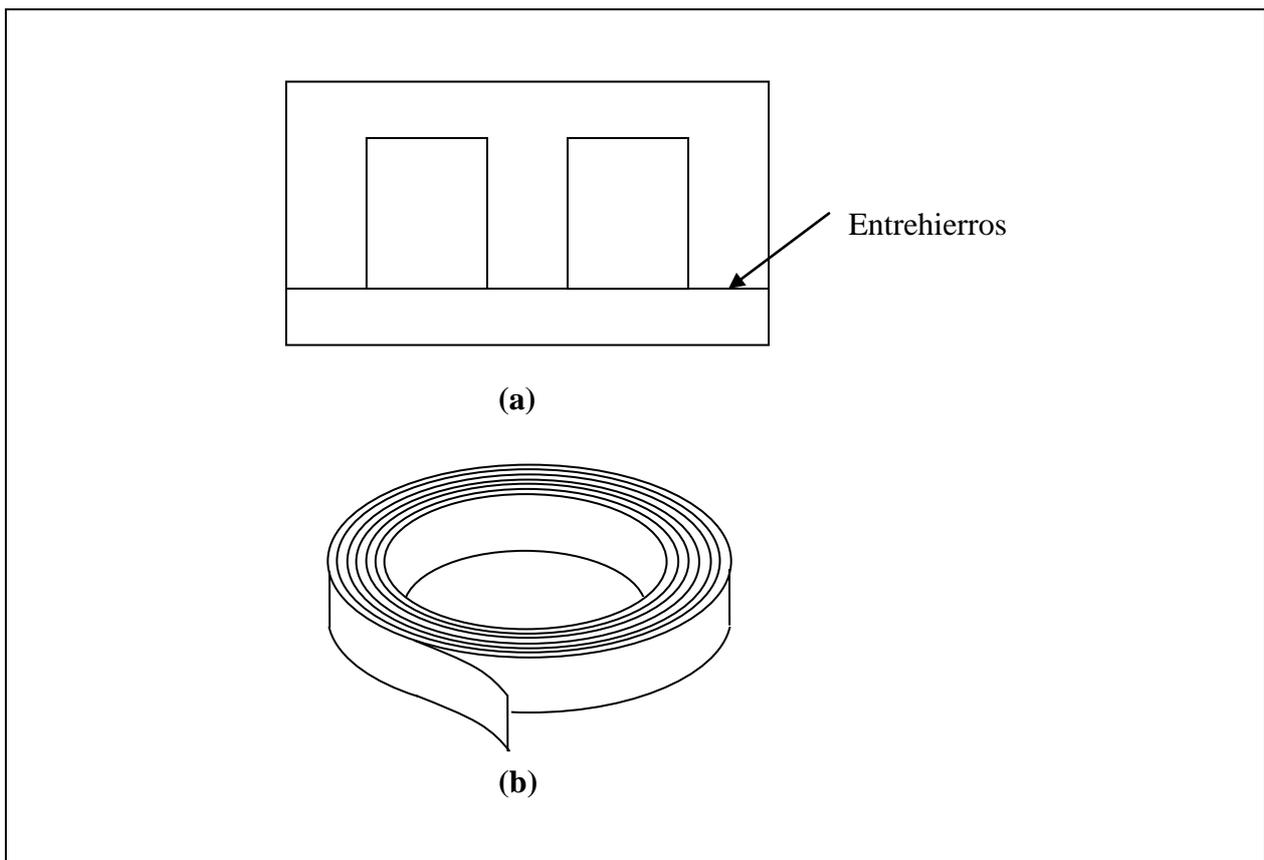


Fig.3.81. Núcleos con y sin entrehierros.

Al igual que en los T/P, están normalizados los errores de módulo y ángulo que se cometen al evaluar I_L con (3.173), lo cual se indica mediante la “clase de precisión” en la placa del T/C.

El error de ángulo es importante en los T/P y T/C, pues muchas veces se utilizan ambos simultáneamente para alimentar un wattmetro y medir la potencia del sistema, debiendo cometerse así un mínimo error en el desfase δ entre voltaje y corriente.

El enrollado primario de los T/C es en general de muy pocas vueltas, siendo muchas veces suficiente sólo 1 vuelta, que en la práctica es el mismo conductor de la línea cuya corriente se va a medir que se hace pasar por el interior del núcleo. Esto permite utilizar los T/C “tipo tenaza” que evitan tener que abrir la línea a medir (no obstante introducen un entrehierro en el núcleo, y por ende un mayor error), como se aprecia en la Fig. 3.82

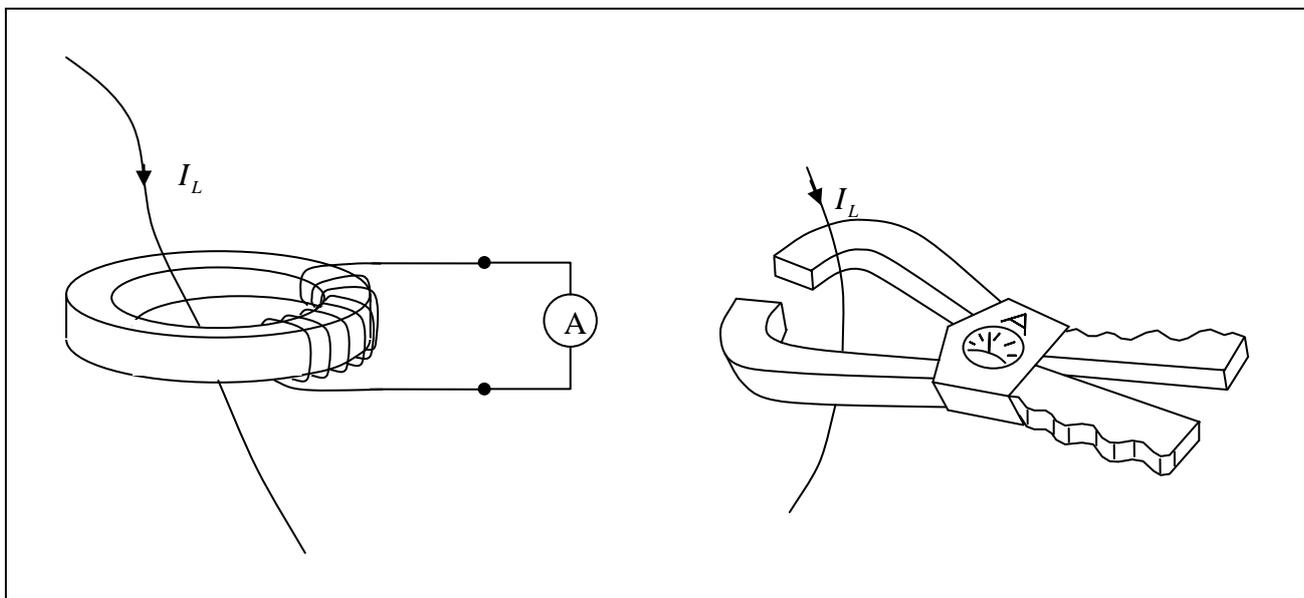


Fig.3.82. T/C con una vuelta primaria.

