CI51J

CI51J
HIDRAULICA DE AGUAS SUBTERRANEAS Y SU APROVECHAMIENTO

TEMA 8
TRANSPORTE DE CONTAMINANTES EN AGUAS SUBTERRANEAS
EJERCICIOS

OTOÑO 2010

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL

CI51J

EJEMPLO#1

Considere un sistema acuífero, en el cual el transporte de un contaminante conservativo puede ser modelado a través de la Ecuación de Advección Dispersión en 1D. La solución completa es la siguiente:

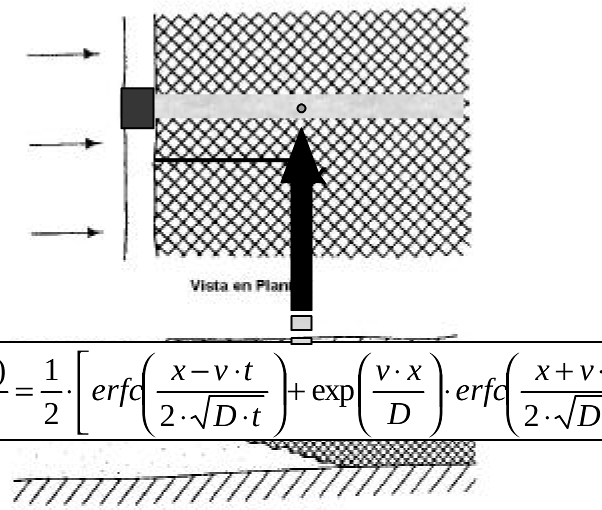
$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2}\cdot\left[erfc\left(\frac{x - v\cdot t}{2\cdot\sqrt{D\cdot t}}\right) + \exp\left(\frac{v\cdot x}{D}\right)\cdot erfc\left(\frac{x + v\cdot t}{2\cdot\sqrt{D\cdot t}}\right)\right]$$

Asuma que v = 1 m/día, α_L = 10 m y $D^*=10^{-4}$ m^2/día.

- Calcule C/C_0 para x = 50 m, en los tiempos t = 1, 2 y 6 meses.
- Calcule C/C_0 luego de 2 meses, en x = 30, 60 y 90 m.

CI51J

CONTAMINACION DE ACUIFERO

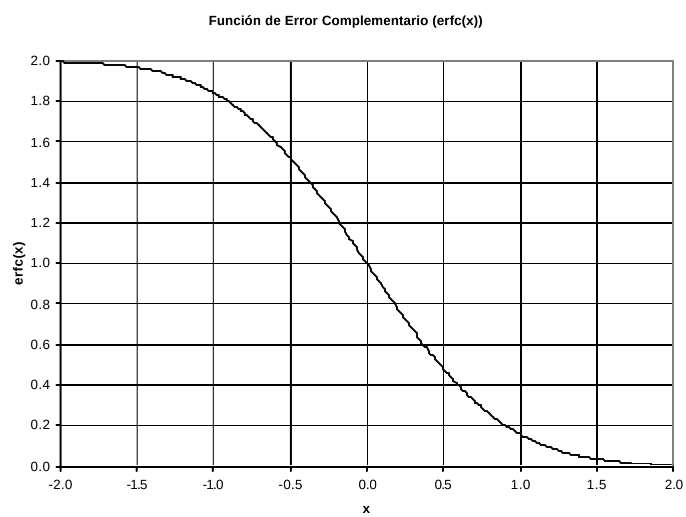


$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \cdot \left[erfc\left(\frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}} \right) + \exp\left(\frac{v \cdot x}{D} \right) \cdot erfc\left(\frac{x + v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}} \right) \right]$$

CI51J

Función de Error: ferc(x) o erfc(x)

$$erfc(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{p}} \cdot \int_0^x e^{-t^2}\, dt$$



CI51J

Asuma que v = 1 m/día, α_L = 10 m y $D^*=10^{-4}$ m^2/día.

$\boxed{D = D^* + a_L \cdot v}$ $\boxed{D = 0.0001 + 10 \cdot 1\ m^2/día}$ $\boxed{D = 10.0001\ m^2/día}$

Supongamos t = 1 mes y x = 50 m.

