CC40A: Diseño y Análisis de Algoritmos

Auxiliar N° 8

Prof. Gonzalo Navarro
Aux. Carlos Bedregal

Junio 9 de 2010

1. Considere un algoritmo Monte Carlo A para un problema P cuyo tiempo esperado de ejecución es $O(T(n))$ en una instancia de tamaño n , y produce una solución correcta con probabilidad $p(n)$. Suponga que dada una solución para P , es posible verificar si es correcta en tiempo $t(n)$. Muestre cómo obtener un algoritmo Las Vegas que siempre dé respuestas correctas para P y su tiempo esperado de ejecución sea $O((T(n) + t(n))/p(n))$.
2. Un *conjunto independiente* de un grafo $G = (V, E)$ con $|V| = n$ y $|E| = m$ es un subconjunto V' de V sin aristas de E entre elementos de V' (el problema es NP-completo). Considere que V' , de tamaño r , se escoge al azar de V . Sea X la cantidad de aristas de E que conectan nodos de V' (X es una variable aleatoria).
 - Considere una arista de E en particular. Calcule la probabilidad de que esa arista conecte dos nodos de V' . Calcule la esperanza de X , $E(X)$.
 - Diseñe un algoritmo Monte Carlo que encuentre un conjunto independiente de tamaño $\epsilon n/\sqrt{m}$ con probabilidad $1 - \epsilon^2$, para cualquier $0 < \epsilon < 1$. Use $(P(X \geq 1) \leq E(X))$.
 - Diseñe un algoritmo Las Vegas que encuentre un conjunto independiente de tamaño $\epsilon n/\sqrt{m}$.
3. Sea $0 < \epsilon_2 < \epsilon_1 < 1$. Considere un algoritmo Monte Carlo que dé la solución correcta a un problema con probabilidad mayor a $1 - \epsilon_1$, independientemente de la entrada. ¿Cómo se podría elevar la probabilidad de obtener una solución correcta a por lo menos $1 - \epsilon_2$?