Los T/C tienen una corriente normalizada secundaria de 5 [A]. Así, un T/C de razón 50:1 (razón de corrientes) podrá utilizarse para medir hasta 250 [A] de línea.

Por otra parte, cabe indicar que muchas veces los T/C se utilizan para sistemas de protección, de manera que en el secundario se debe reflejar cualquier elevación excesiva de corrientes de línea, y operar así los sistemas de apertura de los interruptores de potencia. Para cumplir este objetivo, el diseño de estos T/C debe ser tal que la precisión se mantenga (es decir que el T/C no se sature) hasta niveles muy por encima de la corriente nominal. No así en los t/C para medidas, en que conviene que el T/C se sature cuando la corriente primaria es excesiva, para que esto no se refleje en el secundario, protegiéndose así el amperímetro.

Finalmente es importante notar que debe tomarse la siguiente **precaución** en los T/C: si el primario está energizado, el secundario debe cerrarse ya sea a través del amperímetro o bien en cortocircuito. Esto es porque, como el T/C es un reductor de corriente, también es un **elevador de tensión**; de manera que en circuito abierto la caída de tensión en Z_o , que puede ser elevada ya que Z_o es muy alto, se ve amplificada en el secundario, pudiendo llegar fácilmente a voltajes en vacío del orden de los [KV]

3.6.2 Autotransformadores

Un autotransformador es un transformador en el cual sus enrollados se conectan en serie para tener la posibilidad de una tensión más elevada. La conexión eléctrica de los 2 enrollados restringe su amplificación al caso en que dos enrollados del transformador original tengan niveles de voltaje similares para evitar problemas de aislación. La Fig. 3.83 muestra el transformador original de enrollados separados y el autotransformador que se puede formar con éste. Considerando transformador ideal, se tiene que los enrollados poseen como valores nominales.

- Enrollado de N_1 vueltas: voltaje V_1 , corriente I_1
- Enrollado de N_2 vueltas: voltaje V_2 , corriente I_2

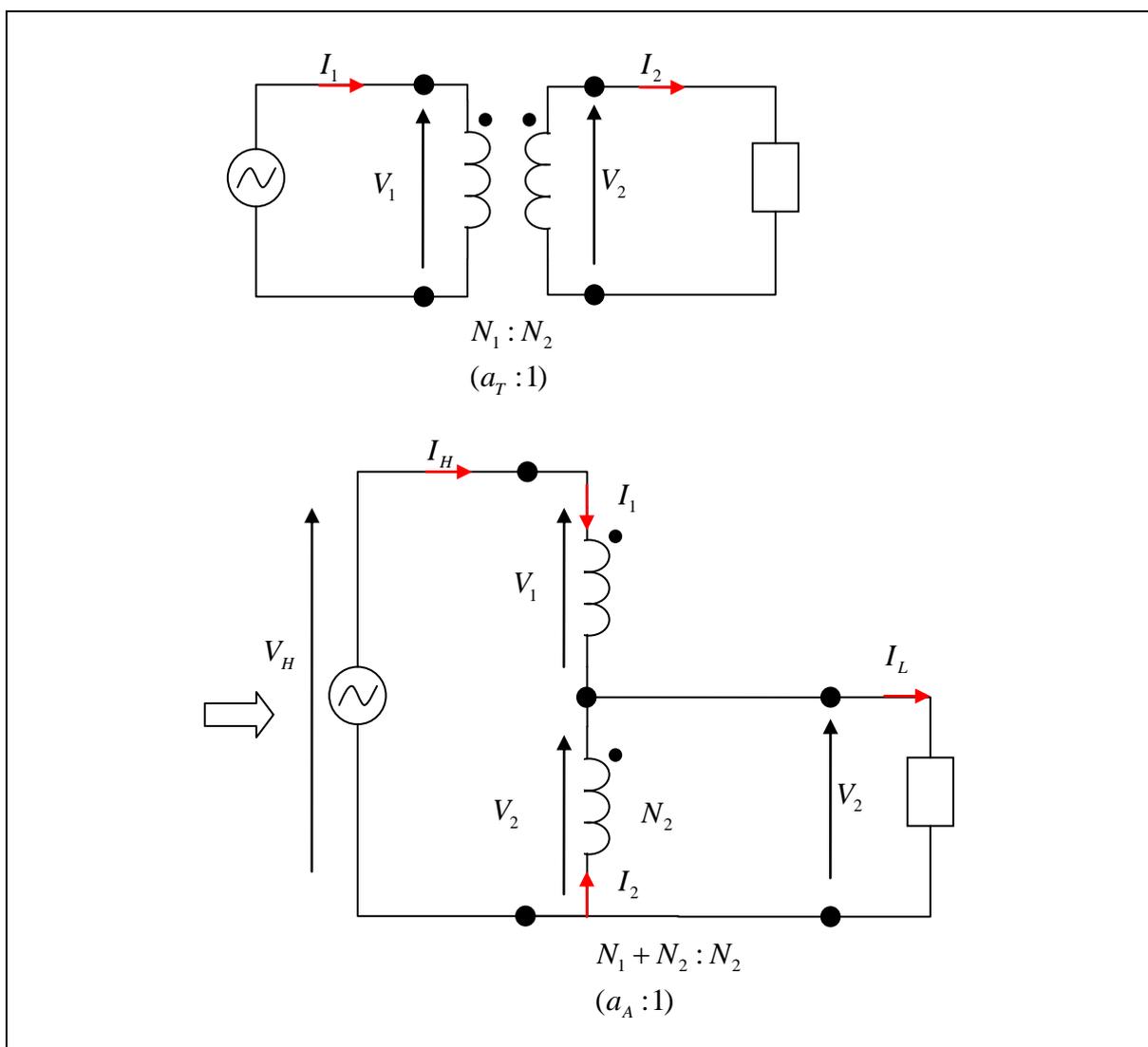


Fig.3.83. Conexión como autotransformador.

Estos valores no pueden separarse al conectarse como autotransformador, de modo que el voltaje de alta tensión máximo que puede aplicarse es

$$V_H = V_1 + V_2 \quad (3.174)$$

(notar que puede tomarse la suma algebraica, pues V_1 y V_2 están en fase al considerar transformador ideal)

En baja tensión:

$$V_L = V_2 \quad (3.175)$$

Además, la corriente en el lado de AT no puede superar el valor nominal del enrollado de N_1 vueltas pues

$$I_H = I_1 \quad (3.176)$$

de modo que la corriente en BT será:

$$I_L = I_1 + I_2 \quad (3.177)$$

La razón de transformación del autotransformador es:

$$a_A = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = a_T + 1 \quad (3.178)$$

Donde $a_T = N_1:N_2$ es la del transformador original.