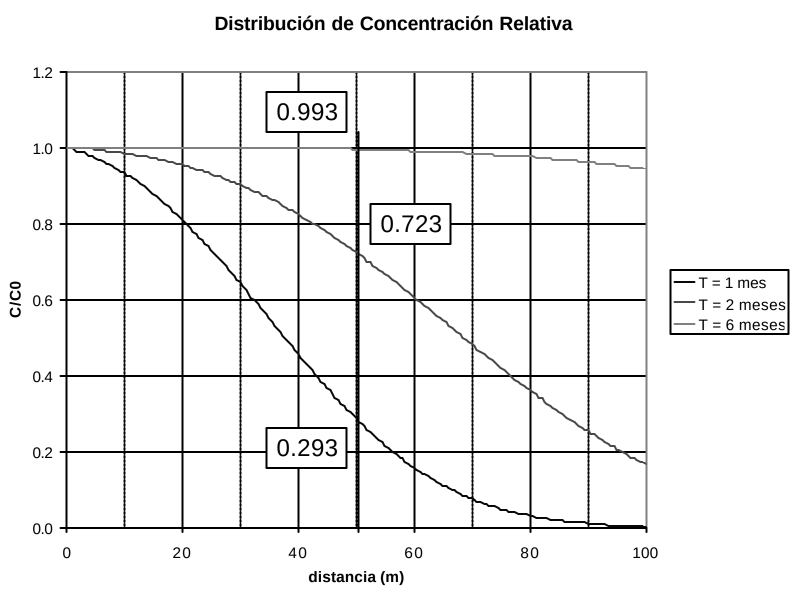
$$\boxed{\frac{x - v\cdot t}{2\cdot\sqrt{D\cdot t}} = \frac{50 - 1\cdot 30}{2\cdot\sqrt{10.0001\cdot 30}} = 0.577}\quad \boxed{\frac{x + v\cdot t}{2\cdot\sqrt{D\cdot t}} = \frac{50 + 1\cdot 30}{2\cdot\sqrt{10.0001\cdot 30}} = 2.309}$$

$$\boxed{\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2}\cdot\left[erfc(0.577) + \exp\left(\frac{1\cdot 50}{10.0001}\right)\cdot erfc(2.309)\right]}$$

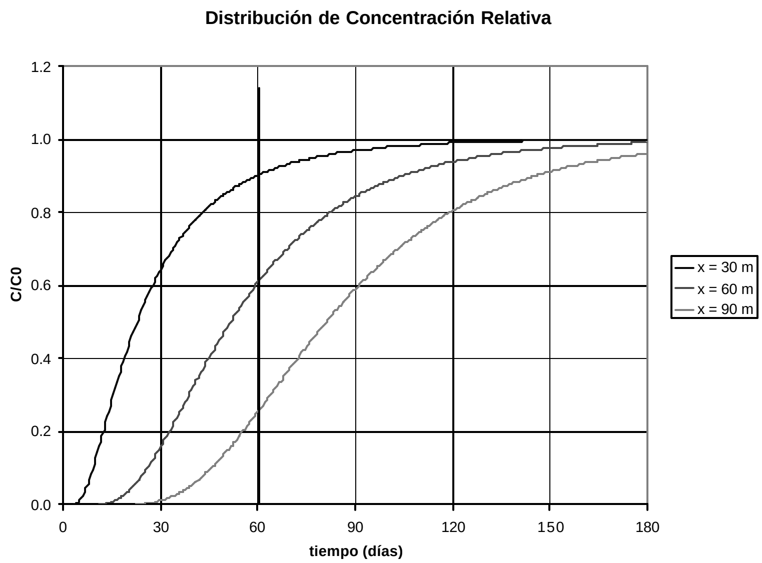
$$\boxed{\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2}\cdot\left[0.416 + \exp(5)\cdot 0.001143\right]}$$

$$\boxed{\frac{C}{C_0} = 0.293}$$

CI51J



CI51J



CI51J

EJEMPLO#2

Una especie conservativa es enviada a través de una columna de 30 cm a una velocidad de 0.01 cm/s. Valores de C/C_0 iguales a 0.42 y 0.573 son observados a 46.6 y 53.3 minutos, respectivamente, después que la prueba se iniciara. ¿Cuál es la dispersividad longitudinal, α_L, de este medio poroso? Utilice:

$$\boxed{\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \cdot erfc\left(\frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}} \right)}$$