Se comprueba que se cumple $V_H/V_L = a_1$, $I_H/I_L = 1/a_A$, con lo cual, desde los terminales el autotransformador se puede considerar un “transformador convencional equivalente” de razón a_A .

La potencia transferida por el autotransformador es

$$S_A = V_L I_L^* = V_2 (I_1 + I_2)^* = V_2 I_2^* \left(\frac{1}{a_T} + 1 \right)$$

Y como $V_2 I_2^*$ es la potencia transferida por el transformador original (S_T), se tiene:

$$S_A = S_T \left(1 + \frac{1}{a_T} \right) \quad (3.179)$$

es decir $S_A > S_T$ gracias a que ambos enrollados están conectados a la fuente. Se puede decir también que el autotransformador transfiere parte de la potencia en forma inductiva ($S_T = V_2 I_2$) y parte en forma conductiva $\left(S_T / a_T = V_2 I_2 / a_T = V_2 I_1 \right)$.

Cabe indicar que el autotransformador puede ser elevador o reductor de voltajes, y cualquiera de los enrollados puede hacer de enrollado común.

Si en lugar de transformador ideal se considera la impedancia equivalente de éste, Z_{eq} , conviene tenerla referida al lado no común (Z'_{eq} en el caso de la Fig. 3.83). Así, en el circuito equivalente del autotransformador quedará en serie en el lado de alta tensión (H). Si se desea tener en el lado de baja tensión (L), bastara dividirla por el cuadrado de la razón del autotransformador, a_A^2 (ver Fig. 3.84).

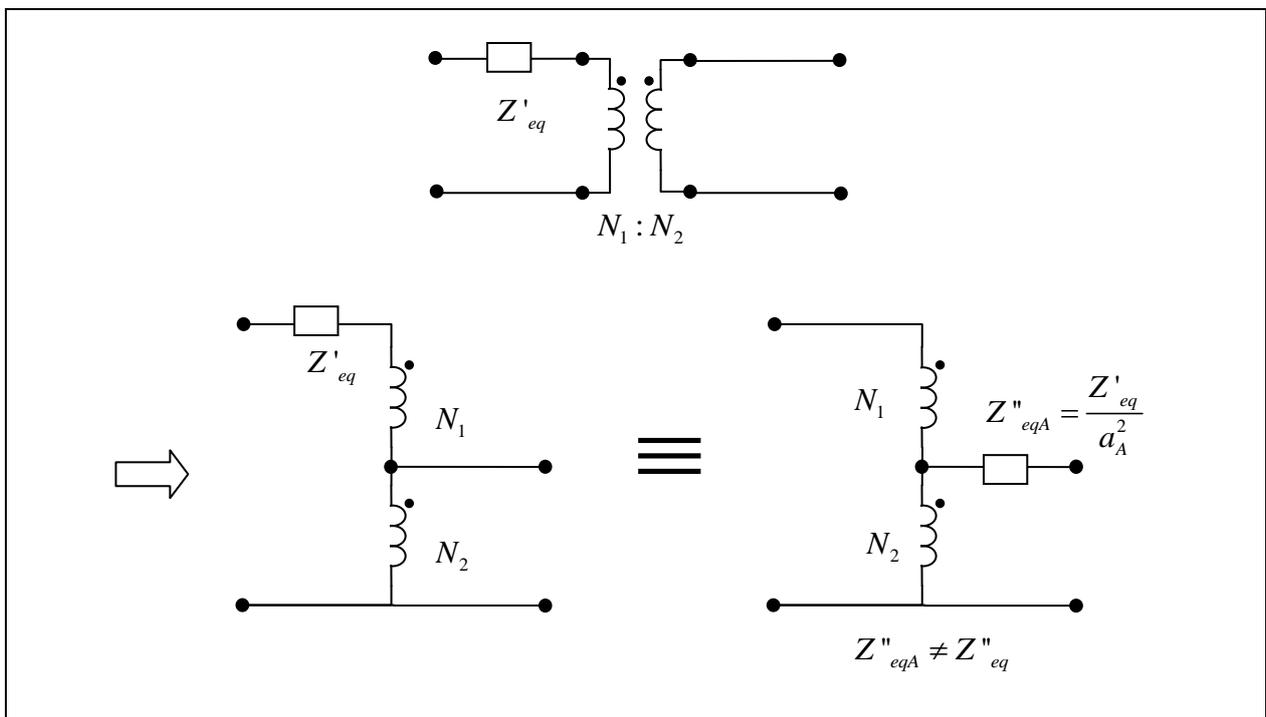


Fig.3.84. Autotransformador con impedancia.

Así, si hay una carga Z_c en BT del autotransformador, el circuito equivalente referido a AT será el de la Fig. 3.85.

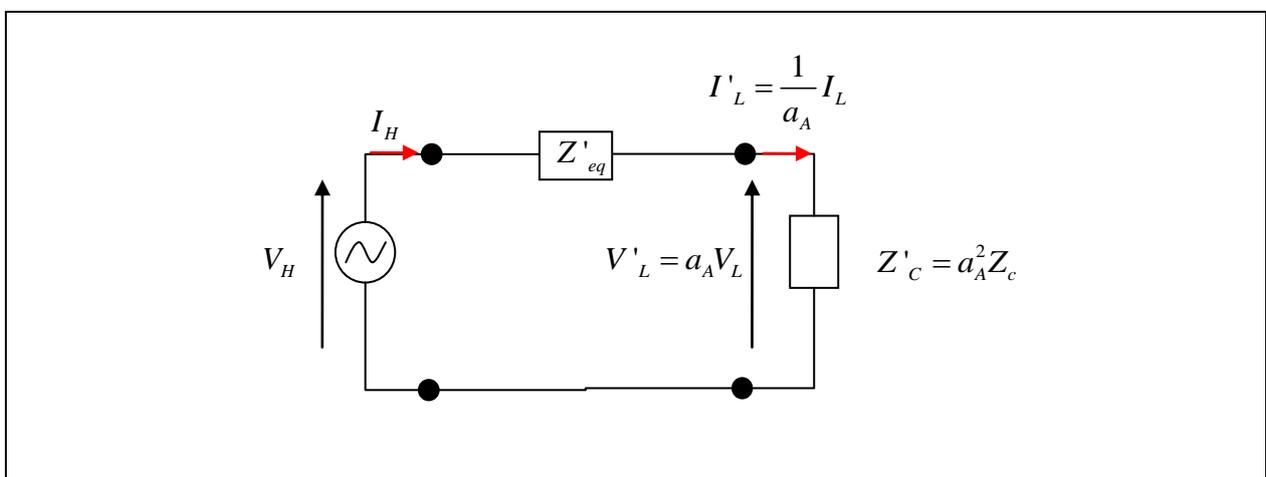


Fig.3.85. Circuito equivalente referido a AT.