CI51J

Usando la primera concentración:

$$\frac{C}{C_0} = 0.42 = \frac{1}{2} \cdot erfc\left(\frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right) = \frac{1}{2} \cdot erfc(b)$$

$$erfc(b) = 0.84$$

$$b \approx 0.14 = \frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}} = \frac{30 - 0.01 \cdot 46.6 \cdot 60}{2 \cdot \sqrt{D \cdot 46.6 \cdot 60}}$$

$$D = 0.01898 \frac{cm^2}{s} = D^* + a_L \cdot v$$

$$a_L = 1.898\ cm$$

CI51J

Usando la segunda concentración:

$$\frac{C}{C_0} = 0.573 = \frac{1}{2} \cdot erfc\left(\frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right) = \frac{1}{2} \cdot erfc(b)$$

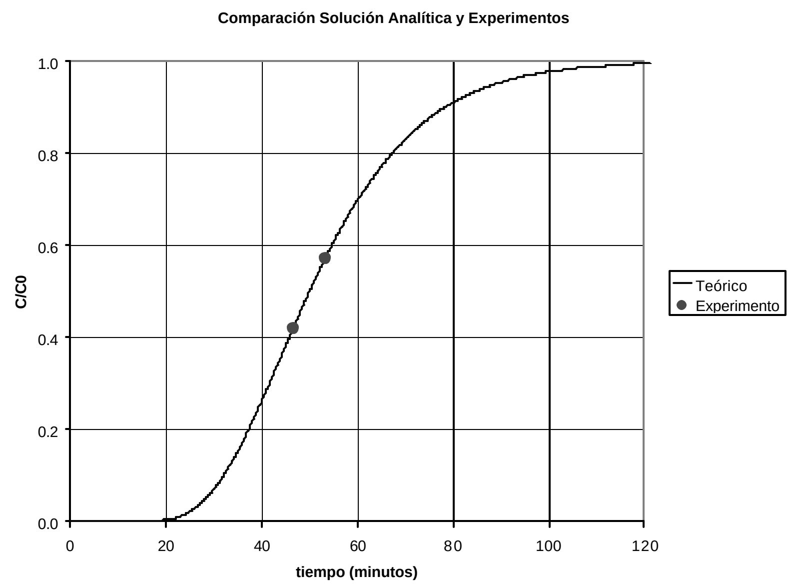
$$erfc(b) = 1.146 \qquad b \approx -0.13 = \frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}} = \frac{30 - 0.01 \cdot 53.3 \cdot 60}{2 \cdot \sqrt{D \cdot 53.3 \cdot 60}}$$

$$\boxed{erfc(b) = 1 - erf(b) \qquad erf(b) = -erf(-b)}$$

$$D = 0.01813 \frac{cm^2}{s} = D^* + a_L \cdot v \qquad a_L = 1.813\ cm$$

Valor adoptado: $a_L = 1.856\ cm$

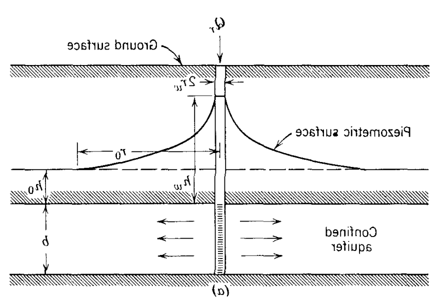
CI51J



CI51J

EJEMPLO#3

Un pozo de disposición para residuos industriales está localizado en un acuífero confinado horizontal, con las siguientes características: espesor (b) = 10 m, porosidad (n) = 0.1, dispersividad longitudinal (α_L) = 1 m. La tasa de inyección es 6 m^3/hora. Suponiendo flujo radial ideal calcule la distancia, desde el pozo de bombeo, más allá de la cual la difusión molecular es más significativa que la dispersión mecánica. Asuma $D^*=10^{-10}$ m^2/s.