En general a partir de un transformador V_1/V_2 se podrán lograr autotransformadores de $(V_1+V_2)/V_2$, $(V_1+V_2)/V_1$, $V_2/(V_1+V_2)$ o $V_1/(V_1+V_2)$.

Las ventajas del autotransformador frente a un transformador de enrollados separados de iguales voltajes en AT y BT, son principalmente de costo, lo cual se puede encontrar al analizar los diseños de ambas alternativas. Y las desventajas radican en no tener aislados eléctricamente primarios y secundarios, y poseer corrientes de cortocircuito más elevadas.

Un caso particular de autotransformador lo constituye el autotransformador de razón variable (“Variac”) que posee un cursor de posición regulable para extraer V_2 de modo de poder variar, teóricamente a_A , entre 1 ($N_1=0$) e infinito ($N_2=0$). En el caso trifásico, también se usan autotransformadores para la conexión Y.

3.6.3. Transformadores para circuitos de audio.

Son transformadores pequeños, que deben diseñarse de modo de responder adecuadamente en un rango amplio de frecuencias, puede ser circuitos de audio, las señales de voltaje varían sus frecuencia entre algunos ciclos y decenas de kilociclos. En estos circuitos electrónicos los transformadores se usan para elevar tensiones, para aumentar la ganancia de amplificadores y principalmente como transformador de salida, para adaptar la impedancia de la carga ($Z = a^2 Z$) (ej. parlantes), de manera de conseguir una relación óptima entre la impedancia aparente de una carga y su alimentador; se usan además transformadores en circuitos electrónicos para bloquear la corriente continua.

El requisito que se debe cumplir en estos transformadores, en particular los de salida es que su relación $V_{salida}/V_{entrada}$ se mantenga constante en magnitud, y con un desfase cercano a 0 en determinado rango de frecuencias o “ancho de banda”.

Se analizará esto, en base a circuito equivalente considerando 3 niveles de frecuencia:

i) Frecuencias intermedias (100 [Hz] a 1 [KHz])

En este rango de frecuencias, generalmente podrán despreciarse las reactancias X_1, X_2 ($X = 2\pi fL$) frente a las resistencias de los enrollados (ocurre con transformadores pequeños generalmente) r_1 y r_2 . Además, X_{in} suele ser lo suficientemente elevado como para despreciar I_0 . Así, el circuito equivalente referido al

primario (si se hace un equivalente Thevenin E_G , r_G para el resto del amplificador) es el de la Fig. 3.86, donde se incluye la impedancia de carga, generalmente resistiva en estos casos.

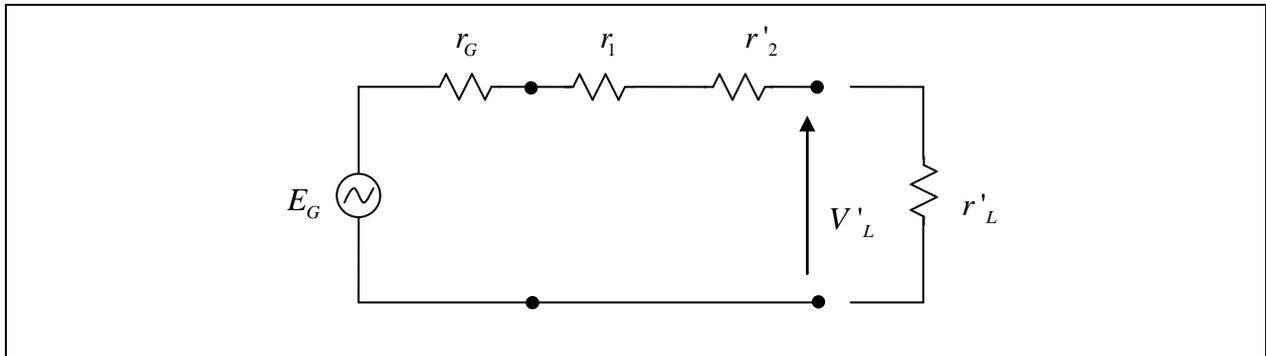


Fig.3.86. Circuito equivalente para frecuencias intermedias.

$$\frac{V_L}{E_G} = \frac{\left(\frac{N_2}{N_1}\right) \cdot V'_L}{E_g} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) \cdot \frac{r'_L}{R_{se}} \quad (3.180)$$

Donde

$$R_{se} = r_G + r_1 + r'_2 + r'_L \quad (3.181)$$

La razón de voltajes es constantes y el desfase nulo para variaciones de frecuencia. O sea, la característica amplitud-frecuencia y el característica fase-frecuencia son ideales en estos niveles de frecuencia.

ii) Frecuencias altas o de audio (>1 [KHz])

Aquí X_1, X_2' son comparables a r_1, r_2' ; pero X_m es mayor, y con mayor razón podrá despreciarse I_0 . El circuito equivalente es el de la Fig. 3.87.

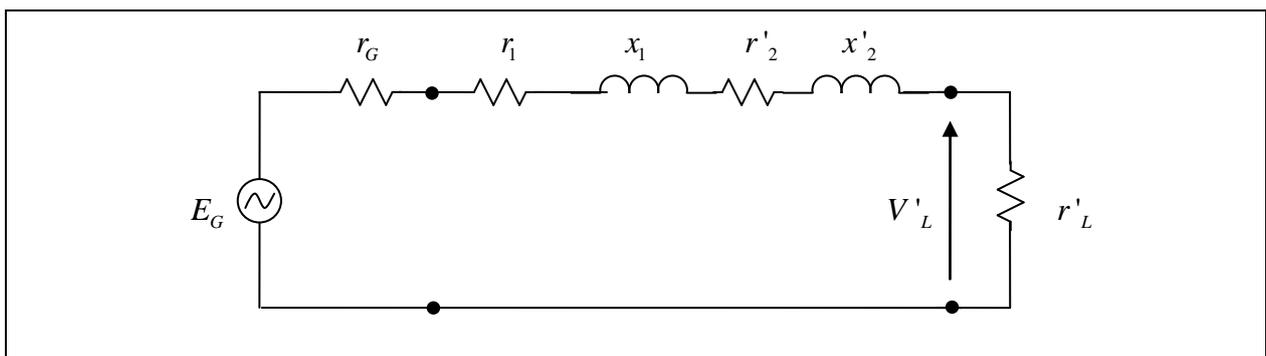


Fig.3.87. Circuito equivalente para frecuencias altas.