$$D = D_{MOLECULAR} + D_{MECANICA} = D^{*} + a_{L} \cdot v$$

$$Q_{INYECCION} = v_{R} \cdot A_{R}$$

$$A_{R} = 2 \cdot p \cdot R \cdot b \cdot n$$

$$v_{R} = \frac{Q_{INYECCION}}{2 \cdot p \cdot R \cdot b \cdot n}$$

$$D^{*} = D_{MOLECULAR} > D_{MECANICA} = a_{L} \cdot \frac{Q_{INYECCION}}{2 \cdot p \cdot R \cdot b \cdot n}$$

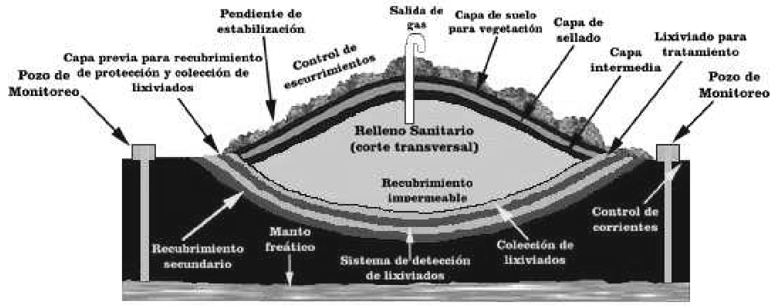
$$R > \frac{Q_{INYECCION} \cdot a_{L}}{2 \cdot p \cdot b \cdot n \cdot D^{*}} = 3.44 x 10^{13}\ m$$

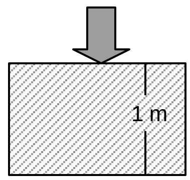
EJEMPLO#4

Nuevas regulaciones para estratos de arcilla compactada que se utiliza para proteger rellenos sanitarios requieren que $K < 10^{-8}$ cm/s.

Asumiendo que n = 0.25, el estrato tiene 1 m de espesor, y que el gradiente hidráulico es igual a 1 (gradiente unitario):

- •¿Cuál mecanismo de transporte es dominante (advección o difusión molecular)?
- •¿Conviene bajar la especificación de K a 10^{-9} cm/s? Asuma $D^{*}=10^{-10}$ m^2/s y suponga que C/C_0 no debe ser superior a 0.1.





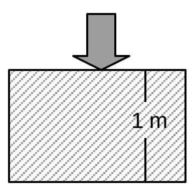
$$v = -\frac{K}{n} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{K}{n} \cdot i$$

Calculemos la velocidad del flujo:

$$v = -\frac{K}{n} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{10^{-8}}{0.25} \cdot 1 \frac{cm}{s} = 4x10^{-8} \frac{cm}{s}$$

Supongamos flujo pistón, i.e. no existe efecto dispersivo:

$$t = \frac{L}{v} = \frac{100\ cm}{4x10^{-8} \frac{cm}{s}} = 2.5x10^{9}\ segundos = 79.3\ años$$



¿Qué pasa si K disminuye?

CI51J

Supongamos que sólo existe transporte por difusión molecular (v=0):

$$\frac{C(x,t)}{C_0}=\frac{1}{2}\cdot\left[erfc\left(\frac{x-v\cdot t}{2\cdot\sqrt{D\cdot t}}\right)+\exp\left(\frac{v\cdot x}{D}\right)\cdot erfc\left(\frac{x+v\cdot t}{2\cdot\sqrt{D\cdot t}}\right)\right]$$

$$D=D_{MOLECULAR}+D_{MECANICA}=D^*$$

$$\frac{C(x,t)}{C_0}=\frac{1}{2}\cdot\left[erfc\left(\frac{x-0\cdot t}{2\cdot\sqrt{D^*\cdot t}}\right)+\exp\left(\frac{0\cdot x}{D^*}\right)\cdot erfc\left(\frac{x+0\cdot t}{2\cdot\sqrt{D^*\cdot t}}\right)\right]$$

$$\frac{C(x,t)}{C_0}=\frac{1}{2}\cdot\left[erfc\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{D^*\cdot t}}\right)+erfc\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{D^*\cdot t}}\right)\right]$$

$$\frac{C(x,t)}{C_0}=erfc\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{D^*\cdot t}}\right)$$