La característica de amplitud es:

$$\frac{V_L}{E_G} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right) \frac{r_L'}{\sqrt{R_{se}' + X_{eq}'^2}}, \quad X_{eq}' = X_1 + X_2'$$

$$\frac{V_L}{E_G} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right) \cdot \frac{r_L'}{R_{se}'} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi f L_{eq}'}{R_{se}'} \right)^2}} \quad (3.182)$$

O sea, disminuye al aumentar la frecuencia.

Y la característica fase-frecuencia es:

$$\Psi = V_L - E_G = \arctg \left(\frac{2\pi f L_{eq}'}{R_{se}'} \right) \quad (3.183)$$

o sea, V_L **retrasa** a E_G ; y el desfase aumenta con f.

iii) Frecuencias bajas o industriales (>100 [Hz])

X_1, X_2' pueden despreciarse. Pero debe considerarse X_m pues I_0 no será despreciable por ser X_m pequeño, el circuito equivalente es entonces el de la Fig. 3.88.

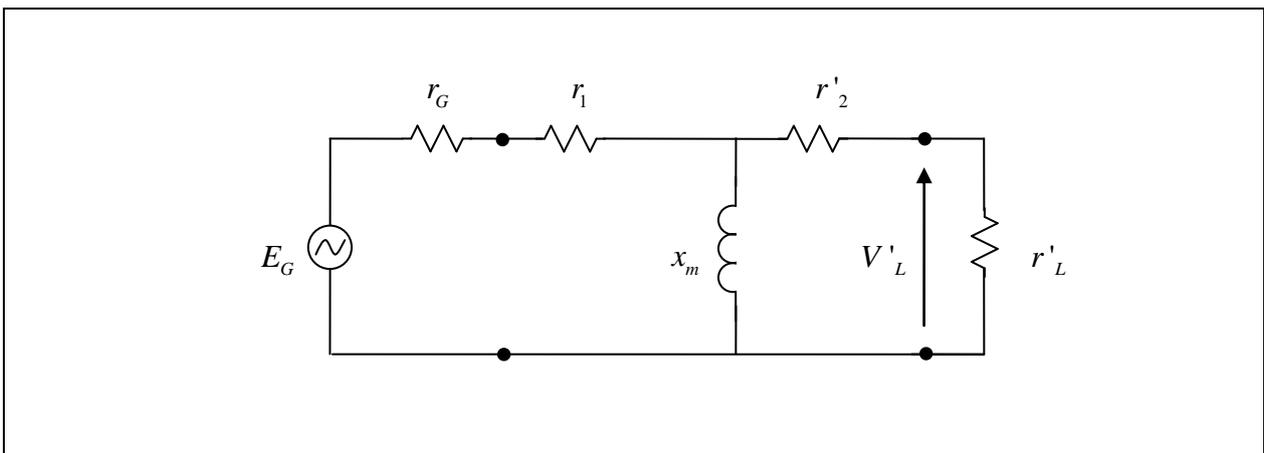


Fig.3.88. Circuito equivalente para frecuencias bajas.

La característica de amplitud-frecuencia es:

$$\frac{V_L}{E_G} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right) \cdot \frac{r_L}{R_{se}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_{par}}{2\pi f L_m} \right)^2}} \quad (3.184)$$

o sea, disminuye al disminuir la frecuencia.

Y la característica fase-frecuencia es:

$$\Psi = \text{arctg} \left(\frac{R_{par}}{2\pi f L_m} \right) \quad (3.185)$$

o sea, V_L **adelanta** a E_G ; y el desfase aumenta al disminuir f .

$$\text{En las relaciones anteriores, } R_{par} = \frac{(r_G + r_1) \cdot (r_2 + r_L)}{r_G + r_1 + r_2 + r_L}$$

Luego, las características amplitud-frecuencia y fase-frecuencia son las de la Fig. 3.89.

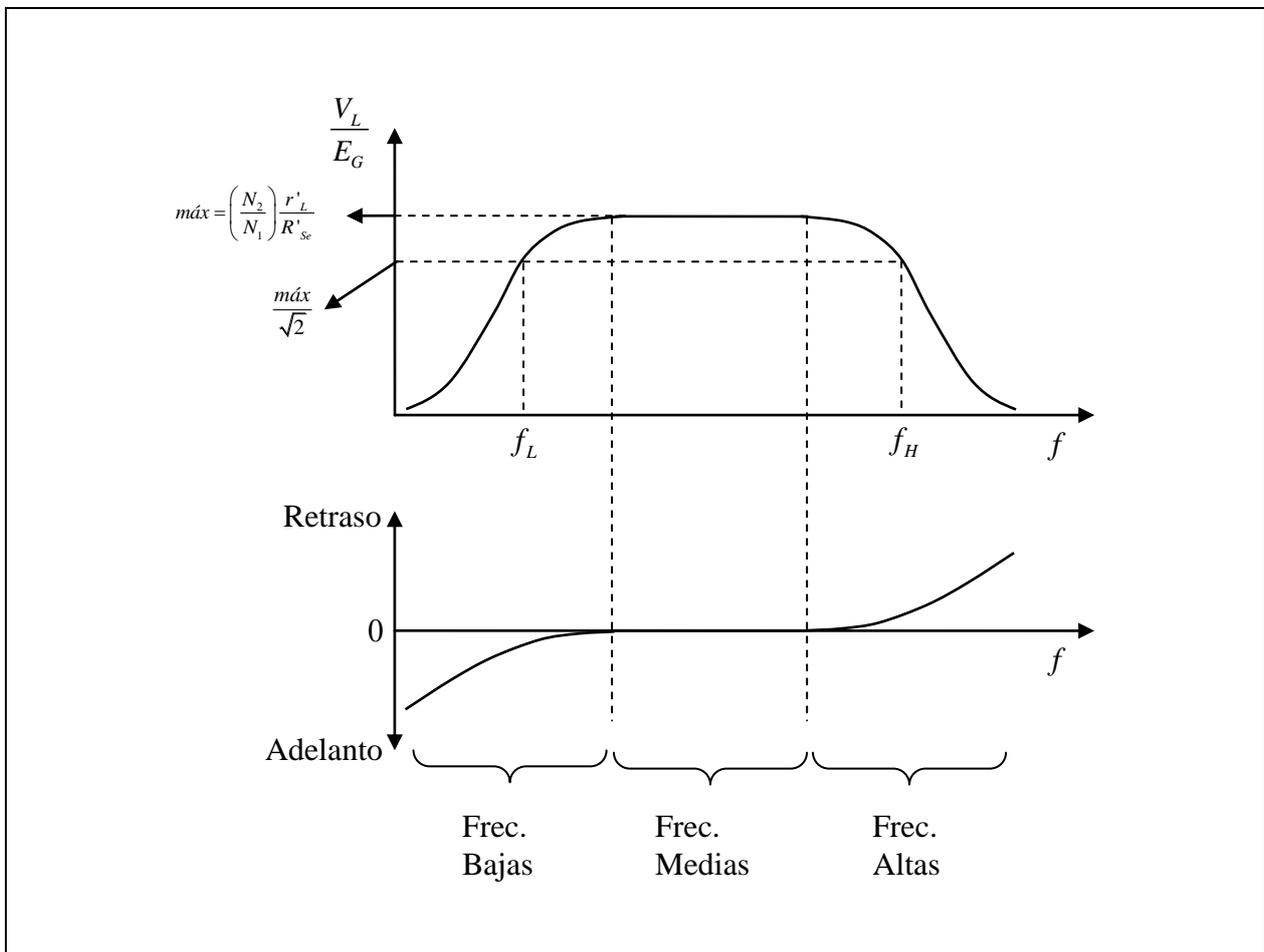


Fig.3.89. Características amplitud y fase v/s frecuencia.

Ancho de banda: es el rango de frecuencias tal que la razón V_L/E_G decae a $0,707(1/\sqrt{2})$

de su valor máximo, pudiéndose encontrar que:

$$f_H = \frac{R_{se}}{2\pi L_{eq}} ; f_L = \frac{R_{par}}{2\pi L_m} \quad (3.187)$$

Así, para lograr un ancho de banda lo mayor posible, en el diseño de estos transformadores conviene $L_m \gg L_{eq}$ (niveles de B muy bajos, y pocas fugas).

3.6.4 Transformadores de fuga.

Normalmente en el diseño de transformadores se trata de minimizar las fugas. Sin embargo, hay transformadores en los que deliberadamente se aumentan las fugas, de modo que la reactancia de fuga sirva para limitar la corriente. Un caso típico son las **soldadoras estáticas** de arco, que son simplemente un transformador monofásico de alta corriente secundaria como se ilustra en la Fig. 390, donde se incluye también el circuito equivalente.

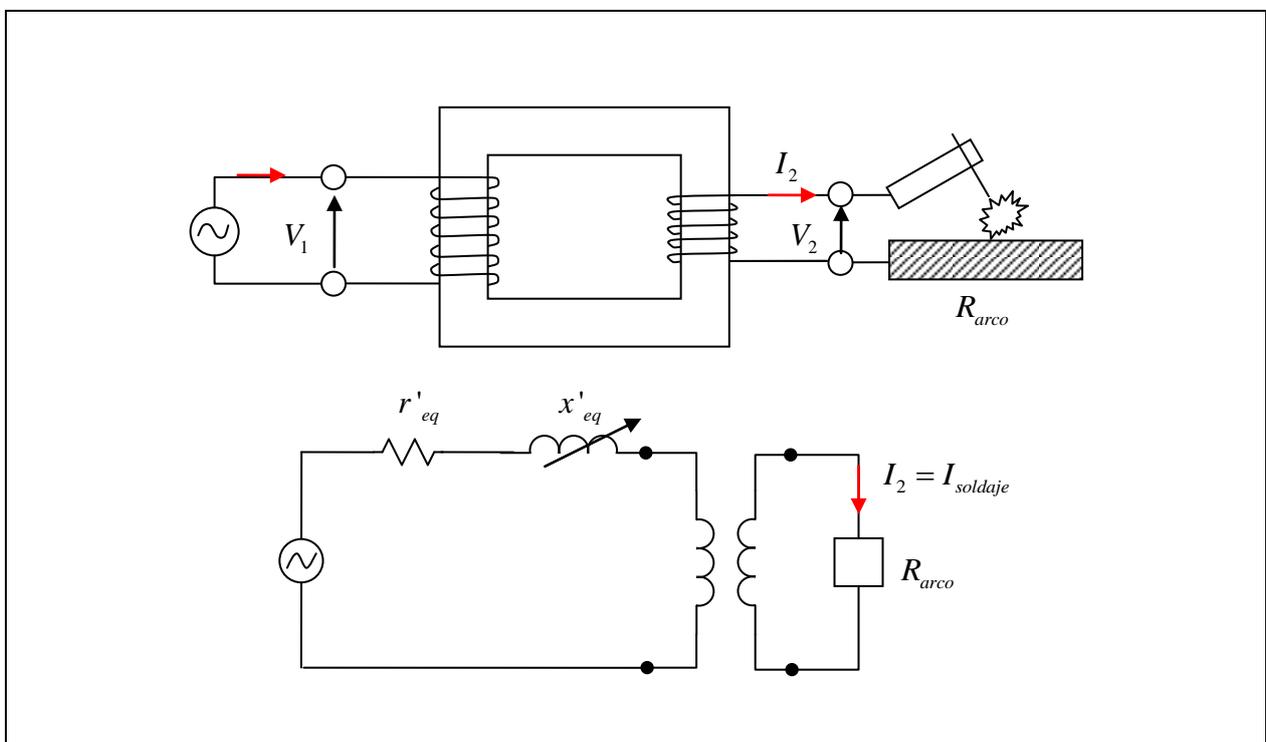


Fig.3.90. Soldadora estática.

Muchas veces el control de frecuencia se logra con reactancia de fuga variable, por ej: mediante un núcleo móvil como el de la Fig. 3.91.

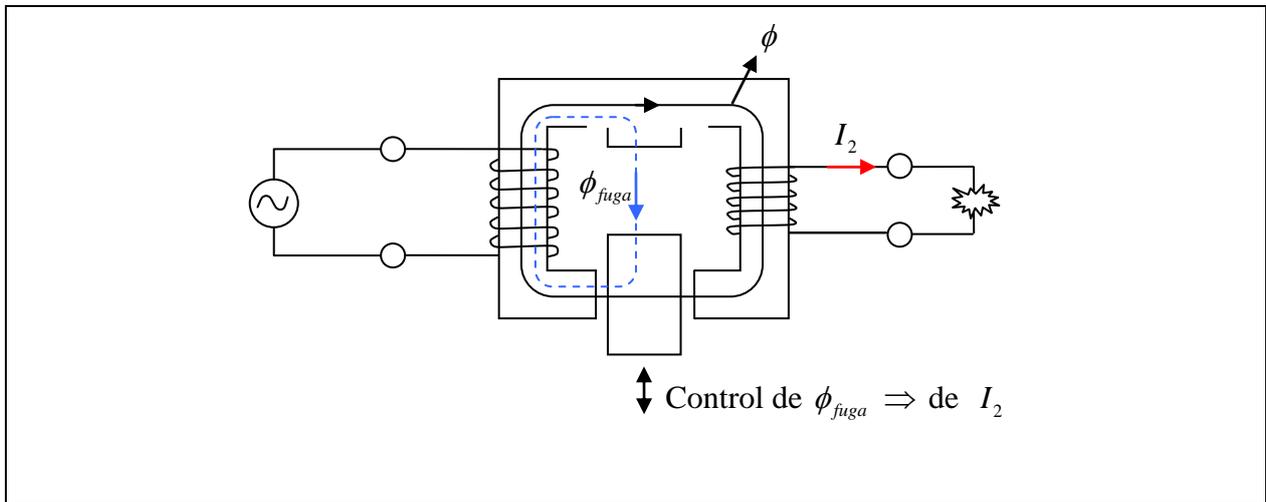


Fig.3.91. Soldadora de núcleo móvil.