CI51J

Supongamos que la concentración máxima admisible de un compuesto cualquiera en el percolado es $C/C_0=0.1$:

$$\frac{C}{C_0}=0.1=erfc\left(\frac{x}{2\cdot\sqrt{D^*\cdot t}}\right)=erfc\left(\frac{1m}{2\cdot\sqrt{10^{-10}\frac{m^2}{s}\cdot t}}\right)=erfc(b)$$

$$\frac{C(x=L,t=T)}{C_0}=0.1=erfc(b)$$

Desde tabla:

$$b\approx 1.15=\frac{x}{2\cdot\sqrt{D\cdot t}}=\frac{1m}{2\cdot\sqrt{10^{-10}\frac{m^2}{s}\cdot t}}$$

$$t\approx 59.9\ años$$

CI51J

EJEMPLO#5

Un estanque subterráneo se encuentra vertiendo en forma continua un compuesto orgánico (benceno) hacia un sistema de aguas subterráneas con una conductividad hidráulica de 2.15 m/día, una porosidad efectiva de 0.1 y un gradiente hidráulico de 0.04 m/m. Suponiendo que la concentración inicial es de 1000 mg/L y que la dispersividad longitudinal es de 7.5 m, encuentre el tiempo que transcurrirá hasta que la concentración en el acuífero alcance a 100 mg/L a 750 m de inyección.

$$\boxed{v_X = \frac{K}{n} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{2.15 \cdot 0.04}{0.1} = 0.86 \, \frac{m}{día}}$$

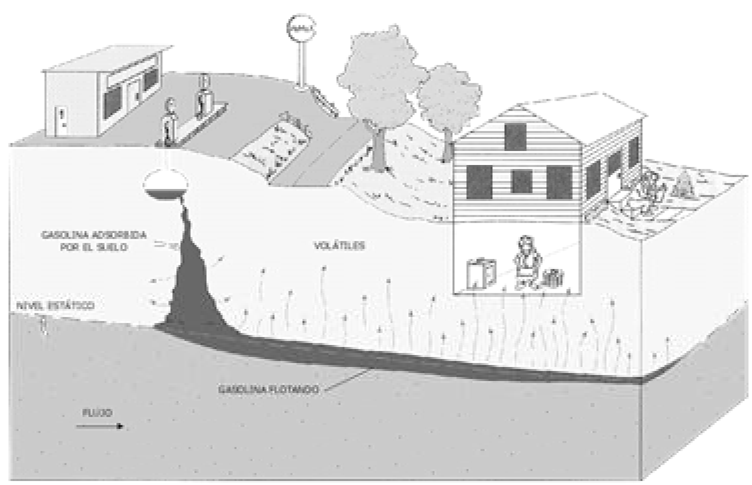
$$\boxed{D_x = a_L \cdot v_X = 7.5 \cdot 0.86 = 6.45 \, \frac{m^2}{día}}$$

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \cdot erfc\left(\frac{x - v \cdot t}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right) \qquad \boxed{t = 128 \quad días}$$

CI51J

FUGAS, FASE LIBRE Y VOLÁTILES

>



MODIFICADO DE: Fetter, 1993.