3.6.5 Transformadores de Pulso.

Se usan en circuitos digitales donde los fines son amplificar señales, bloquear CC., adaptar impedancias, etc. Siendo aquí las señales de voltaje pulsos, de modo que el diseño debe estar orientado a que este tipo de señales se reproduzcan fielmente en el secundario. La Fig. 3.92, muestra el caso típico de un pulso de entrada y la repuesta en el secundario.

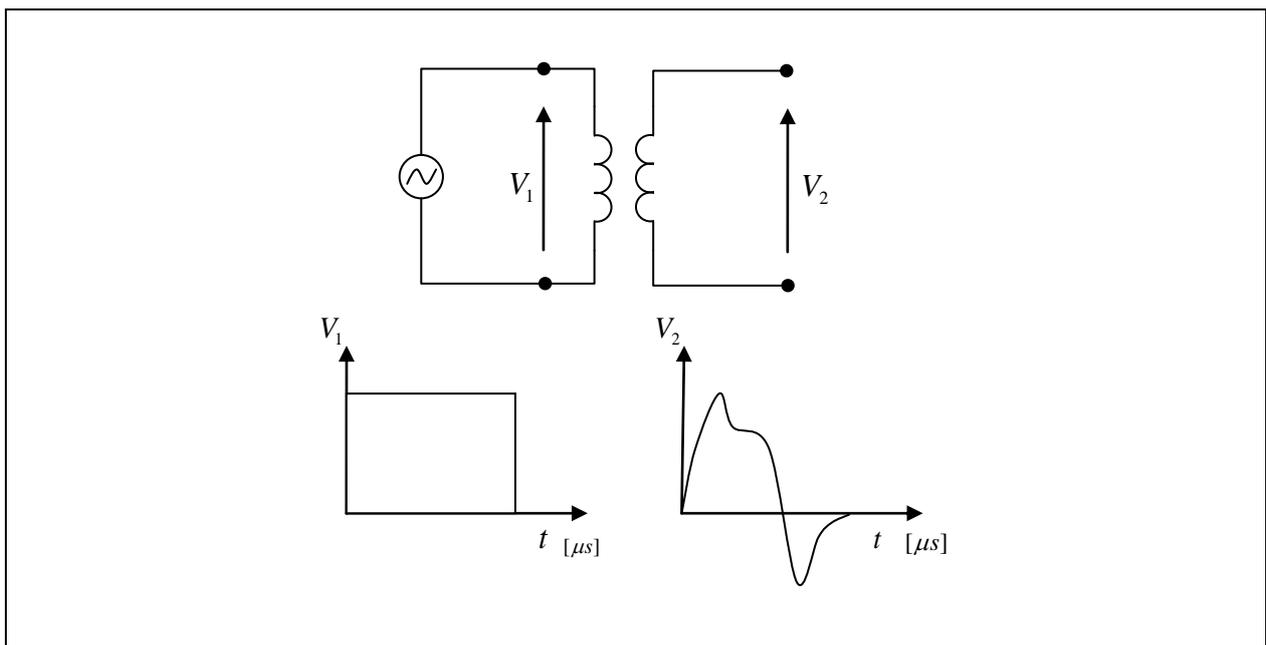


Fig.3.92. Transformador de pulso.

Para lograrlo deben tener reactancias de fuga pequeñas (son de pocas vueltas) y núcleos de μ elevados (ferritas o cintas enrolladas de aleaciones de alto μ como el “permalloy” o “hipersil”).

3.6.6 Transformadores de 3 enrollados.

En general un transformador monofásico puede tener más de un enrollado secundario, para obtener distintos niveles de tensión. En la Fig. 3.93 se ilustra por ejemplo un transformador con su primario, un secundario y un “terciario”, y el circuito equivalente que se logra, referido al primario.

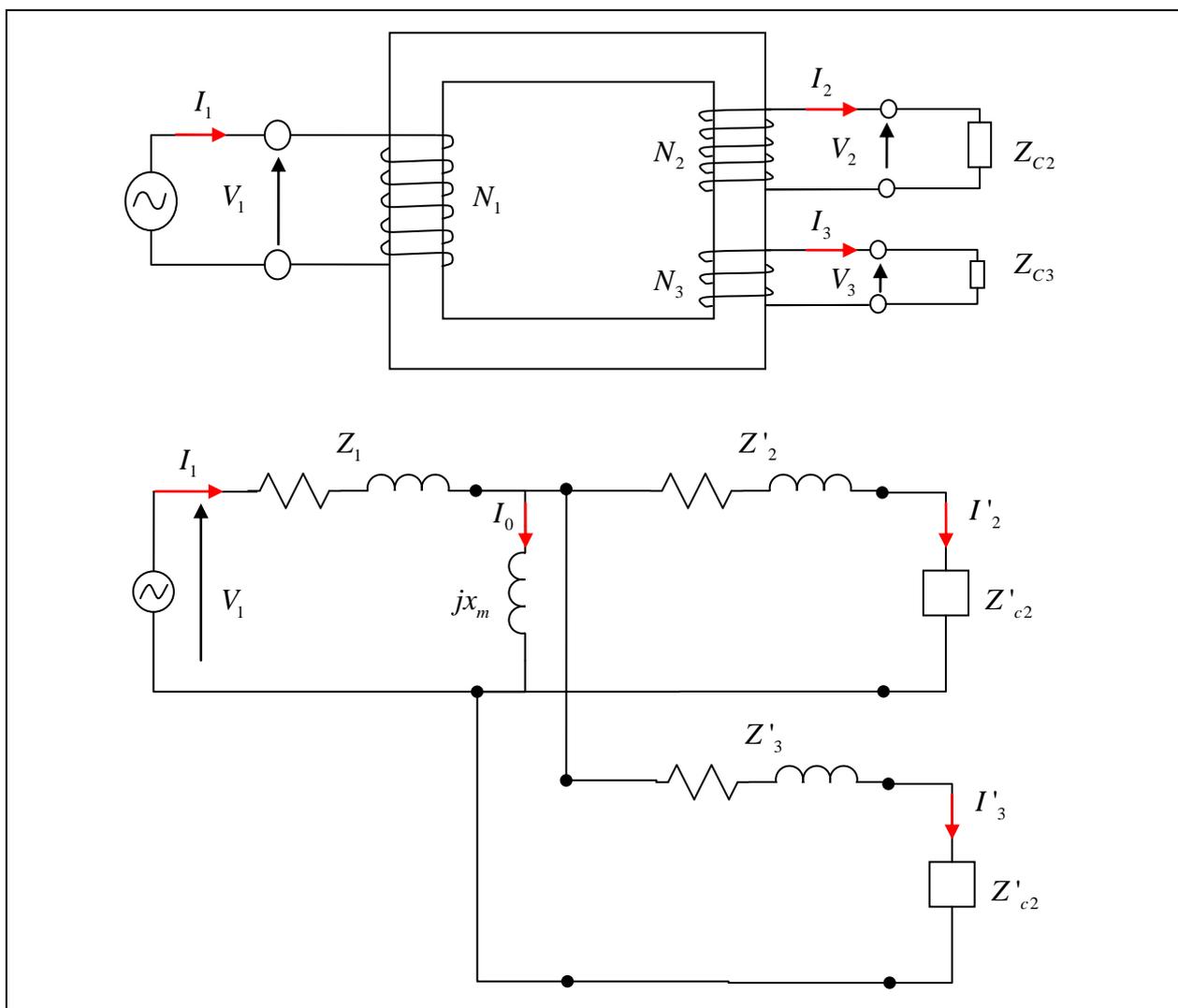


Fig.3.92. Transformador monofásico de 3 enrollados.

En transformadores trifásicos también se utilizan transformadores de 3 enrollados, en los siguientes casos más comunes:

- i) Subestaciones de AT que requieran un nivel de BT (logrado con el terciario) para sus propios consumos.
- ii) Empleo de terciarios en Δ para proporcionar un camino de circulación a las 3^a armónicas de corriente (por ejemplo si primario y secundario están en Y sin neutro) y evitar así una distorsión del voltaje. El terciario en Δ es útil también en estos casos para evitar que cargas desequilibradas tengan influencia importante en el transformador (Δ “estabilizadora”).
- iii) Transformadores hexafásicos, utilizando secundarios y terciarios idénticos, en Y, pero con polaridad invertida (Fig. 3.93). En este caso, los 6 terminales de carga, (secundarios y terciarios) entregan voltajes de igual magnitud, y desfasados en 60° (sistema hexafásico equilibrado).

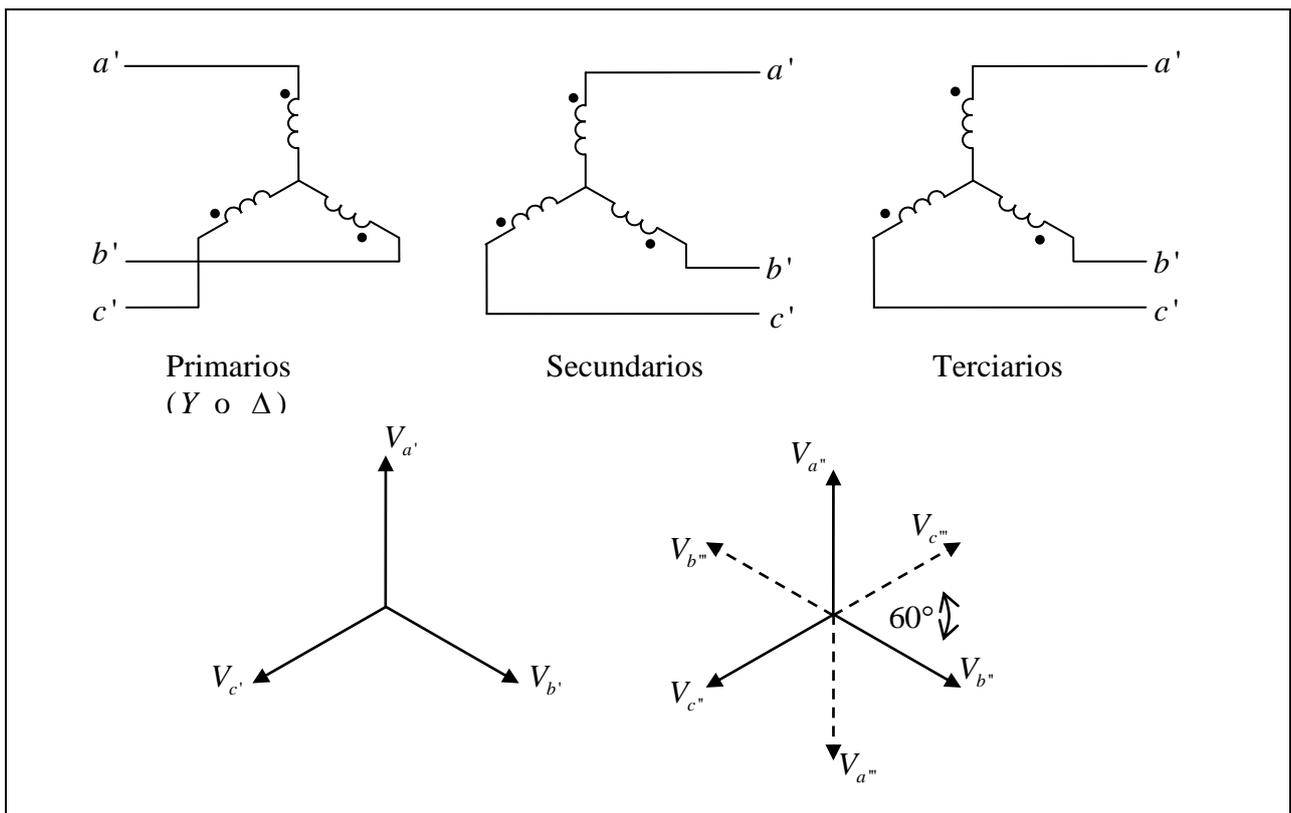


Fig.3.94. Transformador hexafásico.

Una aplicación de los transformadores hexafásicos es en rectificadores de potencia, como se verá luego. Los transformadores de 3 enrollados se designan normalizadamente indicando el desfase del secundario con respecto al primario y del terciario con respecto al primario. Así por ejemplo el transformador de la Fig. 3.94 es un Yy0y6.

3.6.7 Transformadores para rectificadores de potencia

El desarrollo tecnológico de la electrónica de potencia permite disponer hoy día de dispositivos semiconductores para aplicaciones industriales, que soportan altos voltajes y altas frecuencias. En particular, en el caso de rectificadores, existen diodos de potencia aptos para los requerimientos de estas aplicaciones.

Dentro de los rectificadores de potencia los rectificadores trifásicos son los más utilizados por las buenas características que se logran en la onda rectificada. De acuerdo a la forma de dicha onda, se distinguen rectificadores de 3 pulsos y rectificadores de 6 pulsos por ciclo.