EJEMPLO#6

Un tambor que contiene Cesio-137 (vida media de 33 años) se encuentra enterrado dentro de un suelo. Si se produce la ruptura de este estanque y se libera 1 Kg de Cesio sobre un área de 10 m^2, determine la concentración de este compuesto luego de 90 das desde el accidente, a una distancia de 100 m.

$$v_X = \frac{K}{n} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{2.15 \cdot 0.04}{0.1} = 0.86 \, \frac{m}{día}$$

$$l = \frac{\ln 2}{33 \cdot 365} \frac{1}{día} = 5.755 \cdot 10^{-5} \; día^{-1}$$

$$D_x = a_L \cdot v_X = 7.5 \cdot 0.86 = 6.45 \, \frac{m^2}{día}$$

$$C(x,t) = \frac{M}{\sqrt{2 \cdot p \cdot D_x \cdot t}} \cdot \exp\left(- \frac{(x - v_x \cdot t)^2}{4 \cdot D_x \cdot t} \right) \cdot \exp(- l \cdot t)$$

EJEMPLO#6

Un tambor que contiene Cesio-137 (vida media de 33 años) se encuentra enterrado dentro de un suelo. Si se produce la ruptura de este estanque y se libera 1 Kg de Cesio sobre un área de 10 m^2, determine la concentración de este compuesto luego de 90 das desde el accidente, a una distancia de 100 m.

La conductividad hidráulica saturada de este suelo es de 2.15 m/día, su porosidad efectiva es de 0.1, mientras que el gradiente hidráulico alcanza a 0.04 m/m. La dispersividad longitudinal es de 7.5 m.

$$v_X = \frac{K}{n} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{2.15 \cdot 0.04}{0.1} = 0.86 \, \frac{m}{día}$$

$$D_x = a_L \cdot v_X = 7.5 \cdot 0.86 = 6.45 \, \frac{m^2}{día}$$

CI51J

EJEMPLO#6

Un tambor que contiene Cesio-137 (vida media de 33 años) se encuentra enterrado dentro de un suelo. Si se produce la ruptura de este estanque y se libera 1 Kg de Cesio sobre un área de 10 m^2, determine la concentración de este compuesto luego de 90 das desde el accidente, a una distancia de 100 m.

$$\boxed{l = \frac{\ln 2}{33 \cdot 365}\frac{1}{día} = 5.755 \cdot 10^{-5}\ día^{-1}}$$

$$\boxed{C(x,t) = \frac{M}{\sqrt{2 \cdot p \cdot D_x \cdot t}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - v_x \cdot t)^2}{4 \cdot D_x \cdot t}\right) \cdot \exp(-l \cdot t)}$$

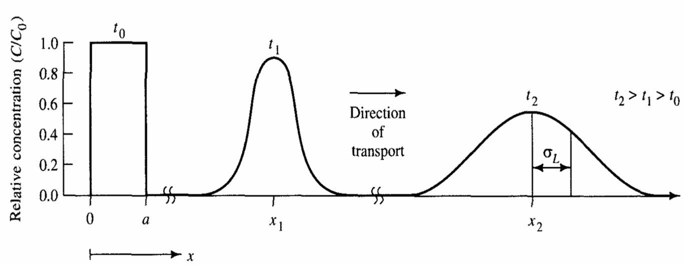
CI51J

Columna Unidimensional, Inyección Instantánea de Contaminante (Pulso de Contaminante)

La solución al problema anterior queda representada por:

$$\boxed{C(x,t) = \frac{M}{\sqrt{2 \cdot p \cdot D_x \cdot t}} \cdot \exp\left(-\frac{(x + v_x \cdot t)^2}{4 \cdot D_x \cdot t}\right)}$$

donde *M* es la masa inyectada por unidad de área



CI51J

EJEMPLO#6

Conservativo:

$$\boxed{C(x,t)=\frac{M}{\sqrt{2\cdot p\cdot D_x\cdot t}}\cdot \exp\left(-\frac{(x-v_x\cdot t)^2}{4\cdot D_x\cdot t}\right)}$$

$$\boxed{C(x=100\,m, t=90\,días)=1.329\ \frac{mg}{L}}$$

No Conservativo:

$$\boxed{C(x,t)=\frac{M}{\sqrt{2\cdot p\cdot D_x\cdot t}}\cdot \exp\left(-\frac{(x-v_x\cdot t)^2}{4\cdot D_x\cdot t}\right)\cdot \exp(-\,l\cdot t)}$$

$$\boxed{C(x=100\,m, t=90\,días)=0.935\ \frac{mg}{L}}$$